



МОДУЛИ 6–10 ПО МАТЕМАТИКЕ

ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ

Проект USAID «Окуу керемет!»

Данная публикация разработана благодаря помощи Американского народа, оказанной через Агентство США по международному развитию (USAID). Содержание публикации не обязательно отражает позицию USAID или Правительства США.

УДК 372.851
ББК 74.262.21
М 74

Авторы-составители:

А. М. Аликова, У. А. Керимканова, Л. С. Суржик, А. Н. Храмцова, Я. Ситабхан, Brattle Education, подразделение Brattle Publishing Group, LLC®

Под общей редакцией Токтогуловой Н.К.

М74 Модули 6–10 по математике: для учителей начальных кл./
авт.сост. А.М.Аликова и др.,-Б.: 2022, 382с

ISBN 978-9967-491-39-7

Проект USAID «Окуу керемет!» — это пятилетний проект (2019–2024), направленный на улучшение качества обучения чтению и математике в начальных классах, а также на укрепление системы начального образования в Кыргызской Республике. Данная инициатива основывается на достижениях проектов, реализованных при поддержке USAID за последнее десятилетие в области развития навыков чтения учащих начальных классов.

По математике было разработано пять продвинутых учебных модулей для укрепления понимания чисел и развития вычислительных навыков, восприятия геометрических и алгебраических понятий, а также формирования навыков анализа данных. Пять продвинутых модулей охватывают следующие темы: Числа и арифметические действия (6), Геометрические фигуры и пространственные отношения (7 и 8), Элементы алгебры (9) и Анализ данных (10). В модулях учителям предложены такие эффективные стратегии, подкрепленные доказательной базой, как использование математических моделей, учет прогресса в развитии навыков с постоянным акцентом на стратегию «Объяснение и обоснование». Все предложенные стратегии помогают учащимся развивать аналитические навыки, логическое мышление и способность применять математические знания и навыки для решения повседневных задач, возникающих в реальных жизненных ситуациях.

Модули были разработаны группой экспертов из общеобразовательных и академических учреждений, университетов, а также институтов подготовки и повышения квалификации учителей в сотрудничестве с международными экспертами.

Эти учебно-методические материалы были рассмотрены на заседании учебно-методического объединения Республиканского института повышения квалификации и переподготовки педагогических работников при Министерстве образования и науки Кыргызской Республики, утверждены и рекомендованы для использования при подготовке и проведении уроков в начальных классах (выписка из протокола от 07 октября 2022 г.)

Проект USAID «Окуу керемет!» с благодарностью отмечает вклад и экспертную роль Кыргызской академии образования и Республиканского института повышения квалификации и переподготовки педагогических работников при Министерстве образования и науки Кыргызской Республики.

Переводчик: Э. К.Усупова

Редактор: Т. А. Матохина

Редактор макета печати и дизайна: Н. К.Токтогулова

ISBN 978-9967-491-39-7

УДК 372.851
ББК 74.262.21



ВСТУПИТЕЛЬНОЕ СЛОВО

Дорогой Учитель!

Добро пожаловать в учебные модули, разработанные в рамках Проекта «Окуу керемет!». Проект «Окуу керемет!» финансируется Агентством США по международному развитию (USAID) и реализуется в партнерстве с Министерством образования и науки Кыргызской Республики с целью улучшения результатов обучения чтению и математике 300 000 учащихся 1–4 классов 1686 школ (75%) в Кыргызской Республике. Проект реализуется международной организацией RTI International с ноября 2019 г. по октябрь 2024 г.

В Кыргызской Республике в течение длительного времени реализуются проекты, нацеленные на развитие базовых навыков чтения. Проект «Окуу керемет!» является первым проектом в стране, который также охватывает развитие математических навыков учащихся. Программная деятельность по математике нацелена на 1) разработку десяти модулей для обучения математике учителей начальных классов; 2) обучение учителей математическим модулям; 3) оказание менторинговой поддержки учителям посредством наблюдения уроков по математике и 4) внедрение цифровых технологий для осуществления дистанционного обучения, применения формативного оценивания и осуществления наблюдения уроков.

В это издание вошли модули 6–10, которые посвящены более продвинутым математическим навыкам, таким, как пространственные представления, функциональное мышление и анализ данных. Во всех модулях особое внимание уделяется связи математических навыков с их применением для решения задач в реальных жизненных ситуациях. Модули преследуют цель научить учащихся применять приобретенные математические навыки в новых ситуациях, для решения новых задач, полагаясь на рассуждения, основательное понимание идеи математического моделирования. Именно эту способность функционально и творчески применять математические знания и навыки измеряют международные исследования, такие как Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся (PISA) и Глобальная система оценки владения навыками чтения и математики (Global Proficiency Framework).

Во всех модулях Проекта «Окуу керемет!» в качестве одной из основных стратегий обучения рассматривается стратегия "Объяснение и обоснование". В части объяснения, учащихся просят объяснить, **как** они пришли к решению задачи, а при обосновании, учащихся просят объяснить **почему** они считают, что использованный ими способ решения позволит найти правильный ответ. Процесс обучения — это взаимодействие между учителями и учащимися для исследования различных способов решения задач. Это позволяет глубже понять логику задачи и расширить арсенал способов и приемов решения задач, используемых учащимися. Объяснение и обоснование также развивает умение учащихся говорить о математических понятиях на математическом языке, использовать символы для выражения математических идей.

Осваивая продвинутые модули, учителя наряду со стратегий «Объяснение и обоснование» будут использовать еще и стратегию «Множество моделей», а также познакомятся с важной информацией об использовании математических моделей с учетом прогресса в развитии навыков учащихся.

Обучение в рамках Проекта «Окуу керемет!» также охватывает такие направления, как инклюзивное образование, равенство и использование новых технологий в образовании. Благодаря таким стратегиям, как «Универсальный дизайн обучения» и «Дифференцированное обучение», учителя будут подготовлены к обучению учащихся с разными интересами и потребностями, смогут предоставлять им равные возможности для достижения успеха в учебе независимо от их места проживания, языковой среды или возможностей развития.

Эти модули представляют собой результат сотрудничества многих действующих сторон: Министерства образования и науки КР, Кыргызской академии образования, Республиканского института повышения квалификации и переподготовки педагогических кадров при МОН КР, Кыргызского государственного университета им. И. Арабаева, учителей и других. Приверженные своему делу участники процесса разработки модулей создали образовательный продукт, соответствующий результатам современных исследований и подтвержденным данным о том, как дети познают математику и какие учебные стратегии наиболее эффективно способствуют достижению результатов обучения, заложенных в образовательных стандартах Кыргызской Республики.

С наилучшими пожеланиями всем педагогам,

С наилучшими пожеланиями всем педагогам.



Лиана Герч,
Директор проекта «Окуу керемет!»
RTI International в Кыргызской Республике

СОДЕРЖАНИЕ

ДОБРО ПОЖАЛОВАТЬ НА ТРЕНИНГ ПО МАТЕМАТИКЕ, ОРГАНИЗОВАННЫЙ ПРОЕКТОМ «ОКУУ КЕРЕМЕТ!»	11
ОБЗОР СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ «МНОЖЕСТВО МОДЕЛЕЙ»	15
ВТОРОСТЕПЕННЫЕ СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ В МОДУЛЕ	20
МОДУЛЬ 6 «ЧИСЛА И АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ»	25
ЧИСЛА И АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ: РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ ...	26
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: СВЯЗКИ И ПАЛОЧКИ	33
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 и 2 СВЯЗКИ И ПАЛОЧКИ	35
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 1: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СЧЕТНЫХ ПАЛОЧЕК ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ	36
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 2 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СЧЕТНЫХ ПАЛОЧЕК ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ	39
Дополнительная деятельность 1	43
Дополнительная деятельность 2	45
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ТАБЛИЦА 1–100	47
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 и 4 ТАБЛИЦА 1–100	49
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ «ТАБЛИЦЫ 1–100» ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ СЛОЖЕНИЮ И ВЫЧИТАНИЮ	50
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 4 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ «ТАБЛИЦЫ 1-100» ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ	55
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: МАТРИЦЫ	60
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 и 6 МАТРИЦЫ	62
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 5 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТРИЦЫ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ УМНОЖЕНИЮ	63
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 6 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТРИЦЫ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ ТАБЛИЧНОМУ УМНОЖЕНИЮ	66
КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ	69
ПРИЛОЖЕНИЕ А: ШАБЛОН ФРАГМЕНТА ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ	75
ПРИЛОЖЕНИЕ Б: ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	77
ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПЛАН ДЕЙСТВИЙ	82

МОДУЛЬ 7 «ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ И ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ», ЧАСТЬ I	87
ОБЗОР ПОНЯТИЙ: ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ И ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ.....	88
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ И ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ, ЧАСТЬ I РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ.....	90
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: СОСТАВЛЕНИЕ И РАЗБИЕНИЕ ФИГУР. БЛОКИ ФИГУР	95
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2 СОСТАВЛЕНИЕ И РАЗБИЕНИЕ ФИГУР. БЛОКИ ФИГУР.....	98
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 1 СОСТАВЛЕНИЕ И РАЗБИЕНИЕ ФИГУР. БЛОКИ ФИГУР.....	99
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 2 СОСТАВЛЕНИЕ И РАЗБИЕНИЕ ФИГУР. БЛОКИ ФИГУР.....	104
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: РИСОВАНИЕ И ПОСТРОЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР НА ПЛОСКОСТИ И КОНСТРУИРОВАНИЕ ОБЪЁМНЫХ ФИГУР	109
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ ДЛЯ РИСОВАНИЯ И ПОСТРОЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР НА ПЛОСКОСТИ И КОНСТРУИРОВАНИЯ ОБЪЁМНЫХ ФИГУР (3 И 4).....	112
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3 ПОСТРОЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР НА ПЛОСКОСТИ	113
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 4 КОНСТРУИРОВАНИЕ ОБЪЕМНЫХ ФИГУР	117
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ПАЛЕТКА.....	121
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАЛЕТКИ (5 И 6).....	123
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 5 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАЛЕТКИ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ПЕРИМЕТРА И ПЛОЩАДИ.....	124
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 6 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАЛЕТКИ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ПЕРИМЕТРА И ПЛОЩАДИ.....	128
КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПРИМЕНЕНИЯ СТРАТЕГИЙ	132
ПРИЛОЖЕНИЕ А ШАБЛОН ФРАГМЕНТА ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ.....	138
ПРИЛОЖЕНИЕ Б ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	140
ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПЛАН ДЕЙСТВИЙ.....	149
ПРИЛОЖЕНИЕ Г: ШАБЛОНЫ ФИГУР, ВЫРЕЗАННЫХ ИЗ БУМАГИ.....	152
ПРИЛОЖЕНИЕ Д: БУМАГА В КЛЕТКУ (1 КВ. СМ).....	154

МОДУЛЬ 8 «ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ И ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ», ЧАСТЬ II	157
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ И ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ, ЭТАП II РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ.....	158
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ГЕОБОРДЫ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ, МНОГОУГОЛЬНИКОВ И ИХ УГЛОВ	164
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2: ОПРЕДЕЛЕНИЕ МНОГОУГОЛЬНИКОВ И ИХ УГЛОВ	167
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 1: ГЕОБОРД ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ФИГУР	168
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 2 ГЕОБОРД ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ФИГУР	173
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ГЕОБОРДЫ. ВВЕДЕНИЕ В ПЕРИМЕТР И ПЛОЩАДЬ	177
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4 ИЗМЕРЕНИЕ ПЕРИМЕТРА И ПЛОЩАДИ	179
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕОБОРДА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРИМЕТРА ФИГУРЫ	180
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ БУМАГИ В ТОЧКУ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОЩАДИ ФИГУР.....	184
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОРИЕНТАЦИЯ.	189
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6 ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОРИЕНТАЦИЯ	190
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 5 ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОРИЕНТАЦИЯ.....	191
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 6 ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОРИЕНТАЦИЯ.....	196
КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПРИМЕНЕНИЯ СТРАТЕГИЙ	201
ПРИЛОЖЕНИЕ А ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА ПО МОДУЛЮ	207
ПРИЛОЖЕНИЕ Б ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	209
ПРИЛОЖЕНИЕ В: ПЛАН ДЕЙСТВИЙ.....	220
ПРИЛОЖЕНИЕ Г. ШАБЛОН БУМАГИ В ТОЧКУ	223
ПРИЛОЖЕНИЕ Д. ШАБЛОН БУМАГИ В КЛЕТКУ (1СМ).....	224
ПРИЛОЖЕНИЕ Е. ШАБЛОН ФИГУР, ВЫРЕЗАННЫХ ИЗ БУМАГИ	225

МОДУЛЬ 9 «ЭЛЕМЕНТЫ АЛГЕБРЫ»	229
ЭЛЕМЕНТЫ АЛГЕБРЫ: РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ*	230
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: УРАВНЕНИЯ	235
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ. УРАВНЕНИЕ	238
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 1: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ. УРАВНЕНИЕ	239
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ. УРАВНЕНИЕ	242
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ТАБЛИЦЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ	246
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4 ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ ВЫРАЖЕНИЯ	250
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3 ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ ВЫРАЖЕНИЯ	251
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 4 ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ ВЫРАЖЕНИЯ	255
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ	258
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6: ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ	260
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ	261
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ	265
КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ	270
ПРИЛОЖЕНИЕ А ШАБЛОН ФРАГМЕНТА ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ	276
ПРИЛОЖЕНИЕ Б ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	278
ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПЛАН ДЕЙСТВИЙ	285

МОДУЛЬ 10 «АНАЛИЗ ДАННЫХ»	259
ОБЗОР ТЕМЫ «АНАЛИЗ ДАННЫХ».....	260
АНАЛИЗ ДАННЫХ: РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ*	264
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ЧТЕНИЕ И ИЗВЛЕЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ ИЗ ПИКТОГРАММ И СТОЛБЧАТЫХ ДИАГРАММ.....	270
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2. ДИАГРАММЫ. ЧТЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ	275
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 1. ДИАГРАММЫ. ЧТЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ.....	276
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 2. ДИАГРАММЫ. ЧТЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ.....	280
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: АНАЛИЗ ПИКТОГРАММ И СТОЛБЧАТЫХ ДИАГРАММ ДЛЯ ДОПОЛНЕНИЯ НЕДОСТАЮЩИМИ ДАННЫМИ.....	286
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4. АНАЛИЗ ПИКТОГРАММ И СТОЛБЧАТЫХ ДИАГРАММ ДЛЯ ДОПОЛНЕНИЯ НЕДОСТАЮЩИМИ ДАННЫМИ	288
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3. АНАЛИЗ ДИАГРАММЫ. ДОПОЛНЕНИЕ НЕДОСТАЮЩИМИ ДАННЫМИ	289
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 4. АНАЛИЗ ДИАГРАММЫ. ДОПОЛНЕНИЕ НЕДОСТАЮЩИМИ ДАННЫМИ	294
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ПОСТРОЕНИЕ ПИКТОГРАММ И СТОЛБЧАТЫХ ДИАГРАММ	300
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6. ПОСТРОЕНИЕ ПИКТОГРАММ И СТОЛБЧАТЫХ ДИАГРАММ	301
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 5. ПОСТРОЕНИЕ ДИАГРАММ	302
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 6. ПОСТРОЕНИЕ ДИАГРАММ.....	307
КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ	313
ПРИЛОЖЕНИЕ А ШАБЛОН ФРАГМЕНТА ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ	319
ПРИЛОЖЕНИЕ Б: ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	321
ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПЛАН ДЕЙСТВИЙ.....	341
БИБЛИОГРАФИЯ К МОДУЛЯМ 6–10	344
ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ УЧЕБНИКИ.....	346




ДОБРО ПОЖАЛОВАТЬ НА ТРЕНИНГ ПО МАТЕМАТИКЕ, ОРГАНИЗОВАННЫЙ ПРОЕКТОМ «ОКУУ КЕРЕМЕТ!»

Добро пожаловать в проект «Окуу керемет!». В данных модулях мы будем рассматривать ключевые стратегии обучения, применимые ко всем разделам математики в начальных классах, которые позволят вам обучать *математике с пониманием*. Для успешного обучения математике необходимо, чтобы у учителей был определенный методический набор инструментов — стратегий и знаний, которые можно использовать в соответствующих случаях. Мы будем учитывать прогресс в развитии навыков и предложим больше стратегий для вашего методического набора.

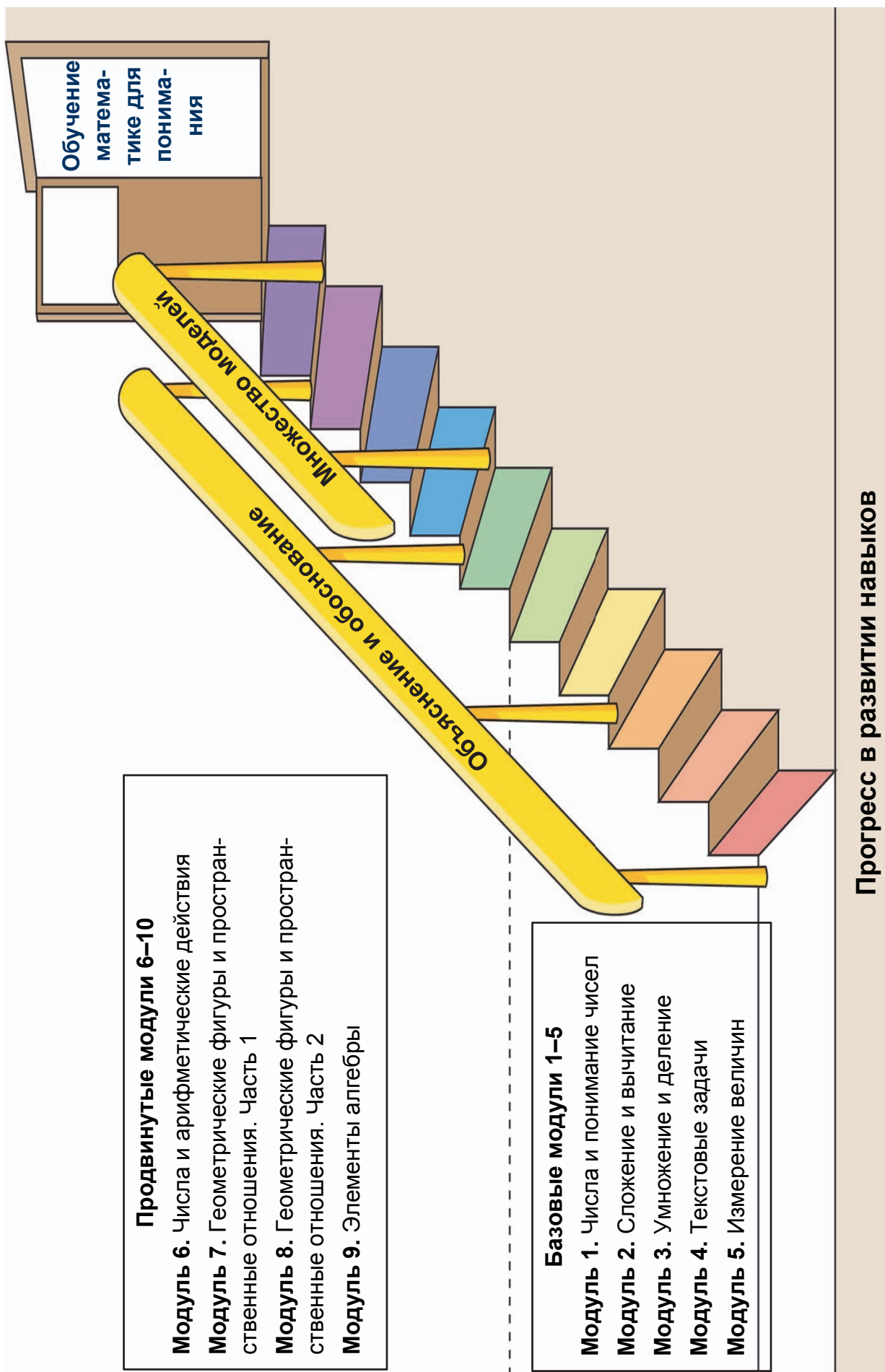
В пяти продвинутых модулях (6–10) мы познакомим вас с новой стратегией «Множество моделей». При этом, как и ранее, особое внимание будет уделено стратегии «Объяснение и обоснование». В продвинутых модулях мы вновь рассмотрим стратегию «Прогресс в развитии навыков», что представляет собой выстроенные по результатам научных исследований траектории освоения учащимися содержания каждого раздела математики.

К концу изучения модулей вы научитесь сочетать стратегии и ваши знания о прогрессе в развитии навыков в различных разделах математики, чтобы успешно обучать математике с пониманием.

Прогресс в развитии навыков – это основанные на результатах научных исследований траектории (или пути), которые показывают прогресс в усвоении учащимися навыков по всем разделам математики от простых к более сложным. Знание прогресса в развитии навыков может помочь учителям выявить пробелы в усвоении учащимися предшествующих занятий и навыков. После определения уровня сформированности навыков учащихся учителя могут предусмотреть опоры — скаффолдинг в обучении, чтобы можно было двигаться дальше.

В тексте модуля символ  означает, что приведенная информация касается прогресса в развитии навыков, возможных ошибок, которые могут допустить учащиеся, а также возможностей для использования скаффолдинга в обучении.

Далее инфографика с изображением лестницы показывает, как организованы пять базовых и пять продвинутых модулей проекта «Окуу керемет!».



Пять продвинутых модулей сосредоточены на использовании стратегий «Множество моделей» и «Объяснение и обоснование» в разных разделах математики: «Числа и понимание чисел», «Геометрические фигуры и пространственные отношения», «Элементы алгебры», «Анализ данных».

ПОВТОРЕНИЕ. Использование стратегии «Объяснение и обоснование»

Когда учителя просят учащихся решить задачи, они могут использовать стратегию «Объяснение и обоснование». Сначала задать соответствующую задачу и предложить учащимся подумать о способе ее решения. Потом попросить их объяснить свои решения и обосновать ход своего рассуждения. Учителя могут слушать и задавать уточняющие вопросы или попросить других учащихся оценить решения. Затем спросить о других способах решения задачи. Объяснения учащихся могут быть представлены в форме устного объяснения соседу / соседке по парте или всему классу, письменного объяснения или демонстрации решения с использованием модели, диаграммы или чертежа.







Применяя стратегию «Объяснение и обоснование», учащиеся укрепляют свою уверенность и ощущение безопасной среды, используют соответствующий математический словарный запас и укрепляют свою мотивацию решать задачи еще лучше. Преимуществами для учителей, использующих эту стратегию, являются выявление пробелов в знаниях учащихся, обнаружение неверных рассуждений и повышение уровня общего понимания пространственных ошибок учащихся.

Фрагменты примерных уроков, представленные в продвинутых модулях, включают использование различных видов математических моделей, конкретных манипулятивных материалов и решение задач. Вы также можете заметить, что структура фрагментов примерных уроков в этих модулях аналогична структуре фрагментов примерных уроков в базовых модулях. Это делается для дальнейшего применения стратегии «Объяснение и обоснование», чтобы учащиеся научились пользоваться математическими моделями для объяснения и обоснования своих решений.

Вы также заметите, что мы используем стратегию «Объяснение и обоснование» со стратегией «Множество моделей» во всех пяти продвинутых модулях. На это есть две причины. Во-первых, стратегии выглядят по-разному в разных разделах математики. Ознакомившись с описанием стратегий в разных разделах математики, вы будете лучше подготовлены к тому, чтобы включить эти стратегии в свой набор инструментов. Во-вторых, каждый модуль содержит важную информацию об использовании математических моделей с учетом прогресса в развитии навыков учащихся. Стратегия «Множество моделей» станет еще одним инструментом в вашем наборе.

Таким образом, в продвинутых модулях представлены новые инструменты: «Множество моделей» и «Прогресс в развитии навыков». Объясняется, как учащиеся осваивают математику с помощью этих инструментов, как учителю интегрировать новые инструменты со стратегией «Объяснение и обоснование».

В каждом Модуле содержатся следующие элементы:

	Обзор стратегий обучения
	Прогресс в развитии навыков описан в обзорах тем, представленных в модуле. Эти разделы также содержат информацию о важности темы, ключевых принципах и разных способах применения их на уроке.
	Фрагменты примерных уроков. Конкретные руководства (инструкции) для учителей о том, как применить предлагаемые стратегии на своих уроках. Каждый фрагмент примерного урока включает в себя (1) описание того, что учителя делают до и во время обучения; (2) предложения по применению дифференцированного подхода к учащимся на уроке, включая «уровень выше» и «уровень ниже» от «среднего уровня» подготовки учащихся; (3) предложения по формативному оцениванию и (4) предложения по домашнему заданию
	Аннотированная библиография
	Ресурсы / справочные материалы
	Приложения



ОБЗОР СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ «МНОЖЕСТВО МОДЕЛЕЙ»



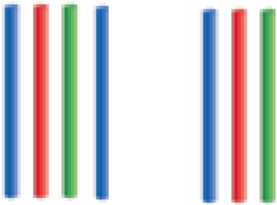
«Размышления о числах приносят больше пользы, когда при изучении одного и того же математического понятия учащиеся встречаются и используют несколько представлений этого понятия» (Национальный исследовательский совет, 2001).

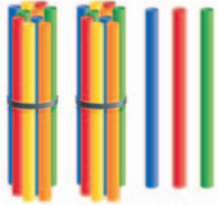

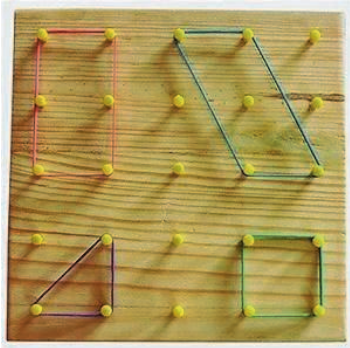

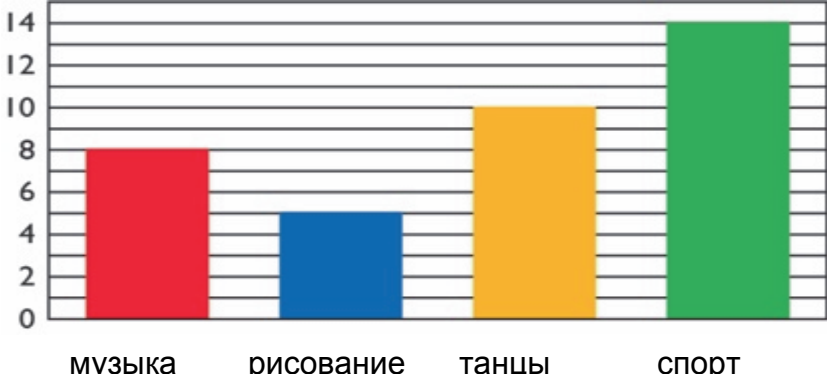
Понятие, или слово «модель», в математике относится к любому рисунку, схеме или предмету, представляющему целевые математические идеи (Sitabkhan и др., 2019). Модели позволяют учащимся строить представления о математических понятиях, независимо от того, является ли модель физическим предметом, таким как связки и палочки, или визуальным представлением, таким как схема, или символическим представлением, таким как числовое выражение или уравнение. Модели делятся на три категории: конкретные, графические и абстрактные.


Конкретные модели – это физические предметы, которые можно потрогать и которыми можно манипулировать. Поэтому их иногда называют «манипулятивными материалами». В начальных классах учащихся знакомят с конкретными моделями, например, когда они используют связки и палочки для представления разрядного значения чисел. Однако конкретные модели можно также успешно использовать и в более старших классах. Например, модель геометрической фигуры в пространстве, такой как тетраэдр, может помочь учащимся определить площадь её поверхности, так как учащиеся видят, что у фигуры четыре грани. Конкретные модели позволяют учащимся физически ощутить и изучить математические понятия.

Графические модели – это изображения, используемые для визуального представления математических понятий. Примером графической модели является числовой луч. Числовой луч — это графическое изображение, которое демонстрирует взаимно однозначное соответствие между точками на луче и множеством чисел.

Абстрактные модели используют символы для представления идей в математике. Например, числовое равенство $4 + 3 = 7$ является абстрактной моделью. Она представляет собой действие сложения: нахождение общего числа предметов в двух отдельных группах. Далее в таблице приведены примеры моделей каждой категории.

Модель	Категория
Палочки 	Конкретная
Связки и палочки	Конкретная

Модель	Категория										
											
<p>Формы, вырезанные из бумаги</p> 	Конкретная										
<p>Геоборд</p> 	Конкретная										
<p>Числовой луч</p> 	Графическая										
<p>Гистограмма</p> <p>Школьные кружки</p>  <table border="1"> <caption>Школьные кружки</caption> <thead> <tr> <th>Кружок</th> <th>Число участников</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>музыка</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>рисование</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>танцы</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>спорт</td> <td>14</td> </tr> </tbody> </table>	Кружок	Число участников	музыка	8	рисование	5	танцы	10	спорт	14	Графическая
Кружок	Число участников										
музыка	8										
рисование	5										
танцы	10										
спорт	14										

Модель	Категория																																																																																																				
<p>Таблица 1-100</p> <table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td></tr> <tr><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td>34</td><td>35</td><td>36</td><td>37</td><td>38</td><td>39</td><td>40</td></tr> <tr><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>44</td><td>45</td><td>46</td><td>47</td><td>48</td><td>49</td><td>50</td></tr> <tr><td>51</td><td>52</td><td>53</td><td>54</td><td>55</td><td>56</td><td>57</td><td>58</td><td>59</td><td>60</td></tr> <tr><td>61</td><td>62</td><td>63</td><td>64</td><td>65</td><td>66</td><td>67</td><td>68</td><td>69</td><td>70</td></tr> <tr><td>71</td><td>72</td><td>73</td><td>74</td><td>75</td><td>76</td><td>77</td><td>78</td><td>79</td><td>80</td></tr> <tr><td>81</td><td>82</td><td>83</td><td>84</td><td>85</td><td>86</td><td>87</td><td>88</td><td>89</td><td>90</td></tr> <tr><td>91</td><td>92</td><td>93</td><td>94</td><td>95</td><td>96</td><td>97</td><td>98</td><td>99</td><td>100</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	Графическая
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																												
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20																																																																																												
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30																																																																																												
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40																																																																																												
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50																																																																																												
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60																																																																																												
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70																																																																																												
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80																																																																																												
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90																																																																																												
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100																																																																																												
<p>Матрица</p>  <p style="text-align: center;">$3 \cdot 6 =$</p> <p style="text-align: center;">Множитель · множитель = произведение</p>	Графическая																																																																																																				
<p>Число</p> <p style="text-align: center;">159</p>	Абстрактная																																																																																																				
<p>Числовое равенство</p> <p style="text-align: center;">$23 + 18 = 41$</p>	Абстрактная																																																																																																				

Конкретные модели используются, чтобы помочь учащимся на опыте ощутить математические понятия. Графические модели — для того, чтобы помочь учащимся визуально представить математические понятия. Последовательность в использовании конкретных и графических моделей помогает добиться понимания абстрактной модели определенного математического понятия, свойства или факта. Такой образовательный подход называется **«Конкретный графический абстрактный подход», или подход КГА.**

Впервые этот подход использовал психолог Джером Брунер. «Он обнаружил, что при использовании подхода КГА в процессе математического образования учащиеся на каждом этапе обучения достигали более глубокого понимания математических понятий. Это, в свою очередь, приводило к тому, что информация и знания были усвоены в большей степени» (Джонсон, 2020).

Подход КГА начинается с того, что учащиеся изучают новые математические понятия, используя конкретные модели. Затем они учатся представлять математическое понятие с помощью графической модели. Без этого важного моста между конкретными и абстрактными моделями учащимся может быть трудно визуально представить задачу. Наконец, учащимся представляется понятие с помощью абстрактных символов

(чисел и знаков арифметических действий). Подход КГА требует от учителя введения всех трех моделей и предоставление учащимся возможности переходить от одной к другой по мере необходимости, чтобы закрепить связи между ними.

Далее в примере показано использование трех моделей в подходе КГА для умножения 5×3 .

Конкретная



Графическая



Абстрактная

$$5 \cdot 3 = 15$$

Использование моделей дает ряд преимуществ.

- В процессе изучения конкретных и графических моделей учащиеся имеют возможность формировать собственные идеи и тем самым нести больше ответственности за свое обучение.
- Учащиеся понимают, что может быть более одного правильного ответа или правильного ответа может не быть вообще. «Экспериментируя со счетными материалами, учащиеся учатся применять свои навыки дедуктивного рассуждения, чтобы выяснить, что получается, а что нет. Это позволяет им не бояться совершить ошибку. Учащиеся могут научиться методам, которые приводят к правильным ответам в решении математических задач. В то же время методом проб и ошибок выяснять, какие из способов решения являются неправильными» (Специализация школы, 2018).
- Когда учащиеся усваивают использование моделей, они лучше подготовлены к объяснению понятия, чем когда они изучают понятие, слушая объяснения учителя. Использование моделей «способствует рассуждению и обсуждению, позволяя учащимся сформулировать и объяснить понятие» (Джонсон, 2020).
- Учителя могут наблюдать, как учащиеся работают с моделями, чтобы лучше понять неправильные представления учащихся и оценить, насколько хорошо каждый учащийся понимает изучаемое понятие.
- При правильном использовании моделей можно совершенствовать процесс понимания учащихся и улучшить обучение. Однако, если использовать модели неправильно или без руководства учителя, они могут отвлечь внимание учащихся и снизить эффективность обучения. «Развитие у учащихся мысленного представления идей, проверенных на внешних объектах или счетных материалах, лежит в основе освоения математики. ... Для этого учителям необходимо направлять учащихся, чтобы они: переходили от одного представления к другому — в виде математических объектов, действий и абстрактных понятий; могли увидеть связь между своими имеющимися и новыми знаниями» (Moyer, 2001).

Эффективность использования конкретных **моделей для обучения** учащихся **математике** значительно возрастает, если **установлены четкие правила работы** с ними в классе. Приведем некоторые рекомендации по распределению, использованию и хранению этих важных инструментов.

- **Раздавайте и собирайте модели определенным установленным образом.** Покажите, как вы будете раздавать и собирать конкретные модели. Всегда используйте один и тот же порядок.
- **Установите правила использования моделей.** Разработайте и обсудите правила по использованию конкретных моделей.
- **Запланируйте время для ознакомления с моделью.** При введении новой конкретной модели, прежде чем начать обучение, дайте учащимся немного времени на изучение модели в игровой форме.
- **Разработайте порядок действий для подготовки к обучению по каждому виду конкретной модели.** Научите учащихся определенному порядку действий для подготовки к уроку. Например, при использовании счетных палочек и связок учащиеся будут готовы к обучению, когда связки и палочки лежат на партах, а руки детей лежат на коленях.
- **Используйте коврики для снижения шума.** Коврики, такие как куски войлока или ткани, помогут снизить шум, когда учащиеся будут использовать конкретные модели, создающие сильный шум, например кубики с числами.
- **Организуйте место для хранения материалов.** До начала урока сложите конкретные модели и материалы в сумки с застежками. Учащиеся могут вернуть все конкретные модели и материалы в сумку для их хранения по окончании урока.



ВТОРОСТЕПЕННЫЕ СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ В МОДУЛЕ

Использование стратегии «Прогресс в развитии навыков»

- Прогресс в развитии навыков — это пути, или маршруты, полученные в результате исследований того, как учащиеся изучают математику. Их можно сравнить с дорожной картой, определяющей этапы развития, которым следуют учащиеся в процессе постепенного освоения конкретных математических понятий. Прогресс в развитии навыков, его еще называют последовательным этапом обучения, может быть реализован как в рамках одного раздела математики, так и внутри взаимосвязанных между собой разделов. Примером части последовательного этапа обучения во взаимосвязанных разделах является идея о том, что учащиеся, которые могут сложить три или четыре однозначных числа (в разделе «Числа и арифметические действия»), могут затем найти периметр прямоугольника (в разделе «Измерение величин»).
- В любом конкретном классе учащиеся могут работать над одним и тем же математическим понятием, но находиться на разных этапах развития навыков по отношению к этому понятию. Поэтому важно, чтобы учителя могли понять, на каком этапе развития находится ученик / ученица, чтобы предложить наиболее эффективные виды деятельности и задания для его / её продвижения. «Без знания прогресса в развитии навыков учителя не смогут определить, какие навыки учащиеся освоили, развивают или еще не освоили. Это затрудняет принятие педагогических решений в отношении заданий или видов деятельности, которые помогли бы учащимся развиваться дальше» (Sitabkhan, 2019).
- Когда учителя имеют доступ к описаниям того, как прогрессируют навыки с течением времени, они могут использовать эту информацию для планирования обучения, чтобы выбрать математические задания, способствующие развитию навыков учащихся. «Учителю недостаточно знать только учебную программу, которая реализуется в его классе. Он должен понимать, чему учащиеся научились до этого и чем им нужно будет заниматься после для обеспечения углубленного обучения» (Ким, 2018).

Далее приведено два примера последовательности развития. С первым примером вы знакомы в модуле 1. Второй пример показывает последовательность развития от счета к умножению (Schlack, 2009).

Прогресс в развитии навыков «Сравнение чисел»

Обучение сравнению чисел
Представляет число 10 как 1 десяток для сравнения чисел до 20: 16 > 12, потому что 16 — это 1 десяток и 6 единиц, а 12 — это 1 десяток и 2 единицы
Понимает и анализирует разрядное значение цифр в двузначных числах для сравнения: 57 > 49, потому что в числе 57 имеется 5 десятков, а в числе 49 — 4 десятка

Использует разрядное значение цифр в трехзначных числах и представляет их как сумму разрядных слагаемых для сравнения: $359 < 381$, потому что $359 = 300 + 50 + 9$ и $381 = 300 + 80 + 1$, так что 359 меньше, чем 381, потому что в нем меньше десятков
Знает разрядное значение цифр в числах до миллиардов и что разрядное значение цифры увеличивается в десять раз по мере того, как место (позиция) цифры становится левее в записи числа, чем прежде: значение цифры 4 в числе 49 275 в 10 раз больше значения цифры 4 в числе 4 925

Прогресс в развитии навыков «Умножение с использованием счета прыжками»

Использование счета прыжками для обучения умножению
Счет двойками, пятерками и десятками: 2, 4, 6, 8, 10. И др.
Считает прыжками, чтобы найти количество прыжков для разных чисел. Например, счет двойками до 10: 2, 4, 6, 8, 10 — это пять раз по два
Связывает счет прыжками с кратными числами: числа 2, 4, 6, 8 и 10 кратны 2
Использует закономерности в ряду кратных чисел, чтобы выучить основные факты: пятое по счету число, кратное 2, равно 10, поэтому $2 \cdot 5 = 10$
Использует разрядное значение цифр в числе, чтобы найти кратные десяткам, сотням и тысячам: $2 \cdot 5 = 10$, так что $2 \cdot 500 = 1000$

Использование стратегии «Объяснение и обоснование»

Когда учителя просят учащихся решить задачи, они могут использовать стратегию «Объяснение и обоснование». При этом, задавая соответствующую задачу и предлагая учащимся подумать о способе ее решения, учитель просит их объяснить свое решение и обосновать ход своего рассуждения. Учителя могут слушать, задавать уточняющие вопросы или попросить других учащихся оценить решения. Затем спросить альтернативные способы решения у других учащихся. Объяснения учащихся могут быть представлены в форме устного объяснения соседу / соседке по парте или всему классу, письменного объяснения или демонстрации решения с использованием модели, диаграммы или чертежа.

Используя стратегию «Объяснение и обоснование» учащиеся:

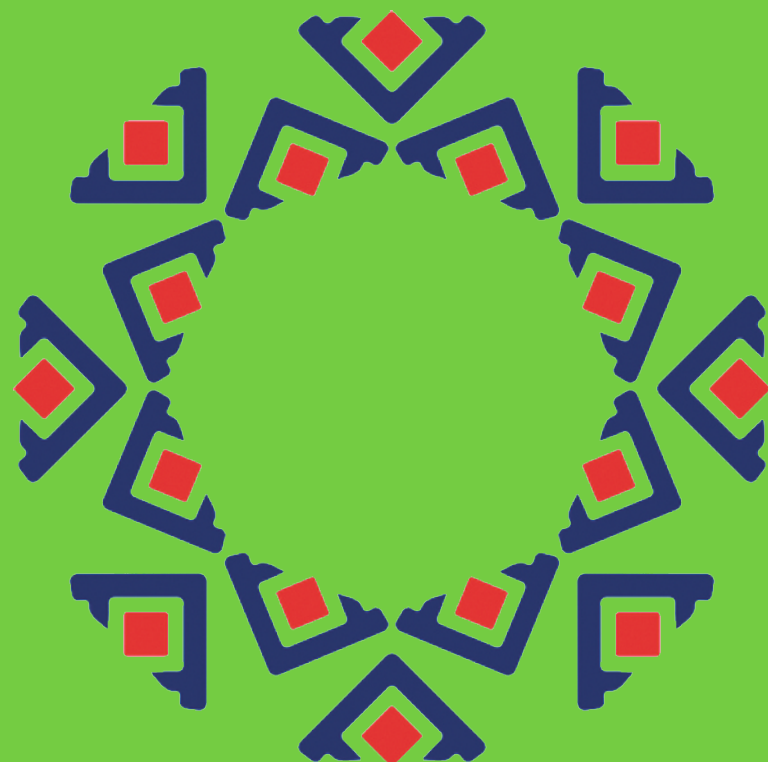
- на собственном примере понимают, что им допустимо ошибаться при решении задачи и у них есть безопасная среда, позволяющая учиться на этих ошибках; при этом они укрепляют уверенность в себе;
- используют соответствующий математический словарный запас, мотивированы решать задачи еще лучше.

Преимуществами для учителей, использующих эту стратегию, являются выявление пробелов в знаниях учащихся, обнаружение неверного рассуждения и повышение уровня общего понимания распространенных ошибок учащихся.

Модуль 6 по математике

ЧИСЛА И АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ



МОДУЛЬ 6 «ЧИСЛА И АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ»

Модуль 6 «Числа и арифметические действия» включает следующие темы:

- ◆ Обзор стратегии обучения «Множество моделей» и второстепенных стратегий обучения.
- ◆ Ожидаемые результаты обучения согласно предметному стандарту по математике для начальных классов.
- ◆ Обзор использования палочек и связок из палочек в качестве математической модели для обучения разрядам чисел и арифметическим действиям с числами.
- ◆ Фрагменты примерных уроков, в которых используется модель «Связки и палочки» для обучения сложению, вычитанию, умножению и делению.
- ◆ Обзор использования «Таблицы 1–100» в качестве математической модели для обучения разряду чисел, числовым закономерностям и арифметическим действиям с числами.
- ◆ Фрагменты примерных уроков, в которых используется модель «Таблица 1–100» для обучения сложению и вычитанию двузначных чисел.
- ◆ Обзор использования матриц в качестве математической модели для обучения понятию умножения.
- ◆ Фрагменты примерных уроков, в которых используется модель «Матрицы» для визуального представления действия «умножение» и определения множителей в произведении.
- ◆ Календарно-тематический план по применению стратегий, который показывает, как интегрировать приведенные в модуле фрагменты примерных уроков в обычные уроки по учебнику.
- ◆ Библиография (модули 6–10).
- ◆ Приложение А. Шаблон фрагмента примерного урока.
- ◆ Приложение Б. Дополнительные задачи для самостоятельной работы.
- ◆ Приложение В. План действий.

ЧИСЛА И АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ: РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ

Содержательная линия	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
3. Числа и вычисления	<ul style="list-style-type: none"> • Числа от 1 до 20. Нумерация. • Число 0. • Десятки и единицы. • Двухзначные числа и круглые десятки. • Сравнение чисел. Знаки $>$, $<$, $=$. Равенство, неравенство. • Числовой луч 	<ul style="list-style-type: none"> • Нумерация. Числа от 1 до 100. • Счет десятками. • Замена двухзначного числа суммой разрядных слагаемых. • Сравнение чисел и числовых выражений 	<ul style="list-style-type: none"> • Нумерация. Числа от 1 до 1000. • Трёхзначные числа и их последовательность. • Замена трёхзначного числа суммой разрядных слагаемых. • Римские цифры. • Сравнение чисел. • Доли. Образование и сравнение долей 	<ul style="list-style-type: none"> • Нумерация. Разряды и классы чисел (класс миллионов, тысяч и единиц). • Представление многозначных чисел в виде суммы разрядных значений слагаемых. • Сравнение многозначных чисел. • Координатный луч. • Доли. Определение доли числа и числа по его доле
5. Арифметические действия	<ul style="list-style-type: none"> • Письменное и устное сложение и вычитание чисел и свойства действий с ними. • Связи между действиями сложения и вычитания и их компонентами. • Таблица сложения и вычитания однозначных чисел. • Письменное и устное сложение однозначных и двухзначных чисел в пределах 20. • Проверка сложения и вычитания 	<ul style="list-style-type: none"> • Письменное и устное сложение и вычитание двухзначных чисел с однозначными, двухзначными числами. • Умножение и деление чисел и свойства их действий. • Таблица умножения и деления. • Четные и нечетные числа. • Приёмы умножения на 0 и 1. • Компоненты умножения и деления, взаимосвязь между ними. 	<ul style="list-style-type: none"> • Письменное сложение и вычитание многозначных чисел. • Таблица Пифагора. • Случаи умножения и деления на 0 и на 1. Невозможность деления на 0. • Письменное умножение и деление многозначного числа на однозначное число. • Умножение и деление суммы на число. 	<ul style="list-style-type: none"> • Письменное сложение, вычитание многозначных чисел. • Увеличение и уменьшение числа в 10, 100 и 1000 раз. • Деление круглых чисел (с остатком). • Письменное умножение и деление на двухзначное и трехзначное число

Содержательная линия	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
6. Задачи	<ul style="list-style-type: none"> • Простые задачи на увеличение и уменьшение числа, на разностное сравнение. • Задачи на нахождение суммы, остатка, обратные задачи. • Составные задачи на сложение, вычитание 	<ul style="list-style-type: none"> • Проверка умножения и деления • Приемы умножения и деления на 10 • Простые задачи на увеличение и уменьшение числа в несколько раз, деление по содержанию и на равные части. • Задачи на кратное сравнение («во сколько раз больше», «во сколько раз меньше»). • Составные задачи, содержащие отношения «больше на», «меньше на», «на сколько больше», «на сколько меньше», нахождение третьего слагаемого. • Решение задачи при помощи составления выражения 	<ul style="list-style-type: none"> • Внетабличное умножение и деление. • Деление с остатком. • Увеличение и уменьшение числа в 10 и в 100 раз • Составные задачи на смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение. • Запись решение задач выражением 	<ul style="list-style-type: none"> • Составные задачи на все арифметические действия, разностное и кратное сравнение

Содержательная линия	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
7. Выражения	<ul style="list-style-type: none"> • Числовое выражение и его значение. • Нахождение значения выражения с действиями сложения и вычитания. • Выражения с одной скобой (действия сложения и вычитания) 	<ul style="list-style-type: none"> • Порядок выполнения действий в выражениях. • Нахождение значения выражения с действиями умножения и деления. • Выражение с переменной и нахождение его числового значения. • Числовое выражение без скобок, с одной скобой на все арифметические действия 	<ul style="list-style-type: none"> • Вычисление значений числовых выражений со скобками и без скобок с применением свойств и установлением порядка арифметических действий 	<ul style="list-style-type: none"> • Вычисление значения выражения со скобками и без скобок с применением свойств и установлением порядка арифметических действий

Ожидаемые результаты обучения учащихся (по ступеням и классам)

В таблице:

- первая цифра обозначает класс;
- вторая цифра - номер содержательной линии;
- третья цифра – номер компетентности;

Например, 1.1.1. – первая 1 – класс, вторая 1 – номер содержательной линии, третья 1 – номер компетентности.
 (K1 – предметная компетентность, K2 – информационная, K3 – социально-коммуникативная, K4 – “самоорганизация и разрешение проблем”)

Компетентности	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
<p>К1</p>	<p>Учащийся: 1.3.1. имеет представление о натуральном числе как результате счета и измерения, определяет место числа в последовательности чисел от 1 до 20, читает и записывает числа в пределах 20; 1.5.1. называет и различает действия (сложение и вычитание) и их компоненты; 1.6.1. устно составляет и моделирует задачи на сложение и вычитание; 1.7.1. отличает числовое выражение от других математических записей, характеризует числовое выражение (название, как составлено), определяет и называет порядок арифметических действий</p>	<p>Учащийся: 2.3.1. имеет представление о натуральном числовом ряде и особенностях его построения, распознает названия, последовательность, читает и записывает числа в пределах 100; 2.5.1. называет и различает арифметические действия (сложение, вычитание, умножение и деление) и их компоненты; 2.6.1. определяет пути решения составных задач нахождение суммы и разности, планирует и устно воспроизводит ход решения задачи; 2.7.1. различает числовое выражение и выражение с одной переменной, характеризует числовое выражение (название, как составлено), называет и определяет порядок арифметических действий в числовых выражениях, содержащих 2 и более арифметических действий, со скобками и без скобок</p>	<p>Учащийся: 3.3.1. имеет представление о натуральном числе как о форме представления результата счета и измерения, о некоторых свойствах натуральных чисел (о числах кратных и порядковых, четных и нечетных), понимает последовательность, читает и записывает числа в пределах 100; 3.5.1. различает и выполняет арифметические действия с многозначными числами по алгоритму; 3.6.1. выбирает арифметические действия для решения задачи и объясняет их выбор; определяет количество и порядок действий; 3.7.1. называет и определяет порядок арифметических действий в числовых выражениях, содержащих несколько арифметических действий, со скобками и без скобок</p>	<p>Учащийся: 4.3.1. имеет представление о способах записи чисел на примере десятичной системы счисления и римской нумерации; понимает последовательность, читает и записывает числа в пределах 1 000 000; 1000 000 000; 4.5.1. использует свойства арифметических действий с многозначными числами при выполнении вычислений; 4.6.1. анализирует предложенные варианты решения задачи, выбирает из них верные; рассказывает о способах решения составных задач; 4.7.1. соблюдает правила порядка выполнения действий в числовых выражениях, содержащих несколько арифметических действий со скобками и без скобок</p>

Компетентности	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
K2	<p>Учащийся:</p> <p>1.3.2. знает состав числа от 1 до 20, расставляет числа в порядке возрастания и убывания, сравнивает их;</p> <p>1.5.2. выполняет действия сложение и вычитание однозначных цифр, десятков и единиц в пределах 20;</p> <p>1.7.2. находит значение выражения в 2 действия со скобками и без скобок с действиями сложение и вычитание</p>	<p>Учащийся:</p> <p>2.3.2. раскладывает двузначные числа на разрядные слагаемые, сравнивает числа в пределах 100;</p> <p>2.5.2. находит значение выражения с действиями (сложение и вычитание, умножение и деление) с числами в пределах 100;</p> <p>2.6.2. моделирует условие задачи с помощью предметов, схематических чертежей и схем, выявляет известные и неизвестные величины;</p> <p>2.7.2. находит значения числовых выражений в 2 или более действий со скобками и без скобок; вычисляет значение выражений с одной переменной</p>	<p>Учащийся:</p> <p>3.3.2. раскладывает многозначные числа на разрядные слагаемые, сравнивает числа в пределах 1000;</p> <p>3.5.2. находит значение выражения с арифметическими действиями (сложение и вычитание, умножение и деление) с числами в пределах 1000;</p> <p>3.6.2. моделирует и решает задачи с изменённым текстом, а также самостоятельно компилирует текстовые задачи с заданной сюжетной ситуацией;</p> <p>3.7.2. находит значения числовых выражений в несколько действий со скобками и без скобок, вычисляет значения буквенных выражений</p>	<p>Учащиеся:</p> <p>4.3.2. раскладывает на разряды и классы числа в пределах 1 000 000 и 10 000 000, сравнивает их;</p> <p>4.5.2. находит значение выражения с арифметическими действиями с многозначными числами;</p> <p>4.6.2. различает виды составных задач, задач с буквенными выражениями и планирует ход решения задачи, решает составные задачи различными способами, объясняет и обосновывает выбор способа;</p> <p>4.7.2. анализирует составное выражение, выделяет в нём структурные части, исполняя знание порядка действий, находит значение выражения в несколько действий со скобками и без скобок</p>

Компетентности К3	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс	
	Учащийся: 1.3.3. определяет единицы, десятки и круглые десятки в двузначном числе; 1.5.3. устанавливает связь между действиями сложение и вычитание и их компонентами; 1.7.3. определяет способы решения выражений в 2 действия: сложение и вычитание	Учащийся: 2.3.3. различает и называет разряды в двузначном числе; 2.5.3. устанавливает взаимосвязь между арифметическими действиями и их компонентами, реализует ее на практике при проверке вычислений; 2.7.3. решает числовые и буквенные выражения, составляет выражения в соответствии с заданными условиями	3.3.3. различает и называет разряды и классы чисел в пределах 1000; 3.5.3. устанавливает взаимосвязь между арифметическими действиями и их компонентами и практически реализует ее при проверке вычислений; 3.7.3. самостоятельно анализирует порядок арифметических действий в составных выражениях	4.3.3. различает, выделяет и называет в записях многозначных чисел классы и разряды; 4.5.3. воспроизводит устные и письменные алгоритмы выполнения арифметических действий; 4.7.3. обосновывает правильность значений простых и составных выражений, прогнозирует результат вычисления арифметического действия	

Компетентности	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
К4	<p>Учащийся:</p> <p>1.3.4. устанавливает правило, по которому расположены числа на числовом луче, использует числовой отрезок для сравнения, сложения и вычитания чисел в пределах 20; самостоятельно выполняет сложение и вычитание двузначного числа с однозначными, двузначными числами в устной форме;</p> <p>1.5.4. самостоятельно выполняет сложение и вычитание круглых десятков и единиц в пределах 20.</p> <p>1.6.4. по рисункам, схемам, выражениям самостоятельно составляет и решает задачи (на увеличение, уменьшение числа на несколько единиц), на разностное сравнение, на нахождение суммы, остатка;</p> <p>1.7.4. самостоятельно составляет выражения в 2 действия со скобками и без с действиями сложение и вычитание</p>	<p>Учащийся:</p> <p>2.3.4. устанавливает правило, по которому составлена числовая последовательность, продолжает её, восстанавливает пропущенные в ней числа; самостоятельно выполняет устное и письменное сложение и вычитание двузначных чисел в пределах 100;</p> <p>2.5.4. проверяет правильность вычислений действий сложения и вычитания изученными способами;</p> <p>2.6.4. самостоятельно придумывает составные задачи и решает их, применяет изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях;</p> <p>2.7.4. самостоятельно составляет числовые выражения и выражения с переменной</p>	<p>Учащийся:</p> <p>3.3.4. устанавливает правило, по которому образуются многозначные числа, продолжает числовые ряды, сравнивает различные способы вычислений, выбирает наиболее рациональный способ; самостоятельно выполняет письменно арифметические действия с числами в пределах 1000;</p> <p>3.5.4. сравнивает разные способы вычислений при выполнении арифметических действий, выбирает удобный;</p> <p>3.7.4. самостоятельно составляет и решает простые и составные выражения, буквенные выражения</p>	<p>Учащийся:</p> <p>4.3.4. называет координату данной точки, указывает (отмечает) на луче точку с заданной координатой. Самостоятельно строит алгоритмы арифметических действий с многозначными числами, использует их для вычислений, самоконтроля и исправления своих ошибок;</p> <p>4.5.4. рационально использует способы вычисления в арифметических действиях с многозначными числами;</p> <p>4.7.4. самостоятельно находит значения составных выражений</p>



ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: СВЯЗКИ И ПАЛОЧКИ

Связки и палочки — это конкретная модель, используемая учащимися для изучения математических понятий счета, понимания чисел, разряда чисел, разрядного слагаемого, четырех арифметических действий: сложения, вычитания, умножения и деления. Палочка представляет собой один элемент, или единицу, а связка из десяти палочек, скрепленных вместе, представляет собой десяток.



При первом использовании учащимися связок и палочек в качестве модели на уроке будет полезным, если они сами сделают связку из палочек. Учителя сначала демонстрируют процесс, сопровождая его соответствующим комментарием: необходимо произвести вслух подсчет, собирая 10 палочек и скрепляя их вместе. На этом этапе учителя показывают, что 10 единиц (10 палочек) равны одному десятку (1 связка). После этого учителя могут попросить учащихся сделать связку, отсчитав 10 палочек и связав их вместе. Возможно, на этом этапе учащимся может понадобиться помощь со скреплением (Грин, 2020 год).

Предоставление возможности учащимся самостоятельно собрать связку из палочек дает преимущество в практическом использовании модели «Связки и палочки» перед другими моделями. Например, такими как счетные материалы на основе десятков, в которых уже имеется ряд, составленный из 10 единиц. Учащиеся будут уверены в том, что связка представляет собой 10 единиц, потому что они сами их посчитали и связали.

Понятие «Разряды цифр в числе»

Разложите число 37 по разрядам.

Конкретное представление	Графическое представление	Абстрактное представление								
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 50%;">Десятки</td> <td style="width: 50%;">Единицы</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Десятки	Единицы			<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 50%;">Десятки</td> <td style="width: 50%;">Единицы</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Десятки	Единицы			<p>37 = 3 десятка и 7 единиц</p>
Десятки	Единицы									
Десятки	Единицы									

При обучении пониманию разрядных значений цифр в числе, представлению и разложению числа по разрядам учащиеся переходят от конкретного к графическому и

абстрактному представлению. Сначала они используют связки и палочки и схему разрядов, чтобы представить число 37. Затем учащиеся рисуют связки и палочки на схеме разрядов, чтобы показать число. Наконец, они представляют число с помощью символов: $37 = 3$ десятка и 7 единиц.

Понятие «Сложение с группировкой»

Найдите сумму 17 и 25.

Конкретное представление	Графическое представление	Абстрактное представление
		$ \begin{aligned} &17 + 25 \\ &= 10 + 7 + 20 + 5 \\ &= 30 + 12 \\ &= 40 + 2 \\ &17 + 25 = 42 \end{aligned} $

Чтобы сложить два числа, где необходима группировка, учащиеся могут сначала использовать конкретное представление — сложение с помощью связок и палочек. Сначала учащиеся составляют оба числа с помощью палочек в отдельных кучках, затем сложат кучки вместе, группируют и подсчитают. После этого учащиеся работают над графическим представлением. Изображают числа и их сложение в виде рисунков: рисуют палочки и обводят группы из 10 палочек в виде связки, а затем считают изображения связок и палочек. Наконец, учащиеся представляют сумму 17 и 25 абстрактно. Они используют символы, чтобы записать 17 как $10 + 7$ и 25 как $20 + 5$, затем объединяют десятки и единицы, группируют. Получают выражение, которое есть искомое число.

Понятие «Умножение»

Найдите произведение $21 \cdot 3$.

Конкретное представление	Графическое представление	Абстрактное представление
		$ \begin{aligned} &21 \cdot 3 \\ &= 21 + 21 + 21 \\ &= 20 + 1 + 20 + 1 + 20 + 1 \\ &= 60 + 3 \\ &21 \cdot 3 = 63 \end{aligned} $

При обучении умножению двузначного числа на однозначное учащиеся сначала используют конкретное представление. Они составляют число 21 с помощью связок и палочек и образуют три группы по 21. Собирают группы вместе, а затем подсчитывают общее количество связок и палочек. Потом переходят к графическому представлению произведения 21×3 . Затем обозначают произведение $21 \cdot 3$ символами. Записывают 21 как $20 + 1$ три раза и группируют десятки и единицы, чтобы получить $60 + 3$, или 63.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2: СВЯЗКИ И ПАЛОЧКИ

В следующих фрагментах примерных уроков показано, как использовать «Множество моделей» в качестве стратегии в обучении числам и арифметическим действиям. В частности, как использовать модель «Связки и палочки» на уроке. В этих фрагментах примерных уроков учащиеся визуально представляют двузначные числа в виде связок из десяти палочек и отдельных палочек. Эта модель также дает конкретное представление в обучении арифметическим действиям. Позволяет учащимся выполнить группировку десятков при сложении и вычитании и визуально показать действия умножения и деления путем подсчета предметов в двух или более группах одинакового размера.



ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 1: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СЧЕТНЫХ ПАЛОЧЕК ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Название / Тема: Письменное сложение и вычитание двузначных чисел

Целевые классы: 1–2

Цель деятельности: Учащиеся будут выполнять письменно вычитание и сложение двузначных чисел, используя счетные палочки.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности, цветные счетные палочки.

Важность: Счетные материалы на основе десятков помогают учащимся визуально представить двузначные числа: десятки — в виде связок счетных палочек, единицы — в виде отдельных счетных палочек. Имея мысленную картину десятков и единиц, учащиеся смогут визуально (наглядно) представить, что означает группировка десятков при сложении и вычитании через десяток. Понимание, визуальное представление и применение группировки десятков и единиц при сложении и вычитании является основой устных и быстрых вычислений, упрощения сложных примеров, а также подготовкой к вычислениям с многозначными числами.

Связь с учебником: [Будет заполнено учителями позже.]

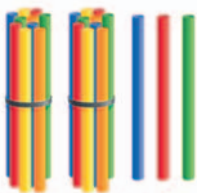
Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут решать примеры на вычитание и сложение с помощью счетных палочек. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в парах или малых группах. Предоставьте им счетные палочки и ленточки, чтобы можно было их связать. В парах / в малой группе попросите учащихся показать вам 23 палочки, используя связки по 10 штук и отдельные палочки.



Вычитите 15 палочек. Какое число получили?

- **Совет учителю.** Проследите, чтобы учащиеся имели счетные палочки. Используйте сами счетные палочки для моделирования и убедитесь, что учащиеся выполняют действия вместе с вами, используя свои связки палочек.
- ♦ **Обсуждение.** Попросите нескольких детей поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:
 - Какой ответ вы получили?
 - Можете объяснить, как вы решили пример? Покажите, как вы вычли 15 палочек из 23?

Моделирование и подведение итогов. Подведите итоги, обратите внимание на то, как были решены примеры. Используйте счетные палочки для моделирования и убедитесь, что учащиеся вместе с вами выполняют арифметические действия на своих счетных палочках.

- Кто может поделиться с другими своим способом решения задачи?

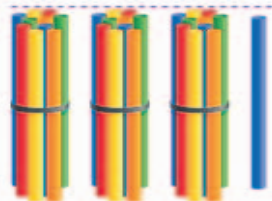
◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся, что ученик / ученица из другой школы сделал / сделала это так:

- Покажите 23 счетные палочки.
- Демонстрируйте и сопровождайте комментарием следующее: Я знаю, что 15 – это 1 десяток и 5 единиц. Я заберу 1 связку – 1 десяток, а поскольку остается всего 3, я забираю их тоже. Ответ 10.

Спросите учащихся:

- Вы согласны или несогласны? Почему?
- Как вы думаете, почему он / она так решил / решила этот пример?
- Что бы вы сказали ему / ей?

Скажите: *Когда мы вычитаем, важно помнить идею обмена. Давайте потренируемся с другим примером: 31–14.*



- Все показывают 31 палочку.
- Теперь, если хотим вычесть 14 из 31, давайте начнем с единиц. Сколько из них нам нужно забрать? (4).
- У нас нет 4-х. Нам нужно обменять одну группу — один десяток на 10 единиц. Давайте сделаем этот обмен. У нас есть 11 единиц.



- Теперь мы можем вычесть 4 единицы, и останется у нас 7. Мы также можем вычесть десяток, или одну связку. У нас осталась одна связка из 10 и 7 единиц, или 17.
 - Важно знать, что при работе с десятками и единицами вы можете **обменивать** десятки на единицы.
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Убедитесь, что при необходимости они используют счетные палочки для обмена.
- **Уровень выше.** Задания могут быть на вычисление значений выражений в 2-3 действия. Например: $46 - 17 - 19$; $73 - 48 + 17$.
 - **Уровень соответствует.** Упражнения могут быть на вычитание и сложение двузначных чисел с переходом через десяток. Например:

- Вычисли с объяснением: $73 - 48$; $23 - 15$; $46 - 27$; $31 - 24$.
- Проверь результат вычитания сложением.
- **Уровень ниже.** Задайте учащимся упражнения на вычитание и сложение чисел, которые не превышают 20. Например, $13 - 7$. Для вычисления учащиеся будут использовать счетные палочки и идею обмена.

Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:

 - *Как вы решили примеры?*
 - *Можете ли вы объяснить свое решение?*
 - *Покажите, как вы выполнили эти действия на счетных палочках.*

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание**

Попросите учащихся показать:

 - *22 счетные палочки;*
 - *как они вычитают 14, используя счетные палочки и идею обмена.*
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное понятие и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - *Сегодня мы выполняли сложение и вычитание двузначных чисел, используя счетные палочки и идею обмена. Существуют разные способы, чтобы сложить или вычесть двузначные числа. Но какой бы способ мы ни использовали, важно уметь объяснить, как мы его применили.*
- ◆ **Домашнее задание.** Дайте домашнее задание по учебнику на сложение и вычитание двузначных чисел.
 - Это могут быть текстовые задачи в одно действие на сложение или вычитание чисел с переходом через десяток.
 - Для тех, кто затрудняется, дайте упражнения на вычитание и сложение чисел, которые не превышают 20.
 - Для вычисления учащиеся будут использовать счетные палочки и идею обмена.
 - Уровень сложности домашних заданий не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных на практической части, и должен соответствовать целям, поставленным во введении к уроку.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 2: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СЧЕТНЫХ ПАЛОЧЕК ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Название / Тема: Умножение и деление чисел

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: Учащиеся будут выполнять упражнения на умножение и деление чисел, используя счетные палочки.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности, цветные счетные палочки.

Важность: Счетные материалы на основе десятков помогают учащимся визуально представить двузначные числа: десятки — в виде связок счетных палочек, единицы — в виде отдельных счетных палочек. Имея мысленную картину десятков и единиц, а также их перегруппировки, учащиеся смогут визуально (наглядно) представить процесс умножения и деления. Понимание, визуальное представление и применение способа подсчета объектов в двух или более одинаковых по размеру группах способствует развитию навыков умножения и деления и является основой для вычислений с многозначными числами.

Связь с учебником: [Будет заполнено учителями позже.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут решать примеры на умножение и деление с помощью счетных палочек. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в паре или в малых группах вместе. Предоставьте им счетные палочки и дайте задание, приведенное далее.



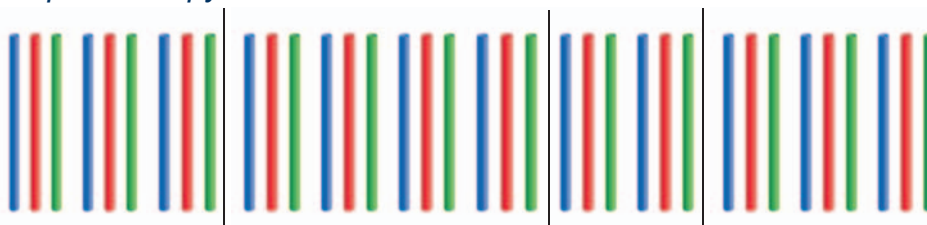
— *Найдите значение выражения $28 : 7 \cdot 5$.*

- Затем попросите учащихся показать вам 28 палочек и поясните: «Выполните деление $28 : 7$, а затем умножение на 5, используя счетные палочки»
- ♦ **Совет учителю.** Проследите, чтобы учащиеся имели счетные палочки. Используйте сами счетные палочки для моделирования и убедитесь, что учащиеся вместе с Вами выполняют действия умножения и деления, используя свои палочки.
- ♦ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:
 - Какой ответ вы получили?

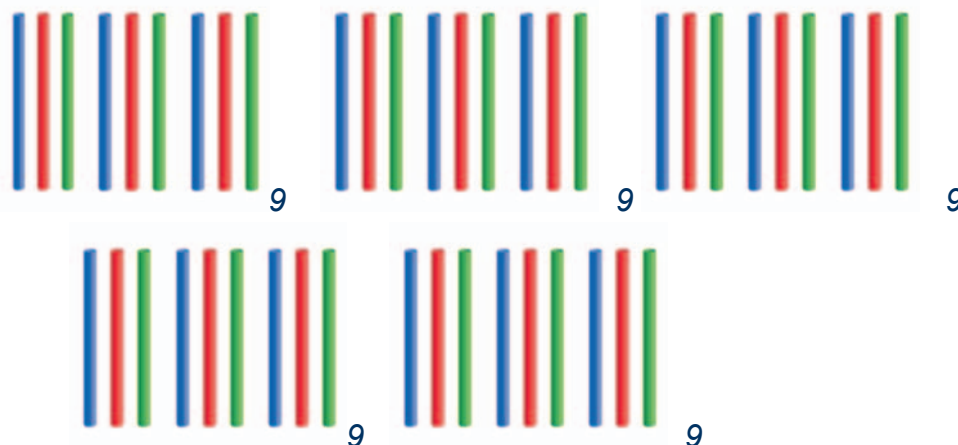
- Можете объяснить, как вы выполняли задание? Покажите, как вы разделили 28 на 7, используя палочки. Покажите, как вы полученный ответ умножили на 5 с помощью палочек.
 - Кто может поделиться с другими своим способом решения задачи?
- ◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся, что ученик / ученица из другой школы рассуждал / рассуждала так:
28 счетных палочек — это 2 связки по 10 палочек и еще 8 палочек.
- Делим их поровну и получаем 1 связку и 4 палочки.
 - Увеличиваем их количество в 5 раз. Получаем 5 связок по десять и 20 палочек, т.е. 7 связок по десять, всего 70.
- Спросите учащихся:
- *Вы согласны или не согласны?*
 - *Как вы думаете, почему он / она так выполнил / выполнила этот пример?*
 - *Что бы вы сказали ему / ей?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги обсуждения, обратите внимание на то, как были решены примеры. Используйте счетные палочки для моделирования и убедитесь, что учащиеся выполняют деление и умножение на своих счетных палочках, следуя за Вами.
- Скажите: Давайте потренируемся с другим примером: $36 : 4 \cdot 5$.
 - Попросите учащихся показать 36 палочек.



- *Нам нужно разделить $36 : 4$. Это означает, что нам нужно 36 палочек разделить на 4 равные группы, то есть из этих палочек составить 4 равные группы. Давайте выясним, сколько палочек входит в каждую группу.*
- *Покажите учащимся, как Вы делите палочки на равные группы. Вам нужно будет взять палочки из связок по десять и распределить их по 4 равным группам.*



- *Покажите 4 группы палочек по 9 в каждой.*
- *Мы знаем, что $36 : 4 = 9$, так как в каждой группе получилось по 9 палочек.*
- *Теперь нам нужно выполнить следующее действие в примере: умножить 9 на 5.*
- *Мы знаем, что умножить 9 на 5 означает составить 5 групп по 9 или 9 групп по 5. Давайте сделаем 5 групп по 9 и посмотрим, сколько у нас палочек.*



- *Покажите 5 групп палочек по 9 в каждой.*
- *Всего 45 палочек.*

♦ **Практика.** Попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Убедитесь, что при необходимости они используют счетные палочки и способ деления на группы объектов одинакового размера.

- **Уровень выше.** Упражнения могут быть на умножение двузначного на однозначное и деление двузначного на однозначное число. Например:
 - Вычислите удобным способом и объясните решение:
 - $35 : 7 \cdot 13$; $18 : 6 \cdot 14$; $42 : 6 \cdot 1$; $10 : 1 \cdot 3$.
 - Проверьте результат умножения делением, а деления — умножением.
- **Уровень соответствует.** Упражнения могут быть на умножение однозначного на однозначное и деление двузначных чисел на однозначное число. Например:
 - Вычислите с устным объяснением: $35 : 5 \cdot 8$; $18 : 6 \cdot 5$; $42 : 6 \cdot 3$.
- **Уровень ниже.** Задайте учащимся упражнения на деление и умножение чисел только в один шаг, например, $21 : 3$ или $4 \cdot 5$. Для вычисления учащиеся будут использовать счетные палочки.

Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:

- *Как вы решили примеры?*
- *Можете ли вы объяснить свое решение?*
- *Покажите, как вы выполнили эти действия на счетных палочках.*

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ♦ **Быстрая проверка** / Неформальное формирующее оценивание
 - Попросите учащихся показать:
 - 27 счетных палочек;
 - *как они разделят их на 3, используя счетные палочки и способ деления на равные части.*
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ♦ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.

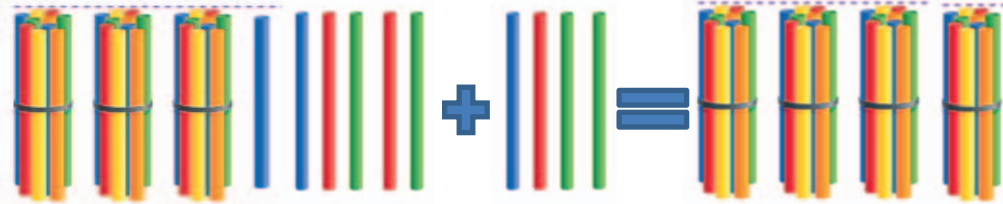
- *Сегодня мы выполняли деление и умножение чисел, используя счетные палочки и идею составления равных групп. Визуально представили процесс определения количества групп объектов одинакового размера. Существуют разные способы для понимания действия умножения или деления. Но какой бы способ мы не использовали, важно уметь объяснить, как мы его применили.*
- ◆ **Домашнее задание.** Дайте домашнее задание по учебнику на умножение однозначных чисел и деление двузначных чисел на однозначное число.
 - Задания могут быть текстовыми задачами в одно действие на умножение или деление чисел.
 - Для тех, кто затрудняется, дайте упражнения только с одним действием. Для вычисления учащиеся будут использовать счетные палочки.
 - Уровень сложности домашних заданий не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, поставленным во введении к уроку.



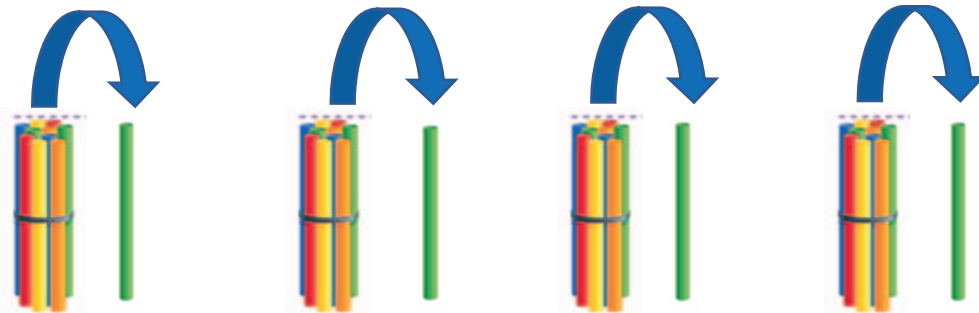
Дополнительная деятельность 1

Счетные палочки также можно использовать для того, чтобы помочь учащимся понять некоторые закономерности в арифметических действиях на умножение и деление. Ниже приведено дополнительное упражнение, которое поможет учащимся с выполнением действия деления на число 4.

- Давайте снова потренируемся с примером $36 : 4 = 9$.
- Чтобы было легче делить, мы округлим 36 до 40 ($40 = 36 + 4$).



$40 : 4 = 10$ (10 — одна связка палочек). Значит, берем 4 связки палочек и из каждой связки забираем по 1 палочке. У нас получилось 4 связки по 9 палочек



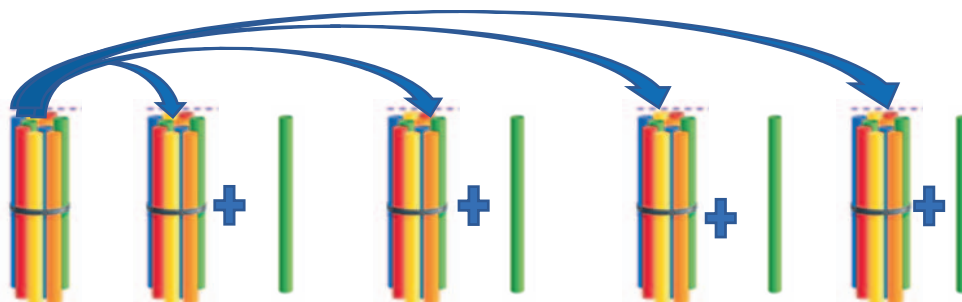
- Все покажите мне 36 палочек, то есть 4 связки по 9 палочек.
- По сколько палочек у нас получилось в каждой связке? (9).
Запишем выражение $36 : 4 = 9$.
- Далее нам надо 9 умножить на 5. Так как 9 — это $10 - 1$, то мы берем еще один десяток, убираем 1 палочку и добавляем к связкам.



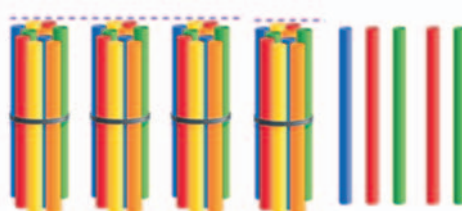
- У нас получилось 5 связок по 9 палочек, т.е. есть 5 связок из неполных десятков.



- Далее из одной связки мы возьмем по одной палочке и добавим в другие связки с одной недостающей единицей.



- У нас получилось 4 связки по 10 палочек и одна связка с оставшимися 5 палочками: $40 + 5 = 45$



- Давайте подумаем, почему этот прием работает. Когда мы вначале к 36 прибавили 4, чтобы получить 40, мы смогли легко выполнить деление круглого числа $40 : 4 = 10$. Итак, мы знаем, что у нас есть 4 связки по десять (покажите их). Затем мы должны убрать те 4 палочки, которые прибавили: по одной палочке из каждой связки.
- Можем ли мы вынуть 4 палочки из одной связки? Что получится при этом? (Обсудите это вопрос с учащимися, чтобы они смогли понять, что при делении важно образовать равные группы. Если мы вынимаем 4 палочки из одной связки, мы не получим равные группы).
- Когда вынимается 4 палочки из одной связки, а остальные остаются в прежнем количестве, то получаются неравные группы.



- Попросите детей использовать этот прием для решения примера: $18 : 3$.
- Моделируйте, используя палочки. Вначале покажите 18 палочек, затем добавьте 2 палочки, чтобы получилось 20. Спросите учащихся: можем ли мы из них составить 3 равные группы по 10? (Нет).
- Теперь учащиеся пробуют выполнить деление $18 : 2$. Покажите 18 палочек и добавьте к ним 2, чтобы получить 20. Затем спросите: можем ли мы из них составить 2 равные группы? (Да, по десять). Чтобы получить частное, из этих равных групп убираем добавленные палочки по одной из каждой группы. Итак, $18 : 2 = 9$.
- При выполнении деления с помощью счетных палочек этот прием удобен, так как составление групп из десяти, а затем выполнение деления требует меньше шагов в подсчете количества связок из десяти, чем подсчет отдельных палочек.

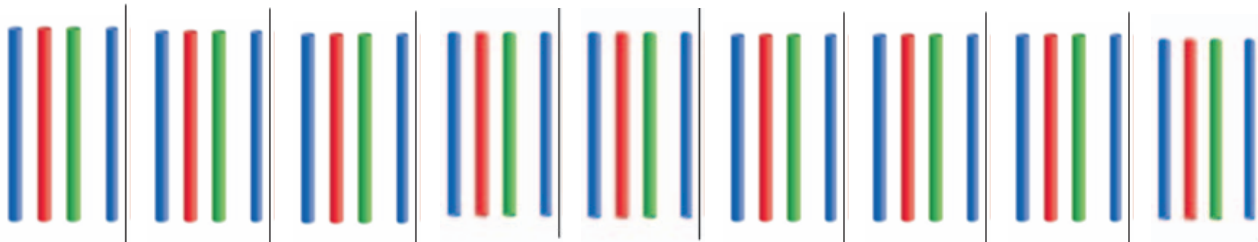
Дополнительная деятельность 2

Счетные палочки также можно использовать для того, чтобы помочь учащимся понять другой подход в определении арифметических действий умножения и деления. Далее приведено другое дополнительное упражнение, которое поможет учащимся с выполнением действия деления на число 4.

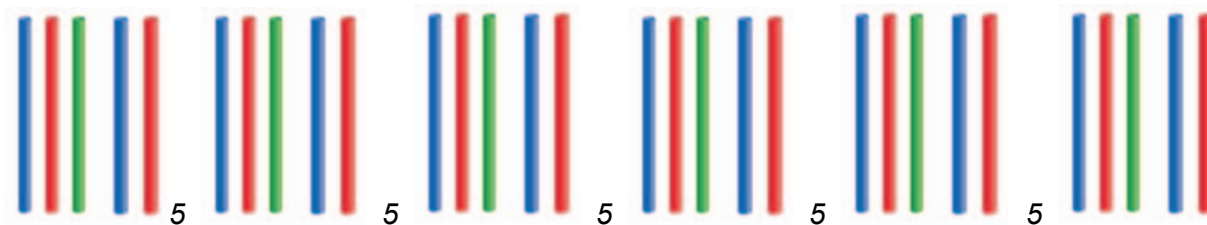
- Снова рассмотрим пример $36 : 4$. Теперь разделим по-другому. Распределим 36 палочек по 4 палочки в группе. *Когда мы делим количество палочек по 4, важно помнить, что мы в конечном итоге получаем равные группы по 4, или 9 раз по 4, т.е. сколько раз одно число содержится в другом.*
- Попросите учащихся показать 36 палочек.

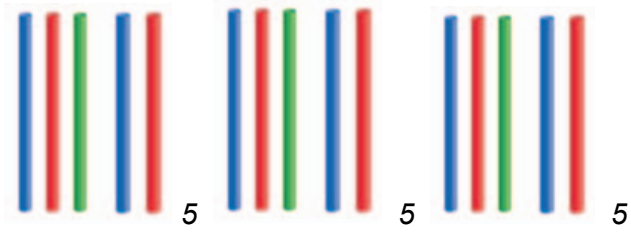


- Скажите: *Нам нужно разделить $36 : 4$. Это означает, что нужно 36 палочек разделить на равные группы по 4 палочки, т.е. из этих палочек составить равные группы, чтобы в каждой было по 4 палочки. Давайте выясним, сколько равных групп получится.*
- *Покажите учащимся, как вы делите палочки на равные группы по 4. Вам нужно будет взять палочки из связок и палочек и распределить их по 4 палочки.*



- *Покажите полученные 9 групп по 4 палочки в каждой.*
- *Мы знаем, что $36 : 4 = 9$, так как получилось 9 одинаковых групп по 4 палочки, т.е. 9 раз по 4. Теперь нам нужно выполнить следующее действие в примере: умножить 9 на 5.*
- *Мы знаем, что умножить 9 на 5 означает составить 5 групп по 9 палочек или 9 групп по 5 палочек. Давайте сделаем 9 групп по 5 и посмотрим, сколько у нас палочек.*
- *Покажите учащимся, как вы составляете 9 групп по 5 палочек (для этого возьмите еще 9 палочек и добавьте в каждую группу).*





- *Покажите 9 групп по 5 палочек в каждой.*
- *Всего 45 палочек.*



ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ТАБЛИЦА 1–100

«Таблица 1–100» – это модель, состоящая из 10 строк и 10 столбцов с числами от 1 до 100, расположенными на клетчатой основе. Учащиеся используют «Таблицу 1–100» для изучения математических понятий, таких как счет до 100, счет по группам, распознавание закономерности в числовом ряду, действий сложение, вычитание и умножение. «Цель “Таблицы 1–100” состоит в том, чтобы предоставить учащимся основу для размышления о десятичной системе счисления и позволить построить ментальную модель математической структуры системы счисления» (Scholastic, 2012). Структура «Таблицы 1–100» такова, что учащиеся, выполняя вычисления, могут считать единицы слева направо, а десятки — сверху вниз.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Таблица 1–100

Чтобы помочь учащимся ознакомиться с расположением чисел в «Таблице 1–100», учителя могут использовать следующий алгоритм действий:

- попросите каждого учащегося использовать монету или фишку в качестве отметки для фиксирования числа;
- напишите числа от 1 до 100 на отдельных листках бумаги и положите их в пакет. Достаньте из него один листок с каким-либо числом и попросите учащихся найти это число в таблице и поместить на него монету или фишку;
- достаньте из пакета другой листок с числом и спросите учащихся, как они будут перемещаться по таблице, чтобы найти его — вперед или назад (вправо или влево), вверх или вниз;
- повторяйте этот процесс до тех пор, пока все учащиеся не будут достаточно хорошо ознакомлены с таблицей. Они должны уметь найти строку или столбец, где находится данное число, а затем объяснить, куда нужно двигаться, чтобы найти искомое число.

Далее перечислены преимущества использования «Таблицы 1–100» по сравнению с другими конкретными и графическими моделями.

- «Таблица 1–100» работает аналогично числовой оси, но, объединяя каждые 10 единиц в один ряд, она помогает учащимся видеть закономерность расположения чисел и лучше понимать разрядное значение цифр в числе.

- «Таблица 1–100» дает учащимся возможность более оперативно складывать и вычитать двузначные числа, чем при использовании связок и палочек. Например, чтобы сложить 73 и 26, каждому учащемуся потребуется большое количество связок. Используя же «Таблицу 1–100», учащиеся легко смогут сложить любые двузначные числа, сумма которых меньше или равна 100.
- Сложение и вычитание по «Таблице 1–100» выполняется по одному и тому же правилу, независимо от того, требуется ли группировка для определения суммы и разности или нет. А при использовании связок и палочек или счетных материалов на основе десятков нужны разные правила: учащиеся должны выполнять одну процедуру, когда группировка нужна, и другую процедуру, когда этого не требуется.

«Таблица 1–100» действует как конкретная модель, если используется с отметками (монетами или фишками), и как графическая модель, когда учащиеся закрашивают клетки в таблице. Два примера в таблицах, приведенных далее, иллюстрируют, как использовать «Таблицу 1–100» для счета прыжками, а также для прибавления круглых чисел.

Понятие «счет прыжками»

Найдите закономерность в ряду чисел при счете пятерками до 60.

Конкретное представление	Графическое представление	Абстрактное представление																																																																																																																																																																																																								
<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td></tr> <tr><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td>34</td><td>35</td><td>36</td><td>37</td><td>38</td><td>39</td><td>40</td></tr> <tr><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>44</td><td>45</td><td>46</td><td>47</td><td>48</td><td>49</td><td>50</td></tr> <tr><td>51</td><td>52</td><td>53</td><td>54</td><td>55</td><td>56</td><td>57</td><td>58</td><td>59</td><td>60</td></tr> <tr><td>61</td><td>62</td><td>63</td><td>64</td><td>65</td><td>66</td><td>67</td><td>68</td><td>69</td><td>70</td></tr> <tr><td>71</td><td>72</td><td>73</td><td>74</td><td>75</td><td>76</td><td>77</td><td>78</td><td>79</td><td>80</td></tr> <tr><td>81</td><td>82</td><td>83</td><td>84</td><td>85</td><td>86</td><td>87</td><td>88</td><td>89</td><td>90</td></tr> <tr><td>91</td><td>92</td><td>93</td><td>94</td><td>95</td><td>96</td><td>97</td><td>98</td><td>99</td><td>100</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td></tr> <tr><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td>34</td><td>35</td><td>36</td><td>37</td><td>38</td><td>39</td><td>40</td></tr> <tr><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>44</td><td>45</td><td>46</td><td>47</td><td>48</td><td>49</td><td>50</td></tr> <tr><td>51</td><td>52</td><td>53</td><td>54</td><td>55</td><td>56</td><td>57</td><td>58</td><td>59</td><td>60</td></tr> <tr><td>61</td><td>62</td><td>63</td><td>64</td><td>65</td><td>66</td><td>67</td><td>68</td><td>69</td><td>70</td></tr> <tr><td>71</td><td>72</td><td>73</td><td>74</td><td>75</td><td>76</td><td>77</td><td>78</td><td>79</td><td>80</td></tr> <tr><td>81</td><td>82</td><td>83</td><td>84</td><td>85</td><td>86</td><td>87</td><td>88</td><td>89</td><td>90</td></tr> <tr><td>91</td><td>92</td><td>93</td><td>94</td><td>95</td><td>96</td><td>97</td><td>98</td><td>99</td><td>100</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	<p>Числовая последовательность: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60</p> <p>Закономерность: все числа в ряду заканчиваются цифрой 5 или цифрой 0</p>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																																																																																																	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20																																																																																																																																																																																																	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30																																																																																																																																																																																																	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40																																																																																																																																																																																																	
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50																																																																																																																																																																																																	
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60																																																																																																																																																																																																	
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70																																																																																																																																																																																																	
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80																																																																																																																																																																																																	
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90																																																																																																																																																																																																	
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100																																																																																																																																																																																																	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																																																																																																	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20																																																																																																																																																																																																	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30																																																																																																																																																																																																	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40																																																																																																																																																																																																	
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50																																																																																																																																																																																																	
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60																																																																																																																																																																																																	
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70																																																																																																																																																																																																	
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80																																																																																																																																																																																																	
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90																																																																																																																																																																																																	
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100																																																																																																																																																																																																	

Учащиеся могут переходить от конкретных к графическим и затем — к абстрактным представлениям, чтобы увидеть закономерности при счете прыжками. Сначала они используют конкретную модель «Таблицы 1–100», чтобы поместить отметку на каждую клетку с числом, которое они посчитали при счете прыжками. Затем они могут снова посчитать прыжками, используя графическую модель «Таблицы 1–100», и закрасить клетки с числами, которые они назвали. Наконец, они смогут написать закономерный ряд чисел, используя символы, и сделать вывод, что все числа в ряду оканчиваются цифрой 5 или цифрой 0. Дополнительным примером для изучения закономерности в ряду чисел является другой счет прыжками, например тройками, четверками, шестерками и др., а затем десятками (начиная с числа, как с 10, так и отличного от 10), и, наконец, счет по одиннадцать и т.д.

Понятие «прибавление круглого числа»

Найдите сумму 24 и 30.

Конкретное представление	Графическое представление	Абстрактное представление
		24, 34, 44, 54 $24 + 30 = 54$

Последовательное использование КГА поможет учащимся научиться прибавлять круглое число. Сначала учащиеся ставят отметку (монету или фишку) на клетку с числом в «Таблице 1–100» и движутся вниз по таблице, чтобы прибавить круглое число. Они могут повторить процесс, закрашивая клетки в таблице. Затем написать символами эти числа и числовое равенство. После того, как учащиеся выполнят тренировочные упражнения на нахождение суммы произвольного числа и круглого числа, они должны суметь описать быстрый способ нахождения таких сумм – сложить десятки, а единицы оставить прежними.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4: ТАБЛИЦА 1–100

В следующих фрагментах примерных уроков показано, как использовать «Множество моделей» в качестве стратегии с использованием «Таблицы 1–100». В этих фрагментах учащиеся используют «Таблицу 1–100» для визуализации числовых отношений, последовательностей и закономерностей в десятичной системе счисления. Эта модель позволяет им научиться эффективно складывать и вычитать двузначные числа, перемещаясь по «Таблице 1–100» для сложения или вычитания десятков, а затем — для сложения или вычитания единиц.



ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ «ТАБЛИЦЫ 1–100» ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ СЛОЖЕНИЮ И ВЫЧИТАНИЮ

Название /Тема: Письменные вычисления

Целевые классы: 1–2

Цель деятельности: Учащиеся будут выполнять сложение и вычитание удобным способом.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности, «Таблица 1–100».

Важность: Используя «Таблицу 1–100», учащиеся визуально представляют последовательность чисел, закономерности в ряду чисел; учатся прибавлять и вычитать двузначные числа с переходом через десяток и видят, как выполняются эти действия. Использование учащимися еще одной стратегии в вычислениях дает им возможность выбора наиболее удобных приемов. Это будет способствовать быстрым устным вычислениям, упрощению решений сложных примеров, а также подготовке к вычислениям с многозначными числами.

Связь с учебником: [Будет заполнено учителями позже.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут выполнять сложение и вычитание, используя «Таблицу 1–100». Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Запишите примеры на доске и попросите выполнить сложение в парах. Попросите учащихся использовать «Таблицу 1–100» для решения примеров и для того, чтобы показать, как они складывают следующие числа.

$$8 + 23$$

$$18 + 23$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- ◆ **Совет учителю.** В классе на видном месте должна висеть большая версия «Таблицы 1–100». При обсуждении и моделировании учитель использует таблицу, указывает на числа и перемещается вверх / вниз и влево / вправо так, как учащиеся будут делать эти перемещения на своих маленьких таблицах.
- ◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:
 - Какой ответ вы получили?
 - Можете объяснить, как вы решили пример? Покажите, как вы выполняли эти действия, используя «Таблицу 1–100».
 - Что вы заметили до решения примеров $8 + 23$ и $18 + 23$? Чем они похожи и чем отличаются? Объясните.
 - Кто может поделиться с другими своим способом решения?
- ◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся, что ученик / ученица из другой школы сделал / сделала следующие действия:
 - В первой строке отметил / отметила число 8.
 - Я знаю, что одна клетка — это один десяток, поэтому отсчитал / отсчитала 2 клетки вниз. Получается 2 десятка.
 - Затем в четвертой строке отсчитал / отсчитала слева направо 3 единицы. Получилось 33. Ответы: 33, 43.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или несогласны? Почему?*
 - Как вы думаете, почему он / она так решил/ решила этот пример?
 - *Что бы вы сказали ему / ей?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как были решены примеры. Используйте «Таблицу 1–100» для моделирования и убедитесь, что учащиеся последовательно работают вместе с вами, используя свои таблицы.
 - Скажите: Когда используем «Таблицу 1-100», важно помнить, что при сложении от данного числа отсчитываем клетки вниз — прибавляем десятки (1 клетка вниз — увеличение на 10). От данного числа отсчитываем клетки вправо — прибавляем единицы (1 клетка вправо — увеличение на 1). При вычитании от данного числа отсчитываем клетки вверх — отнимаем десятки (1 клетка выше — уменьшение на десяток). От данного числа отсчитываем клетки влево — отнимаем единицы (1 клетка влево — уменьшение на 1). Потренируемся на сложении чисел 35 и 27 и на вычитании чисел 86 и 39.
 - Покажите в таблице первое слагаемое. (В таблице все показывают число 35.)
 - Выполним сложение, начнем с десятков.
 - Сколько десятков нам надо прибавить? (2).
 - От 35 отсчитаем вниз 2 клетки, получаем 55. Это прибавили к 35 два десятка и получили 55.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Теперь прибавим единицы.
- Сколько единиц надо прибавить? (7).
- От 55 отсчитаем вправо 7 клеток, счет заканчивается на 62. Прибавили к 55 семь единиц, получили 62.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Запишем выражение: $35 + 27 = 62$. Ответ: 62.
- Покажем, как выполняется вычитание $86 - 39$.
- Укажите в таблице уменьшаемое. (В таблице все показывают число 86.)
- Начинаем с десятков.
- Сколько десятков надо отнять? (3).
- От числа 86 вверх отсчитаем 3 клетки, получаем 56. Это отняли от 86 три десятка и получили 56.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Теперь отнимем единицы. Сколько единиц следует отнять? (9).
- От 56 влево отсчитаем 9 клеток, счет заканчивается на 47. Отняли от 56 девять единиц и получили 47.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Запишем выражение: $86 - 39 = 47$. Ответ: 47.
 - Скажите: Когда выполняем действие сложения или вычитания, важно помнить правило перемещения вниз и вправо, вверх и влево.
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Убедитесь, что они используют «Таблицу 1–100» для вычисления с переходом через десяток.

- **Уровень выше.** Задайте учащимся более сложные примеры из учебника. Например:

Сравни выражения в каждом столбике. Найди значения трех первых примеров и не вычисляя найди ответ четвертого. Объясни решение

$$8 + 57 - 2$$

$$97 - 27 + 1$$

$$89 - 13 - 10$$

$$18 + 57 - 4$$

$$97 - 30 + 3$$

$$79 - 13 - 20$$

$$28 + 57 - 6$$

$$97 - 33 + 5$$

$$69 - 13 - 30$$

$$38 + 57 - 8$$

$$97 - 36 + 7$$

$$59 - 13 - 40$$

- **Уровень соответствует.** Задайте учащимся соответствующие по уровню примеры из учебника. Например:

Сравни выражения в каждом столбике. Найди значения двух первых из них и вычисли остальные легким способом. Объясни решение

$$8 + 57$$

$$97 - 27$$

$$89 - 13$$

$$18 + 57$$

$$97 - 30$$

$$79 - 13$$

$$28 + 57$$

$$97 - 33$$

$$69 - 13$$

$$38 + 57$$

$$97 - 36$$

$$59 - 13$$

- **Уровень ниже.** Задайте учащимся примеры на сложение или на вычитание двузначных, однозначных чисел или двузначных и круглых чисел. Например, $13 + 7$, $26 - 8$; $24 + 10$, $34 - 20$.

Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:

- *Как вы решили примеры?*
- *Можете ли вы объяснить свое решение?*
- *Покажите в «Таблице 1–100», как вы выполняли эти действия.*

Этап III. Оценивание результатов обучения

◆ Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание

- Попросите учащихся:
 - найти в таблице число 38;
 - затем попросите показать друг другу, как они прибавят или отнимут число 17.
- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.

◆ Повторите пройденное на уроке и свяжите его с целями, изложенными во введении.

Напомните учащимся, что они выполнили сложение и вычитание чисел с переходом через десяток. Для того чтобы было понятно и удобно выполнять эти действия, они использовали «Таблицу 1-100».

Когда используете «Таблицу 1-100», важно помнить: при сложении ведем счет от данного числа в направлении вниз – прибавляем десятки, затем вправо – прибавляем единицы. При вычитании ведем счет от данного числа вверх – отнимаем десятки, затем влево – отнимаем единицы.

◆ Домашнее задание. Дайте задание по учебнику.

- Задания могут быть на сложение или вычитание с переходом через десяток и содержать два двузначных числа.
- Для тех, кто затрудняется, задайте упражнения, где требуется найти сумму или разность двузначного и однозначного чисел.
- Учащиеся могут использовать при необходимости «Таблицу 1–100» для вычислений.
- Уровень сложности заданий не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, поставленным во введении в начале урока.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 4: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ «ТАБЛИЦЫ 1–100» ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Название / Тема: Числовые выражения

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: Учащиеся будут использовать «Таблицу 1–100» для вычисления значений числовых выражений с двузначными числами.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности, «Таблица 1–100».

Важность: Используя «Таблицу 1–100», учащиеся визуально представляют последовательность чисел, закономерности в ряду чисел, учатся прибавлять и отнимать двузначные числа с переходом через десяток и видят, как выполняются эти действия. Использование учащимися еще одной стратегии в вычислениях дает им возможность выбора наиболее удобных приемов и будет способствовать быстрым устным вычислениям, упрощению решений сложных примеров, а также подготовке к вычислениям с многозначными числами.

Связь с учебником: [Будет заполнено учителями позже.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут решать примеры на нахождение значений числовых выражений и пользоваться для вычислений «Таблицей 1–100». Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в паре или в малой группе вместе. Учащиеся могут использовать «Таблицу 1–100», чтобы показать, как они вычисляют.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Найдите значение числового выражения:

$$69 - 26 + 24.$$

- ♦ **Совет учителю.** В классе на видном месте должна висеть большая версия «Таблицы 1–100». При обсуждении учитель указывает на числа и

перемещается вверх / вниз и влево / вправо на большой таблице так, как учащиеся будут делать эти перемещения на своих маленьких таблицах.

◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.

○ Наводящие вопросы:

- Какой ответ вы получили?
- Можете объяснить, как вы нашли значение выражения? Как вы использовали «Таблицу 1–100», чтобы получить свой ответ?
- Кто может поделиться с другими своим способом решения задачи?

◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся, что ученик / ученица из другой школы рассуждал / рассуждала так:

- В таблице находим число 69.
- В выражении $69 - 26 + 24$ нужно:
- найти разность $69 - 26$. Для этого от числа 69 нужно переместить фишку вниз на 2 клетки до числа 89 и вправо на 6 клеток. Ответ 95.
- Чтобы найти $95 + 24$, нужно от числа 95 передвинуть фишку вверх на 2 клетки до числа 75 и потом вправо на 4 клетки. Получается 79. Ответ: 79.

○ Спросите учащихся:

- *Вы согласны или не согласны? Почему?*
- *Как вы думаете, почему он / она так решил / решила этот пример?*
- *Что бы вы сказали ему / ей?*

◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги обсуждения, обратите внимание на то, как были решены примеры. Используйте «Таблицу 1–100» для моделирования и убедитесь, что учащиеся следуют за вами, используя свои таблицы.

- Скажите: Когда находим значение числового выражения, важно помнить о визуальном (наглядном) представлении действий сложения и вычитания, которые выполняли на числовом луче.
- Чтобы решить выражение $69 - 26 + 24$, начинаем с вычитания.
- Нужно найти в «Таблице 1–100» число 69. Чтобы вычесть из него 26 (2 десятка и 6 единиц), нужно сначала вычесть 20. Для этого двигаем фишку вверх на две клетки (на 2 десятка) до числа 49.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Теперь, вычитаем единицы, их 6. Нам нужно переместить фишку влево на 6 клеток. Получим число 43.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Следующее действие — это сложение, $43 + 24$. Сначала к 43 прибавляем 20 (2 десятка). Найдем в таблице число 43 и двигаем фишку вниз на 2 клетки до числа 63.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Теперь, перемещаем фишку вправо, чтобы к 63 прибавить 4 единицы. Получим 67.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Запишем выражение и ответ: $69 - 26 + 24 = 67$.
- Важно помнить о визуальном (наглядном) представлении действий сложения и вычитания, которые мы выполняли на числовом луче.
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Убедитесь, что они используют «Таблицу 1-100» для вычисления. Упражнения могут быть на нахождение значения выражения, содержащие три двузначных числа или два двузначных числа и одно однозначное.
 - **Уровень выше.** Дайте учащимся более сложные примеры. Например:

Сравни выражения в каждом столбике и вычисли удобным способом.

$8 + 57 - 18$	$97 - 27 - 13$	$79 - 11 + 21$
$18 + 57 - 28$	$97 - 30 - 23$	$79 - 21 + 11$
$28 + 57 - 38$	$97 - 33 - 33$	$87 + 13 - 13$
$38 + 57 - 48$	$97 - 36 - 43$	$59 - 13 + 14$

- **Уровень соответствует:** задайте учащимся соответствующие по уровню упражнения из учебника. Например, найдите значение выражений:

$$48 + 39 - 32; \quad 69 + 26 - 54; \quad 56 - 27 + 43.$$

- **Уровень ниже.** Дайте учащимся примеры с тремя числами, в которых одно или два из них будут однозначными числами. Например, найдите значение выражений:

$$35 + 23 - 6, \quad 29 + 8 - 7.$$

Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:

- *Как вы решили примеры?*
- *Можете ли вы объяснить свое решение?*
- *Покажите в «Таблице 1–100», как вы выполняли эти действия.*

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка** / Неформальное формирующее оценивание
 - Попросите учащихся:
 - показать в «Таблице 1–100» число 45;
 - затем показать друг другу, как они отнимут 5 и прибавят 10.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное и свяжите его с целью, которая была изложена во введении.
 - Напомните учащимся, что они выполнили сложение и вычитание чисел, при этом использовали «Таблицу 1–100».
 - Когда используете «Таблицу 1–100», следует помнить: чтобы прибавить к числу десятки, нужно от числа перемещаться вниз. Двигая фишку вправо — прибавляем единицы. Чтобы из числа вычесть десятки, перемещаться нужно вверх. Двигая фишку влево, мы отнимаем единицы.
- ◆ **Домашнее задание.** Дайте задание по учебнику.
 - Задания могут быть на нахождение значений выражений и содержать три двузначных числа или два двузначных и два однозначных числа.
 - Для тех, кто затрудняется, задайте упражнения с числовыми выражениями, содержащие меньшие числа, одно или два из которых будут однозначными числами.
 - Учащиеся могут использовать при необходимости «Таблицу 1–100» для вычислений.
 - Уровень сложности заданий не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, поставленным во введении к фрагменту примерного урока.

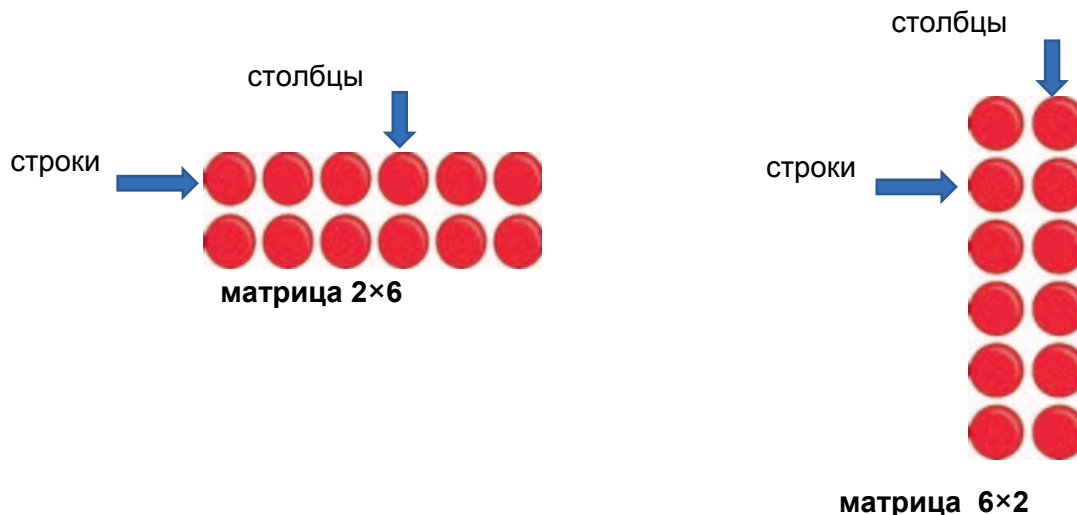




ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: МАТРИЦЫ

Матрица – это конкретная или графическая модель, созданная путем упорядоченного расположения физических объектов, изображений или фигур в строках и столбцах. Матрицы являются полезной моделью для представления умножения. «...матрица обеспечивает эффективную модель умножения: ... для выявления структуры умножения, будь то “многократное сложение” или “равное группирование” рядов или столбцов» (Küchemann, 2016). Матрицы описываются сначала указанием количества рядов, а затем указанием количества столбцов.

Круги, изображенные на рисунке слева, расположены в матрице 2×6 , а круги, изображенные на рисунке справа, расположены в матрице 6×2 .



Вводя матрицу в качестве математической модели для изучения понятия умножения, учителя могут начать с использования знакомых реальных ситуаций. Например, яйца в картонной коробке, ряды парт в кабинете или плитки шоколада в прямоугольной коробке, которые можно легко представить в виде матриц. «Чтобы добиться понимания понятия умножение, необходимо дополнять математический язык описанием ситуаций, в которых используется новое арифметическое действие. В частности, учащиеся на практике сталкиваются с умножением в ситуации, когда имеется несколько групп с одинаковым количеством предметов» (Shanty, 2012).

Матрицы полезны в качестве модели понятия умножения по следующим причинам:

- ♦ Матрицы помогают учащимся визуально представить действие умножение как многократное сложение. Например, в матрице 2×6 в картонной коробке с яйцами учащиеся видят, что количество яиц в матрице можно найти путем многократного сложения 2. Это приводит к пониманию того, что $2 \cdot 6 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$.
- ♦ Связь между умножением и делением легко увидеть с помощью матриц. Учащиеся могут видеть, что матрица 2×6 представляет собой 6 групп по 2, т.е. $2 \cdot 6 = 12$. Они также могут видеть, что 12 можно разделить по 2 на 6 групп (или 12 можно разделить на 6 групп по 2), т.е. $12 : 2 = 6$ (или $12 : 6 = 2$).



2×6 , т.е. 6 групп по 2, равно 12

$12 : 2$, т.е. в каждой группе по 2, равно 6 группам

- ♦ «Часто учащимся говорят, что если они знают значение числового выражения $3 \cdot 4$, то они должны знать значения, связанных с ним числовых выражений, таких как $12 : 3$ и $12 : 4$. Многие принимают это как правило, даже не понимая, почему это так. Модель матрицы, созданная из знакомых учащимся материалов, а затем используемая на практике для обсуждения и иллюстрации этих «семейств числовых выражений», является наглядной и эффективной моделью» (Day, 2015).
- ♦ Переместительное свойство умножения можно легко представить визуально с помощью матриц: «... понимание того, что при умножении (или сложении) не имеет значения, в каком порядке вы умножите (или сложите) числа, т.к. результат будет тот же, жизненно важно. Возможность поворачивать матрицу, чтобы показать, что четыре лота из трех дают ту же сумму, что и три лота из четырех, иллюстрирует это» (Day, 2015).

Матрицы легко поддерживают стратегию обучения КГА, переход от конкретного представления к графическому и абстрактному, поскольку их можно представить и в виде конкретных моделей объектов, и в виде графических моделей квадратов на клетчатой бумаге, и используя выражения с умножением чисел. Далее примеры в таблицах показывают, как матрицы используются для представления двух понятий, связанных с умножением.

Понятие «переместительное свойство умножения» показывает, что $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$.

Конкретное представление	Графическое представление	Абстрактное представление
<p>по 4 в каждой строке по 3 в каждой строке</p>  <p>3 строки 4 строки</p> <p>матрица 3 x 4 матрица 4 x 3</p>	<p>по 4 в каждой строке по 3 в каждой строке</p>  <p>3 строки 4 строки</p> <p>матрица 3 x 4 матрица 4 x 3</p>	<p>$3 \cdot 4 = 12$</p> <p>$4 \cdot 3 = 12$</p> <p>$3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$</p>

Чтобы визуально представить смысл переместительного свойства умножения, сначала учащимся предлагается поработать с конкретными предметами, чтобы сделать матрицу из 3 строк с 4 предметами в каждой строке и подсчитать их общее количество. Затем они создают матрицу из 4 строк с 3 предметами в каждой строке и подсчитывают общее количество. Таким образом, учащиеся устанавливают, что общее число предметов одинаково в обеих матрицах. Затем они могут изобразить это графически, нарисовав первую матрицу из 3 строк с 4 объектами в каждой строке, а затем повернуть лист бумаги на 90 градусов, чтобы увидеть матрицу из 4 строк с 3 объектами в каждой строке.

Наконец, учащиеся могут использовать символы для записи двух выражений на умножение, представленных матрицами: $3 \cdot 4 = 12$ и $4 \cdot 3 = 12$, а затем записать переместительное свойство умножения $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$.

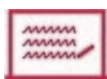
Понятие «связь между компонентами и результатами действий умножения и деления». Найдите частное $27 : 3$, используя произведение $3 \cdot 9 = 27$.

Конкретное представление	Графическое представление	Абстрактное представление
 <p>3 x 9 по 3 в каждой группе</p>	 <p>3 x 9 по 3 в каждой группе</p>	$3 \cdot 9 = 27$ $27 : 3 = 9$

В последовательности КГА при обучении определению связи между компонентами и результатами действий умножения и деления учащимся можно использовать манипулятивные счеты (их называют абакус), чтобы создать матрицу с 3 строками по 9 колец, и подсчитать их общее количество. Затем они делят кольца на группы по 3, оставляя пространство между столбцами матрицы, и считают количество групп. После действий с конкретными материалами, учащиеся представляют матрицу графически. Рисуют матрицу из 3 строк и 9 столбцов, обводят кругами группы по 3 и считают количество групп. Наконец, учащиеся могут представить показанный в матрице результат умножения символами. Записывают равенство $3 \cdot 9 = 27$ и соответствующий результат деления $27 : 3 = 9$.



Манипулятивные счеты (абакус)



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6: МАТРИЦЫ

Следующие фрагменты примерных уроков показывают, как использовать «Множество моделей» в качестве стратегии с использованием матрицы. В этих фрагментах примерных уроков учащиеся используют матрицы. Они нужны, чтобы понять умножение как способ нахождения общего числа объектов в группах одинакового размера, а также наглядно увидеть, что разные множители могут быть представлены в виде различных групп одинакового размера.



ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 5: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТРИЦЫ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ УМНОЖЕНИЮ

Название / Тема: Простые задачи на умножение

Целевые классы: 1–2

Цель деятельности: Учащиеся научатся решать простые задачи на умножение.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности, матрица.

Важность: Когда учащиеся узнают об умножении как о способе нахождения общей суммы объектов в нескольких равных группах с помощью визуализации процесса вычислений, у них улучшается понимание действия умножения. Это способствует дальнейшему усвоению и использованию таблицы умножения в вычислениях. Решение задач и примеров с помощью визуальных представлений, таких как матрица, не только помогает понять процесс, но и дает наглядный образ, на который дети могут опираться, когда начинают использовать и запоминать свойства, связанные с числами и арифметическими действиями.

Связь с учебником: [Будет заполнено учителями позже.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ◆ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут решать простые задачи и для решения задачи нарисуют матрицу. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ◆ **Решение задачи.** Напишите задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или в паре и нарисовать матрицу при решении задачи. Можно выбрать любые задачи, связанные с реальной ситуацией, которые они должны решить, используя арифметическое действие умножение.

У Акыла есть 5 конвертов. В каждый конверт он положил по 3 сома.

Сколько всего сомов он положил?

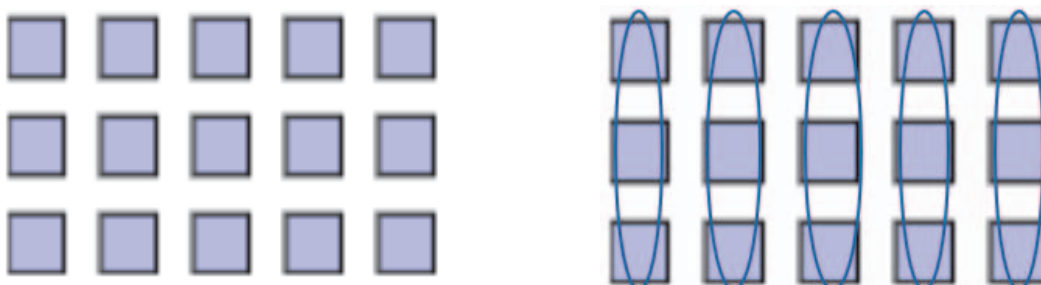
- ◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:
 - Как вы узнали, что ответ равен 15 сомам?
 - Можете объяснить, как вы решили эту задачу?
 - Кто может поделиться с другими своим способом решения задачи?
- ◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся, что когда это задание было предложено ученику / ученице из другой школы, у него / неё ответ получился 8. Действия были следующими:
 - Сначала нарисуем 5 квадратов.
 - Затем еще 3 и посчитаем все квадратики.
 - *Записываем выражение $5 + 3 = 8$. Ответ: 8 (сомов).*
- Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*

- *Как вы думаете, почему он / она так решил / решила эту задачу?*
- *Что бы вы сказали ему / ей ?*

- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача. Используйте матрицу для моделирования и убедитесь, что учащиеся выполняют шаги вместе с вами, используя свои матрицы.

Скажите: Когда решаем задачи на умножение, можем использовать матрицу. Матрица – это визуальное представление общего количества, в котором число строк отображает количество объектов в каждой группе, а число столбцов в матрице — количество равных групп.

В задаче сказано: У Акыла 5 конвертов по 3 сома в каждом. Задачу можно решить, умножив 3 на 5, $3 \cdot 5$. Также можно построить матрицу 3×5 , где 3 – сомы (количество объектов в каждой группе, число строк), а 5 – количество конвертов (количество равных групп, число столбцов).






- Итак, 3 объектов в 5 группах, или 3 строки и 5 столбцов, или $3 \cdot 5$, что составляет 15.
- Запишу выражение: $3 \cdot 5 = 15$ (сомов).
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся решить похожие задачи из учебника, где следует найти количество объектов в группах, выполнив одно или два действия. Попросите использовать при необходимости матрицу для решения задачи.
 - **Уровень выше.** Дайте задачу в два действия на нахождение количества объектов в группах. Затем полученное значение следует сравнить друг с другом. Например, у Аси 30 сомов. Она решила купить 3 тетради по 9 сомов или 4 ручки по 8 сомов. Что может купить Ася, тетради или ручки?
 - **Уровень соответствует.** Дайте задачу в одно действие, на нахождение количества объектов в группах. Затем полученное значение следует сравнить с другим числом. Например, у Аси 30 сомов. Она решила купить 3 тетради по 9 сомов. Хватит ли денег на покупку?
 - **Уровень ниже.** Дайте простую задачу, где для решения нужно выполнить действие умножения. Например, учительница дала всем учащимся по 3 тетради. Сколько тетрадей получили 7 учеников / учениц?

Пока учащиеся работают над задачей, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:

- *Как вы решили задачу?*
- *Можете ли вы объяснить свое решение?*
- *Покажите, как вы выполнили действие умножения?*

Этап III. Оценивание результатов обучения

◆ Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание

- Заранее подготовьте на доске условие задачи в одно действие. Объясните задачу учащимся.
- На одном диване 4 подушки. Сколько подушек на 3 таких же диванах?
- Попросите учащихся поделиться своим решением с соседом / соседкой по парте.
- Затем попросите учащихся показать:
 -  - если учащиеся легко решили задачу;
 -  - если у учащихся возникли затруднения с решением задачи;
 -  - если учащиеся не понимают задание и не знают, как решить задачу.

Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.

◆ Повторите пройденное на уроке и свяжите его с целью, которая была изложена во введении.

- Напомните учащимся, что они решали задачи, применяя действие умножения чисел, при этом использовали матрицу.
- Использование матрицы дает визуальное представление действия умножения. Вы можете отметить объекты, о которых идет речь в задачах, в строках и столбах матрицы, и найти решение, умножив количество строк на количество столбцов.

◆ Домашнее задание. Дайте домашнее задание из учебника.

- Найдите простые текстовые задачи на умножение, где полученное произведение следует сравнить с дополнительными данными в условии задачи и объяснить полученное решение.

Для тех, кто затрудняется, можно дать задачи, где требуется для решения одно действие умножение.

Учащиеся могут использовать при необходимости матрицу для проведения вычислений в решении задач.

- Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, поставленным в начале урока.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 6: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТРИЦЫ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ ТАБЛИЧНОМУ УМНОЖЕНИЮ

Название / Тема: Табличное умножение.

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: Учащиеся будут выполнять действие умножения и находить значение множителей по заданному произведению.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности, матрица.

Важность: Когда учащиеся узнают об умножении как о способе нахождения общей суммы объектов в нескольких группах с помощью визуализации процесса вычислений, у них улучшается понимание действия умножения. Это способствует дальнейшему усвоению умножения и его использованию в жизненных ситуациях. Решение задач и примеров с помощью визуальных представлений, таких как матрица, не только помогает понять процесс, но и дает визуальный образ, на который дети могут опираться, когда начинают использовать и запоминать свойства чисел и арифметических действий.

Связь с учебником: [Будет заполнено учителями позже.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ◆ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут решать примеры на умножение. Для этого они нарисуют матрицы. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ◆ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в паре или в малых группах и нарисовать матрицу 10×10 , чтобы показать, как они находят произведение чисел и значение множителей по произведению.

Найдите множители числа 48.

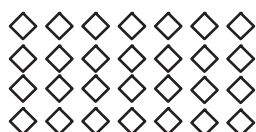
- **Совет учителю.** При обсуждении и моделировании учитель должен нарисовать матрицу на доске.
- ◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких детей поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:
 - Какой ответ вы получили?
 - Можете объяснить, как вы получили свой ответ?
 - Кто может поделиться с другими своим способом решения задачи?
- ◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: Когда это задание было предложено ученику / ученице из другой школы, он / она нарисовал / нарисовала матрицу, изображенную ниже, и сказал / сказала, что множителями являются числа 5 и 10.



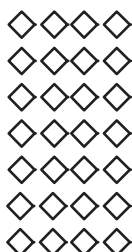
- Спросите учащихся:
 - Вы согласны или не согласны? Почему?
 - Как вы думаете, почему он / она так сделал/ сделала?
 - Что бы вы сказали ему / ей?

◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как был решен пример. Используйте матрицу для моделирования и убедитесь, что учащиеся выполняют решение вместе с вами, используя свои матрицы.

- Скажите: Матрица – это расположение объектов в равном количестве в строках и столбцах. Число строк в матрице может отображать количество объектов в каждой группе, а число столбцов в матрице — количество групп. Действие умножения в такой интерпретации — это количество строк, умноженное на количество столбцов.
- Чтобы найти множители числа 48, нам нужно найти разные способы представления количества объектов в строках и столбцах так, чтобы их общее количество равнялось 48.
- Давайте попробуем решить другой пример и найти множители числа 28. Какие у нас есть способы изображения матрицы с разными строками и столбцами, множителями числа 28?
- Один из способов — начать с известной нам комбинации. Я знаю, что произведение чисел 4 и 7 составит 28.



Я также знаю, что произведение чисел 7 и 4 тоже равно 28. В матрице это произведение выглядит так:

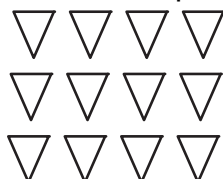


- Теперь посмотрим, есть ли способ получить 28 по-другому. Попросите учащихся нарисовать матрицы: 2×14 , а также 14×2 .



◆ **Практика.** Попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Убедитесь, что они рисуют матрицу для нахождения произведений. Упражнения могут быть на нахождение произведения однозначных чисел.

- **Уровень выше.** Дайте учащимся более сложные упражнения для работы с матрицами. Например, внетабличные случаи умножения: найдите множители чисел 55, 62, 77. Для этого нарисуйте матрицу.
- **Уровень соответствует.** Задайте учащимся соответствующие уровню упражнения для работы с матрицами. Например, Найдите множители чисел 54, 63, 72. Для этого нарисуйте матрицу.
- **Уровень ниже.** Дайте учащимся упражнения для работы с матрицами, где количество объектов в группах до 10, а количество групп не превышает 4. Например:
 1. Найдите с помощью матрицы произведение: $2 \cdot 3$; $3 \cdot 6$; $4 \cdot 9$.
 2. Какое произведение показано матрицей, на приведенном рисунке?



- Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - Как вы решили задачу?
 - Можете ли вы объяснить свое решение?
 - Покажите на матрице, как вы выполнили действие умножения?

Этап III. Оценивание результатов обучения

● Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание

- Попросите учащихся показать:
 - матрицу 7×8 ;
 - как они найдут множители числа 36.

Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.

- ◆ Повторите пройденное на уроке и свяжите его с целью, которая была изложена во введении.

Напомните учащимся, что они нашли множители, используя матрицу.

- Когда используете матрицу для умножения, важно помнить, что матрица – это модель (или схема) расположения объектов или фигур в равном количестве в строках и столбцах. Действие умножения с использованием матрицы – это количество строк, умноженное на количество столбцов.

- ◆ **Домашнее задание.** Задания могут быть на нахождение произведения однозначных чисел или для определения множителей по данному произведению.

- Для тех, кто затрудняется, задайте упражнения для работы с матрицами, в которых количество объектов в группах до 10, а количество групп не превышает 4.
- Учащиеся могут использовать при необходимости матрицу для проведения вычислений.
- Уровень сложности заданий не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, поставленным во введении к уроку.



КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ

Числа и арифметические действия

Подтема 1. Палочки и связи

Фрагмент примерного урока 1. Использование счетных палочек для сложения и вычитания, 1-2 класс

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество моделей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Сложение и вычитание двузначных чисел с использованием счетных палочек; ● Устное и письменное сложение и вычитание многозначных чисел 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика выполнения сложения и вычитания двузначных чисел с помощью счетных палочек</p>	<p>5. Арифметические действия</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Письменное и устное сложение и вычитание чисел и свойства их действий (1 класс). ◆ Компоненты сложения и вычитания, взаимосвязь между ними (1 класс). ◆ Письменное и устное сложение и вычитание двузначных чисел с однозначными или двузначными числами (1–2 классы). <p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ Простые задачи на увеличение и уменьшение числа, на разностное сравнение (1 класс). <p>7. Выражения</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ Нахождение значения выражения с действиями сложения и вычитания (1–2 классы). <p>Компетентности 5, 6, 7</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 1 класс: K1: 1.5.1; K2: 1.5.2; K4: 1.5.4. K1: 1.6.1. K1: 1.7.1; ● 2-класс: K1: 2.5.1; K1: 2.5.2; K4: 2.5.4. K1: 2.6.1. K1: 2.7.1.

Числа и арифметические действия

Подтема 1. Палочки и связи

Фрагмент примерного урока 2. Использование счетных палочек для вычислений, 3–4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество моделей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Умножение и деление двузначных чисел на однозначное с использованием счетных палочек. ● Устное и письменное умножение и деление двузначных чисел на однозначное 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика в выполнении умножения и деления чисел в пределах 100 с помощью счетных палочек</p>	<p>Стандарты: Содержательные линии / Компетентности</p> <p>5. Арифметические действия Письменное умножение и деление многозначного числа на однозначное число (3 класс).</p> <p>7. Выражения</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ Вычисление значения выражений со скобками и без скобок с применением свойств. Порядок выполнения арифметических действий (3–4 классы). <p>Компетентности 5, 7</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 3 класс: K1: 3.5.1; K2: 3.5.2. ● 4 класс: K2: 3.7.2 ● 4 класс: K2: 4.7.2

Числа и арифметические действия

Подтема 2. Таблица 1-100.

Фрагмент примерного урока 3. Использование «Таблицы 1-100» для обучения сложению и вычитанию, 1–2 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество моделей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Сложение и вычитание двузначных чисел, с использованием Таблицы 1-100; ● Устное и письменное сложение и вычитание многозначных чисел 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика выполнения и вычитания удобным способом с помощью «Таблицы 1-100».</p>	<p>5. Арифметические действия</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ Письменное и устное сложение и вычитание чисел, их свойства (1класс). ◆ Компоненты сложения и вычитания, взаимосвязь между ними (1 класс). ◆ Письменное и устное сложение и вычитание двузначных чисел с однозначными, двузначными числами (1–2 класс). <p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ Простые задачи на увеличение и уменьшение числа, на разностное сравнение (1 класс). <p>Компетентности 5, 6</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 1-класс: K1: 1.5.1; K2: 1.5.2; K4: 1.5.4. K3: 1.6.3. ● 2-класс: K1: 2.5.1; K1: 2.5.2; K4: 2.5.4. K3: 2.6.3.

Числа и арифметические действия

Подтема 2. Таблица 1-100

Фрагмент примерного урока 4. Использование «Таблицы 1-100» для вычислений, 3–4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество мo-делей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<p>Вычисление значения выражений удобным способом с использованием «Таблицы 1-100».</p> <ul style="list-style-type: none"> Письменное сложение и вычитание многозначных чисел, нахождение значения числовых выражений. 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика выполнения вычисления значений числовых выражений из двузначных чисел с помощью «Таблицы 1-100»</p>	<p>5. Арифметические действия</p> <ul style="list-style-type: none"> Письменное сложение и вычитание многозначных чисел (3-4 классы). <p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> Составные задачи на все арифметические действия, разностное и кратное сравнение (3-4 классы). <p>Компетентности 5, 6</p> <p>3 класс: K1: 3.5.1; K2: 3.5.2; K3: 3.5.3; K4: 3.5.4. K1: 3.6.1.</p> <p>4 класс: K1: 4.5.1; K4: 4.5.2. K1: 4.6.1.</p>

Числа и арифметические действия

Подтема 2. Матрица

Фрагмент примерного урока 5. Использование матрицы для обучения умножению, 2 класс

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество мo-делей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Понимание действия умножения, выполнение действия с помощью модели «Матрица». Устное и письменное деление чисел в пределах 100, многозначных чисел 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняет-ся учителем]	<p>Практика выполнения действия умножения и решения простых задач на умножение с использованием матрицы</p>	<p>5. Арифметические действия</p> <ul style="list-style-type: none"> Компоненты умножения и деления, взаимосвязь между ними (2 класс). <p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> Простые задачи на увеличение и уменьшение числа в несколько раз, деление по содержанию и на равные части (2 класс). Решение задач при помощи составления выражения (2 класс). <p>Компетентности 5, 6</p> <p>2 класс:</p> <ul style="list-style-type: none"> K1: 2.5.1; K2: 2.5.2. K2: 2.6.2.

Числа и арифметические действия

Подтема 2. Матрица

Фрагмент примерного урока 6. Использование матрицы для обучения табличному умножению, 3–4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество моделей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Глубокое понимание действия умножения, использование таблицы умножения в вычислениях. ● Устное и письменное умножение и деление чисел в пределах 100, многозначных чисел 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика выполнения действия умножения и определения множителей по заданному произведению с помощью матрицы</p>	<p>5. Арифметические действия</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ Письменное умножение и деление многозначного числа на однозначное число (3 класс). ◆ Составные задачи на все арифметические действия, разностное и кратное сравнение (3–4 классы). <p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ Составные задачи на все арифметические действия, разностное и кратное сравнение (3–4 классы). <p>Компетентности 5, 6.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 3 класс: К1: 3.5.1; К2: 3.5.2; К3: 3.5.3. К1: 3.6.1. ● 4 класс: К3: 4.5.3 К1: 4.6.1.



ПРИЛОЖЕНИЕ А: ШАБЛОН ФРАГМЕНТА ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ

Подтема / Фрагмент примерного урока:

Название / Тема:

Целевые классы:

Цель деятельности: Учащиеся будут ...

Необходимые материалы:

Важность:

Связь с учебником:

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ◆ **Введение.** Краткое представление учащимся информации о том, над чем они будут работать сегодня. Повторение учащимися предыдущих знаний по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ◆ **Решение задачи.** Выберите задачу для решения учащимися. Дайте учащимся 2–5 минут, в зависимости от сложности задачи, чтобы они смогли решить ее самостоятельно или в паре. Когда они решают задачу, проходите по классу, наблюдая и фиксируя для себя активность каждого учащегося.
- ◆ **Обсуждение.** Учащиеся делятся своими решениями, сосредотачиваясь на объяснении и обосновании своего решения.
 - Наводящие вопросы:
 - Какой ответ?
 - Как вы узнали, что ответ ____?
 - Можете объяснить, как вы получили ответ ____?
 - Кто может поделиться с другими учащимися своим способом решения задачи?
- ◆ **Противоположное предположение.** Предложите учащимся контррассуждение, в котором представлен неверный ответ. Спросите учащихся, что они думают об ответе и что могут сказать тому / той, кто сделал / сделала неверное решение.
 - Скажите учащимся, что вы разговаривали с учеником или ученицей из другой школы, и он / она сказал / сказала, что _____.
 - Спросите учащихся:
 - Вы согласны или не согласны? Почему?
 - Как вы думаете, почему он / она так сказал / сказала?
 - Что бы вы сказали ему / ей?
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги для класса, как была решена задача, опираясь на объяснения учащихся. При необходимости выполните рисунок на доске, чтобы проиллюстрировать решение задачи.

- ◆ **Практика.** Попросите учащихся решить аналогичную задачу. Вы можете найти ее в учебнике или сами составить. По мере необходимости предлагайте задачи более сложные или более простые.

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание**
Это возможность быстро определить, насколько хорошо учащиеся поняли содержание урока. Вы можете использовать такие методы:
 - большой палец вверх;
 - поднять руку и показать пальцами;
 - другие.
- ◆ **Повторите** ключевые моменты урока и свяжите их с целью, изложенной во введении.
 - Напомните учащимся о том, что они узнали сегодня, и скажите, что они должны практиковать это.
- ◆ **Домашнее задание.**
 - Найдите подходящие задачи в учебнике, которые учащиеся будут практиковать дома, или сами составьте их. Убедитесь, что эти задачи не сложнее уровня сложности заданий, решенных на уроке; не сосредоточены на другом навыке, чем тот, что был освоен в классе.



ПРИЛОЖЕНИЕ Б: ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Фрагмент примерного урока 1. Использование счетных палочек для вычислений																										
Тема: Письменное сложение и вычитание двузначных чисел																										
Задача	Класс	Уровень																								
<p>Выполните указанные действия, спускаясь по счетной лесенке. Если в результате получилось число, которое записано в рамке, значит, вычисления выполнены верно.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>14</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>12</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>13</p> </div> </div> <p>Используйте при вычислении счетные палочки</p>	2 класс	ниже																								
<p>Вычислите с устным объяснением.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> $\begin{array}{r} + 57 \\ + 16 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} + 48 \\ + 25 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} - 29 \\ - 18 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} - 54 \\ - 32 \\ \hline \end{array}$ </div>	2 класс	соответствует																								
<p>В начале года в приюте для бездомных животных было 35 собак и 47 кошек. К весне новый дом нашли 18 собак и 39 кошек. Сколько собак и кошек стало в приюте к весне?</p> <p>Используйте при решении задачи счетные палочки</p>	2 класс	соответствует																								
<p>На рынке продавали различные товары для сада, цветы и изделия ручной работы. Заполните таблицу.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Товар</th> <th>Привезли</th> <th>Продали</th> <th>Осталось</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Растения петунии</td> <td>45</td> <td>17</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Саженцы смородин</td> <td>38</td> <td></td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>Тряпичные коврики</td> <td>34</td> <td>18</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Плетеные корзины</td> <td>36</td> <td></td> <td>27</td> </tr> <tr> <td>Изделия из войлока</td> <td></td> <td>18</td> <td>17</td> </tr> </tbody> </table>	Товар	Привезли	Продали	Осталось	Растения петунии	45	17		Саженцы смородин	38		25	Тряпичные коврики	34	18		Плетеные корзины	36		27	Изделия из войлока		18	17	2 класс	соответствует
Товар	Привезли	Продали	Осталось																							
Растения петунии	45	17																								
Саженцы смородин	38		25																							
Тряпичные коврики	34	18																								
Плетеные корзины	36		27																							
Изделия из войлока		18	17																							
<p>На уроке Азамат мечтал: «Если бы к моим деньгам добавить столько, сколько у меня есть да ещё 15 сомов, мне бы хватило денег на комиксы. Сколько денег у Азамата, если комиксы стоят 55 сомов?»</p>	2 класс	выше																								

Фрагмент примерного урока 2. Использование счетных палочек для вычислений		
Тема: Умножение и деление чисел		
Задача	Класс	Уровень
Вычислите: $55 : 5 \cdot 6$; $72 : 8 \cdot 9$; $40 : 10 \cdot 6$.	3 класс	соответствует
Отец и сын купили на рынке картошку в 6 одинаковых сетках. Отец принес домой 4 сетки, а сын 2. Всего получилось 18 килограммов картошки. Сколько килограммов принес отец? Сколько килограммов принес сын? На сколько больше килограммов картошки принес отец, чем сын?	3 класс	соответствует
Для выполнения контрольной работы дали 45 минут. Каждое из 6 заданий я выполнил / выполнила за одинаковое время и у меня осталось еще 3 минуты. Сколько времени мне потребовалось для выполнения каждого задания?	3 класс	соответствует
В цепочке у Адии 48 бусинок. Бусинки чередуются по цвету: 3 красных и 3 белых. Сколько белых и красных бусинок нанизаны в цепочку Адии?	3 класс	выше
В классе, где учится Алия, 27 детей. В свой день рождения она хочет угостить всех одноклассников и учителя конфетами. Она принесла 3 коробки конфет, по 10 конфет в каждой коробке. Сколько конфет получит каждый?	3 класс	выше

Фрагмент примерного урока 3. Использование «Таблицы 1-100» для обучения сложению и вычитанию														
Тема: Письменные вычисления														
Задача	Класс	Уровень												
Сравните выражения в каждом столбике. Найдите значение двух первых из них и вычислите остальные легким способом. Объясните, как вы решили	2 класс	соответствует												
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>$7 + 25$</td> <td>$93 - 45$</td> <td>$82 - 15$</td> </tr> <tr> <td>$27 + 25$</td> <td>$93 - 49$</td> <td>$72 - 15$</td> </tr> <tr> <td>$47 + 25$</td> <td>$93 - 53$</td> <td>$62 - 15$</td> </tr> <tr> <td>$67 + 25$</td> <td>$93 - 57$</td> <td>$52 - 15$</td> </tr> </tbody> </table>			$7 + 25$	$93 - 45$	$82 - 15$	$27 + 25$	$93 - 49$	$72 - 15$	$47 + 25$	$93 - 53$	$62 - 15$	$67 + 25$	$93 - 57$	$52 - 15$
$7 + 25$			$93 - 45$	$82 - 15$										
$27 + 25$			$93 - 49$	$72 - 15$										
$47 + 25$	$93 - 53$	$62 - 15$												
$67 + 25$	$93 - 57$	$52 - 15$												
Какие однозначные числа можно записать в окошки, чтобы равенства были верными? $36 + \square + \square = 48$ $89 - \square - \square = 75$	2 класс	соответствует												
Выполните вычитание и проверьте сложением.	2 класс	соответствует												

Фрагмент примерного урока 3. Использование «Таблицы 1-100» для обучения сложению и вычитанию		
Тема: Письменные вычисления		
Задача	Класс	Уровень
$\begin{array}{r} 46 \\ - 37 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 28 \\ - 21 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 33 \\ - 19 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 16 \\ - 16 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 40 \\ - 38 \\ \hline \end{array}$		
Вокруг школы растет 76 деревьев. Когда школьники окопали часть деревьев, им осталось окопать еще 29 деревьев. Сколько деревьев окопали школьники?	2 класс	соответствует
Фрекен Бок испекла 37 плюшек. Малыш съел 5 штук, Карлсон на 17 штук больше съел, чем малыш. Домомучительнице достались оставшиеся плюшки. Кто сколько плюшек съел?	2 класс	выше

Фрагмент примерного урока 4. Использование «Таблицы 1-100» для вычислений		
Тема: Числовые выражения		
Задача	Класс	Уровень
Найдите значения выражений. Используйте при вычислении «Таблицу 1-100»: $58 + 37 - 27;$ $46 + 7 - 13;$ $46 + 28 - 54;$ $33 + 8 + 12 + 7$ $67 - 38 + 43;$ $18 + 25 + 2 + 5$	3 класс	соответствует
Для школьной столовой привезли фрукты: 30 кг яблок и по 17 кг груш и слив. Сколько всего привезли фруктов?	3 класс	соответствует
Мама дала Алисе 16 тетрадей в клетку, а в линейку — на 4 меньше. После этого у мамы осталось 12 тетрадей. Сколько тетрадей было у мамы?	3 класс	выше
В квартире подтекает водопроводный кран. За 6 мин набегают полный стакан воды. Сколько литров воды вытекает из неисправного крана за 60 мин, если 1 л воды — это 5 стаканов?	3 класс	выше
В школьном саду посадили 27 яблонь, 19 вишен и несколько персиков. Сколько посадили персиков, если всего было посажено 60 деревьев?	4 класс	соответствует
Фрекен Бок испекла 30 плюшек. Малыш съел несколько штук, Карлсон на 17 штук больше, чем Малыш. Домомучительнице досталось 3 плюшки. Кто сколько плюшек съел?	4 класс	выше

Фрагмент примерного урока 5. Использование матрицы для обучения умножению							
Тема: Простые задачи на умножение							
Задача						Класс	Уровень
Заполните таблицу.						2 класс	Соответствует
Множитель	2		2	4	6		
Множитель	7	3			3		
Произведение		6	8	12	15	18	
Для выполнения контрольной работы дали 40 минут. Каждое из 5 заданий я выполнил / выпонила за 8 минут. Сколько минут мне осталось, чтобы помочь своему другу / подруге?						2 класс	соответствует
В понедельник гусеница начала ползти вверх по дереву высотой 9 метров. За день она поднялась вверх на 5 метров, а за ночь опустилась на 2 метра. На какой день гусеница достигнет верхушки дерева?						2 класс	выше
Айзада начала печь блинчики в половине первого дня. Для приготовления каждого блинчика ей потребовалось 3 минуты. Всего она испекла 10 блинчиков. Сколько минут потратила Айзада на приготовление блинчиков? Во сколько Айзада закончила печь блинчики?						2 класс	выше
В баскетболе есть такие правила. За попадание мяча в корзину из бежевой зоны команда получает 3 очка. За попадание из желтой и зеленой зон – по 2 очка. Команда Азамата набрала 41 очко. Сколько раз спортсмены попали в корзину из бежевой зоны, если из желтой и зеленой зон попали по 5 раз?						2 класс	выше

Фрагмент примерного урока 6. Использование матрицы для обучения табличному умножению							
Тема: Табличное умножение							
Задача						Класс	Уровень
Найдите множители произведения 56, 72. Используйте матрицу 10x10						3 класс	соответствует

Фрагмент примерного урока 6. Использование матрицы для обучения табличному умножению

Тема: Табличное умножение

Задача	Класс	Уровень																																				
Найдите произведения чисел: 8 и 9; 8 и 10; 8 и 11, 10 и 11. Используйте матрицу 11x11	3 класс	соответствует																																				
<p>Дополните таблицу еще двумя строками и столбцами. Заполните ячейки, используя идею матрицы.</p> <table border="1" data-bbox="165 591 488 920"> <thead> <tr> <th></th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>2</th> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>10</td> <td>12</td> </tr> <tr> <th>3</th> <td>6</td> <td>9</td> <td>12</td> <td>15</td> <td>18</td> </tr> <tr> <th>4</th> <td>8</td> <td>12</td> <td>16</td> <td>20</td> <td>24</td> </tr> <tr> <th>5</th> <td>10</td> <td>15</td> <td>20</td> <td>25</td> <td>30</td> </tr> <tr> <th>6</th> <td>12</td> <td>18</td> <td>24</td> <td>30</td> <td>36</td> </tr> </tbody> </table>		2	3	4	5	6	2	4	6	8	10	12	3	6	9	12	15	18	4	8	12	16	20	24	5	10	15	20	25	30	6	12	18	24	30	36	3 класс	соответствует
	2	3	4	5	6																																	
2	4	6	8	10	12																																	
3	6	9	12	15	18																																	
4	8	12	16	20	24																																	
5	10	15	20	25	30																																	
6	12	18	24	30	36																																	
Найдите множители произведения 35, 56. Используйте для этого матрицу	3 класс	выше																																				
На 4 дня лошади необходимо 32 кг овса. Сколько килограммов необходимо лошади на 6 дней, если норма выдачи в день будет одинаковой	3 класс	соответствует																																				
В баскетболе есть такие правила. За попадание мяча в корзину из бежевой зоны, команда получает 3 очка. За попадание из желтой и зеленой зон – по 2 очка. Команда Азамата набрала 31 очко. Сколько раз могли спортсмены попасть в корзину из бежевой зоны? Из желтой и зеленой зон?	3 класс	выше																																				



ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПЛАН ДЕЙСТВИЙ

Модуль 6. Фрагменты примерного урока 1 / 2							
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду менять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании этой темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а) / изменил(а) в плане-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?	
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							

Модуль 6. Фрагменты примерного урока 3 / 4						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании этой темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а) / изменил(а) в плане-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Модуль 6. Фрагменты примерного урока 5 / 6						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании этой темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а) / изменил(а) в плане-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

МОДУЛЬ 7 ПО МАТЕМАТИКЕ

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ
ФИГУРЫ И
ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ
ОТНОШЕНИЯ**

Часть I

ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ



МОДУЛЬ 7 «ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ И ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ», ЧАСТЬ I

Модуль 7 «Геометрические фигуры и пространственные отношения» включает следующие темы:

- ◆ Ожидаемые результаты обучения согласно предметному стандарту по математике для начальных классов.
- ◆ Обзор использования блоков фигур и фигур, вырезанных из бумаги, в качестве математической модели для изучения пространственных отношений.
- ◆ Фрагменты примерных уроков, в которых используется модель «Блоки фигур и бумажные фигуры» для составления и разбиения фигур.
- ◆ Обзор использования вырезанных фигур в качестве математической модели для изучения связи между геометрическими фигурами на плоскости, между фигурами на плоскости и объёмными фигурами.
- ◆ Фрагменты примерных уроков, в которых используется модель «Бумажные фигуры» для представления геометрических фигур на плоскости и объёмных фигур.
- ◆ Обзор палетки в качестве математической модели для нахождения площади геометрических фигур и приближенного значения площади фигур нестандартной формы.
- ◆ Фрагменты примерных уроков, в которых используется модель «Палетка» для нахождения площади фигур.
- ◆ Календарно-тематический план по применению стратегий, который показывает, как интегрировать приведенные в модуле фрагменты примерных уроков в обычные уроки по учебнику.
- ◆ Приложение А. Шаблон фрагмента примерного урока.
- ◆ Приложение Б. Дополнительные задачи для самостоятельной работы.
- ◆ Приложение В. План действий.
- ◆ Приложение Г. Шаблоны для вырезания фигур.
- ◆ Приложение Д. Шаблон для копирования: бумага в клетку (в 1 кв. см).

ОБЗОР ПОНЯТИЙ: ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ И ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ



В модуле 7 рассматриваются понятия, определения и свойства геометрических фигур, их связь с другими фигурами при построении и разбиении. В модуле 8 представлено расширенное понимание пространственных отношений. Под пространственным отношением будем понимать описание того, как объект, например, геометрическая фигура, расположен в пространстве по отношению к объекту-ориентир. Когда у учащихся развивается понимание пространственных отношений, у них одновременно формируется навык, являющийся частью более широкого набора навыков, именуемых пространственным мышлением.

Учащиеся, у которых развито пространственное мышление, могут понять: как выглядят объекты, когда их переворачивают или поворачивают; изучить, как они выглядят с разных сторон, т.е. представить их вид сверху, сбоку или изнутри; разобраться, как можно составить фигуры, чтобы построить другие фигуры, и как расположен объект относительно другого объекта.



Одна из глав книги «Вовлечение детей младшего возраста в математику: стандарты дошкольного математического образования» посвящена обсуждению аспектов изучения геометрии и пространственного мышления в дошкольном образовании. «Раньше наши знания о геометрическом и пространственном мышлении детей младшего возраста были не столь обширны, как знания о количественном мышлении. В настоящее время их стало существенно больше и они могут быть использованы в качестве основы для разработки учебных программ и обучения» (Клементс, 2004). Далее в списке приводится обобщение нескольких руководящих принципов, которые, по мнению Клементса, могут помочь при обучении важным вопросам о геометрических фигурах и пространственных отношениях.

- ◆ Поощряйте учащихся к обсуждению понятия *фигура* и свойств разных фигур;
- ◆ давайте учащимся возможность поработать с разными моделями каждого вида фигур. Обсуждайте модели одного вида и разных видов фигур;
- ◆ представляйте угол как геометрическую фигуру, имеющую важные свойства;
- ◆ предоставляйте учащимся возможность построить фигуры на плоскости, составить и разбить их;
- ◆ опирайтесь на знания учащихся о пространственных отношениях при изучении таких тем, как направление, расстояние, местоположение и координаты.

Пространственное мышление было предметом многих исследований в области образования. «Многочисленные исследования также показывают, что для академической успеваемости пространственное мышление гораздо важнее, чем ранее думали многие учителя начальных классов. Исследования показывают, что навыки пространственного мышления играют значительную роль в обучении математике, в развитии навыков решения задач и понимания прочитанного ...» (Schroeter, 2017).



В одном из исследований изучалась природа способностей учащихся начальных классов к пространственному мышлению и их связь с успеваемостью по математике. Исследователи обнаружили прочную взаимосвязь между способностью к пространственному мышлению и успеваемостью по математике, которую оценивали по результатам выполнения арифметических действий, усвоению тем, умению применять знания на практике и общими отметками в обучении. Они пришли к выводу, что в дополнение к наглядным представлениям навыки пространственного мышления учащихся можно совершенствовать с помощью специальных методов обучения. «Задания на развитие навыков пространственного мышления должны быть включены в учебную программу по математике. ... Однако сформированности пространственного мышления можно достичь таким же образом, как это делается для развития навыков чтения, что улучшит способность детей к пространственному мышлению и визуальную грамотность» (Seng, 2000).

Было доказано, что более глубокое понимание учащимися пространственных отношений улучшает не только понимание геометрических понятий. Результаты недавнего исследования показали, что у учащихся, обладающих более развитыми навыками пространственного мышления, также лучше развиты навыки вычисления. В ходе исследования оценивались пространственные представления у детей в возрасте пяти лет, знание числовой оси — в возрасте шести лет, способность к вычислению — в возрасте восьми лет. «Мы обнаружили, что уровень сформированности навыков пространственного мышления детей в возрасте 5 лет определил степень знания числового луча в возрасте 6 лет, что в свою очередь определило их эффективность в решении примеров на вычисления в возрасте 8 лет» (Gunderson, 2012).

Подтемы и обучающие фрагменты примерных уроков модуля 8 направлены на развитие у учащихся понимания геометрических фигур и совершенствование навыков определения пространственных отношений. Учащиеся используют в качестве математической модели как геоборд, так и карты, схемы, чтобы определить местоположение и назвать относительные положения объектов и фигур.

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ И ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ, ЧАСТЬ I
РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХ
КЛАССОВ**

Содержательная линия	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
<p>1. Пространственные отношения</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Распределение предметов на группы по признакам и формам. ● Сравнение групп предметов. ● Взаимное расположение предметов на плоскости и в пространстве. ● Направление движения 	<ul style="list-style-type: none"> ● Различия многоугольников, распределение их на группы. ● Составление фигур из частей и разбиение фигур на части. ● Пространственные и временные представления 	<ul style="list-style-type: none"> ● Определение известной и неизвестной части фигуры. ● Нахождение половины, трети и четвертой части фигуры. ● Решение задач на нахождение неизвестной части фигуры 	<ul style="list-style-type: none"> ● Сравнение известной и неизвестной части фигуры
<p>2. Геометрические фигуры</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Простые геометрические фигуры. ● Многоугольник. ● Сумма длин сторон фигур. ● Обозначение фигур буквами 	<ul style="list-style-type: none"> ● Прямоугольник. Квадрат. ● Многоугольник и вычисление его периметра 	<ul style="list-style-type: none"> ● Окружность. Круг. ● Радиус, диаметр и центр круга. ● Построение фигур с помощью циркуля и линейки. ● Треугольники. Виды треугольников (разносторонний, равнобедренный, равносторонний). ● Площадь прямоугольника 	<ul style="list-style-type: none"> ● Нахождение площади (S) и периметра (P) многоугольников. ● Определение неизвестной стороны прямоугольника по известным сторонам и площади. ● Палетка. ● Объёмные фигуры (куб, пирамида, шар, цилиндр, конус, параллелепипед). ● Нахождение периметра (P) и площади (S) граней объёмных фигур (куб, параллелепипед). ● Конструирование объёмных фигур

Содержательная линия	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
4. Величины	<ul style="list-style-type: none"> • Единицы измерения длины: сантиметр (см), дециметр (дм). • Отношения между единицами измерения, их преобразование и сравнение 	<ul style="list-style-type: none"> • Единицы измерения длины: миллиметр (мм), метр (м). • Таблица единиц длины. • Связь между единицами измерения, их преобразование и сравнение 	<ul style="list-style-type: none"> • Единицы измерения площади: см², дм², м². • Отношения между единицами измерения, их преобразование и сравнение. • Арифметические действия с величинами 	<ul style="list-style-type: none"> • Единицы измерения площади: мм², км², ар, гектар. • Таблица единиц измерения длины, площади, массы, времени. • Отношения между единицами измерения, их преобразование и сравнение. • Арифметические действия с величинами
6. Задачи	<ul style="list-style-type: none"> • 	<ul style="list-style-type: none"> • Геометрические задачи (длина ломаной, периметр многоугольника). • Решение задач при помощи составления выражения 	<ul style="list-style-type: none"> • Задачи, содержащие зависимость между величинами. • Геометрические задачи (периметр многоугольника, площадь прямоугольника, квадрата) 	<ul style="list-style-type: none"> • Задачи нахождение стороны прямоугольника по известной площади и другой стороне; • Задачи нахождение периметра и площади многоугольников, грани объемных фигур (куб, параллелепипед)

Ожидаемые результаты обучения учащихся (по ступеням и классам)

В таблице:

- первая цифра обозначает класс;
- вторая цифра - номер содержательной линии;
- третья цифра – номер компетентности;

Например, 1.1.1. – первая 1 – класс, вторая 1 – номер содержательной линии, третья 1 – номер компетентности.

(К1 – предметная компетентность, К2 – информационная, К3 – социально-коммуникативная, К4 – “самоорганизация и разрешение проблем”)

Ожидаемые результаты				
Компетен-ности	Ожидаемые результаты			
	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
К1	Учащийся 1.1.1. называет предметы, определяет количество и группы предметов; 1.2.1. называет и различает геометрические фигуры. Находит сумму длин сторон многоугольника (прямоугольника, квадрата, треугольника). Использует буквы при обозначении геометрических фигур; 1.4.1. понимает и называет единицы измерения длины (см, дм, м), массы (кг), вместимости (литр); 1.6.1. устно составляет и моделирует задачи на сложение и вычитание	Учащийся 2.1.1. сопоставляет признаки предметов и классифицирует предметы в группы по признакам; 2.2.1. характеризует свойства геометрических фигур и сравнивает геометрические фигуры по форме. Определяет длину отрезка и ломаной. Знает формулу нахождения периметра геометрических фигур (прямоугольника, квадрата). Вычисляет периметр изученных геометрических фигур; 2.4.1. знает и обозначает единицы измерения длины (мм, см, дм, м); 2.6.1. рассказывает о решении составных задач на нахождение суммы, разности, планирует и устно воспроизводит ход решения задачи	Учащийся 3.1.1. определяет неизвестную часть из частей предметов по признакам. Разбивает фигуру на указанные части и конструирует фигуры из частей. 3.2.1. различает окружность и круг, радиус и диаметр. Находит площадь и периметр прямоугольника, квадрата, прямоугольного треугольника, применяя формулу. 3.4.1. знает и различает величины длины, ... , площади и их единицы измерения. Называет единицы площади; 3.6.1. выбирает арифметические действия для решения задачи и объясняет их выбор; определяет число и порядок действий	Учащийся 4.1.1. сравнивает известные и неизвестные части предметов, аргументирует выбор. Разбивается во взаимном расположении фигур на плоскости. 4.2.1. определяет радиус и диаметр окружности и круга. Находит периметр и площадь многоугольника, граней объёмных фигур, площадь фигуры, составленной из прямоугольников. Находит площадь фигуры с помощью палетки; 4.4.1. соотносит единицы измерения величин. Выбирает необходимую единицу площади для вычисления площадей фигур; 4.6.1. анализирует предложенные варианты решения задачи, выбирает из них верные. Рассказывает о способах решения составных задач
	К2	Учащийся 1.1.2. распознает предметы, распределяет их на группы: <i>столько же, больше на, меньше на</i> , и определяет их количество;	Учащийся 2.1.2. называет местоположение предметов в пространстве и на плоскости, сопоставляет их с геометрическими формами;	Учащийся 3.1.2. рисует предметы, делит их на равные части, решает задачи на нахождение неизвестной части из частей предметов;

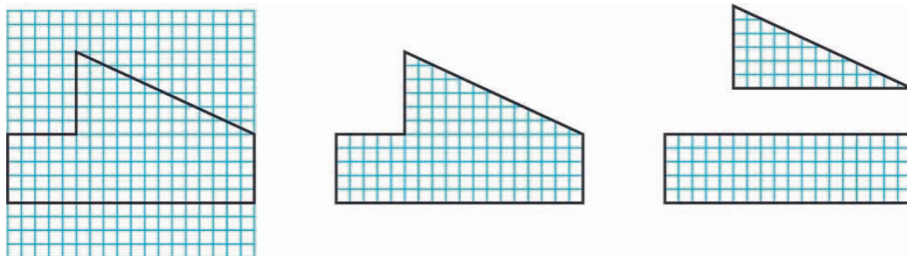
Ожидаемые результаты				
Компетен-ности	Ожидаемые результаты			
	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
К3	1.2.2. чертит геометрические фигуры: линии, отрезки, многоугольники; 1.4.2. выявляет общий принцип измерения величин, использует его для измерения, переводит единицы измерения длины в мелкие и крупные	2.2.2. выполняет построение углов и четырехугольников по заданным параметрам; 2.4.2. переводит единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия (сложение, вычитание) с единицами измерения (длина, ...)	3.2.2. чертит из отрезков многоугольники. Пользуется циркулем при построении окружности, треугольника; 3.4.2. переводит единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия сложение и вычитание с величинами (длина, площадь)	4.2.2. строит из отрезков многоугольники, из квадрата и прямоугольника макеты объёмных фигур; 4.4.2. переводит единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия сложение, вычитание, умножение, деление с величинами (длина, площадь)
	Учащийся 1.1.3. сравнивает количество предметов, устанавливает взаимосвязь по определенным признакам, определяет направление движения; 1.2.3. сравнивает отрезки разной длины, ломаные; 1.4.3. различает величины и соотносит их единицы измерения	Учащийся 2.1.3. исследует предметы окружающего мира и определяет их разнообразное расположение в пространстве и на плоскости; 2.2.3. сравнивает периметр четырехугольников; 2.4.3. анализирует выполненные арифметические действия с единицами измерения	Учащийся 3.1.3. распознает особенность предметов, сравнивает известные и неизвестные части, находит половину, третью и четвертую части фигуры; 3.2.3. различает способ нахождения площади фигуры с использованием формулы	Учащийся 4.1.3. анализирует решение задачи на определение известных и неизвестных частей фигуры; 4.2.3. описывает свойства объёмных фигур. Сравнивая, определяет площадь многоугольников и объёмных фигур
К4	Учащийся 1.1.4. разбивает группы предметов на части по заданному признаку, находит «лишний» предмет по какому-либо признаку; 1.2.4. различает, изображает и называет точку, отрезок, луч, прямую и кри-	Учащийся 2.1.4. устанавливает пространственно-временные отношения, описывает последовательность событий и расположение объектов; 2.2.4. распознаёт и изображает отрезок, ломаные линии, многоугольник, устанавливает соотношения	Учащийся 3.1.4. распознает в предметах окружающей обстановки изучаемые фигуры, описывает их свойства; 3.2.4. разбивает фигуры на части, составляет их из частей, устанавливает равенство и неравенство геометрических фигур;	Учащийся 4.1.4. моделирует разнообразные ситуации расположения объектов в пространстве и на плоскости; 4.2.4. распознает, называет и различает фигуры: многогранник и его виды (прямоугольный параллелепипед, пирамида), круглые тела

Ожидаемые результаты				
Компетентности	Ожидаемые результаты			
	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
	<p>вую линию, замкнутую и незамкнутую линии, области и границы;</p> <p>1.4.4. приводит примеры соотношения между единицами измерения каждой из величин в жизненных ситуациях;</p> <p>1.6.4. по рисункам, схемам, выражениям самостоятельно составляет задачи на увеличение, уменьшение числа на несколько единиц, на разностное сравнение, на нахождение суммы, остатка</p>	<p>между целым отрезком и его частями;</p> <p>2.4.4. рассказывает о соотношениях между единицами измерения каждой из величин, используя жизненные ситуации;</p> <p>2.6.4. самостоятельно составляет составные задачи и решает их. Применяет изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях</p>	<p>3.4.4. приводит примеры использования величин в повседневной жизни;</p> <p>3.6.4. самостоятельно презентует способы решения составных задач. Контролирует правильность выполнения изученных способов при решении задач</p>	<p>(цилиндр, конус) на моделях. Изготавливает (конструирует) модели объемных фигур из квадрата, прямоугольника, соотносит модель объемной фигуры с предметами окружающей обстановки;</p> <p>4.4.4. самостоятельно использует таблицы соотношения единиц измерения величин при выполнении арифметических действий;</p> <p>4.6.4. различает рациональный и иррациональный способы решения задачи. Выявляет причину, ошибки в решении задачи и корректирует её, оценивает свою работу</p>

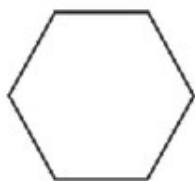


ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: СОСТАВЛЕНИЕ И РАЗБИЕНИЕ ФИГУР. БЛОКИ ФИГУР

Блоки фигур это геометрические фигуры (треугольники, четырёхугольники, круг и др.), различающийся по форме, цвету, размеру и толщине, сделанные из различных материалов. Блоки фигур можно использовать в качестве математической модели для изучения пространственных отношений. Используя их, учащиеся могут называть фигуры и обсуждать их свойства, составлять и разбивать фигуры, а в старших классах это поможет им понять дроби. Бумажные фигуры, называемые вырезанными фигурами, являются прототипом блоков фигур. Когда учащиеся рисуют и вырезают фигуры из бумаги в клетку, они могут легко поворачивать и переворачивать фигуры, чтобы изучить, как они подходят друг к другу для составления других фигур. Они также могут разрезать на части сложные фигуры, чтобы разбить их на более простые фигуры.



Специальный набор фигур для вырезания состоит из шести геометрических фигур: шестиугольника, треугольника, квадрата, трапеции, параллелограмма и ромба. Размеры боковых сторон и углов этих вырезанных из бумаги фигур сконструированы таким образом, чтобы они легко подходили друг к другу и полностью покрывали плоскую поверхность. Длина всех сторон составляет 2,5 см, а размеры всех углов — 30° , 60° , 90° , 120° или 150° . (См. Приложение D. Основной шаблон для изготовления вырезанных фигур.)



Шестиугольник

Треугольник

Квадрат

Трапеция

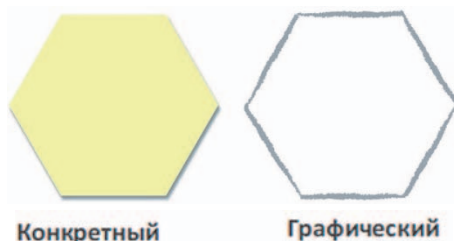
Параллелограмм

Ромб

Использование вырезанных фигур в качестве математической модели имеет ряд преимуществ

- Вырезанные фигуры доступны по цене.
- Поскольку вырезанные фигуры легко переносить, учащиеся могут забирать их домой, чтобы вместе с родителями поработать с ними и закрепить изученный в классе материал.
- Вырезанные фигуры можно гибко интегрировать в уроки в качестве модели.
- Учителя с легкостью могут создавать наглядные пособия, используя вырезанные фигуры для моделирования задач из учебника.

«Чтобы научиться рассуждать, используя геометрические понятия, дети должны изучить конкретный материал, манипулировать и экспериментировать с конкретными материалами, прежде чем они смогут использовать абстрактные символы» (Brown, 2009). Учащиеся переходят от конкретных к графическим и абстрактным представлениям (КГА), сначала используя вырезанные модели для изучения фигур, а затем показывая их графические изображения.



Использование вырезанных фигур в классе как часть последовательности КГА предполагает ряд преимуществ в обучении.

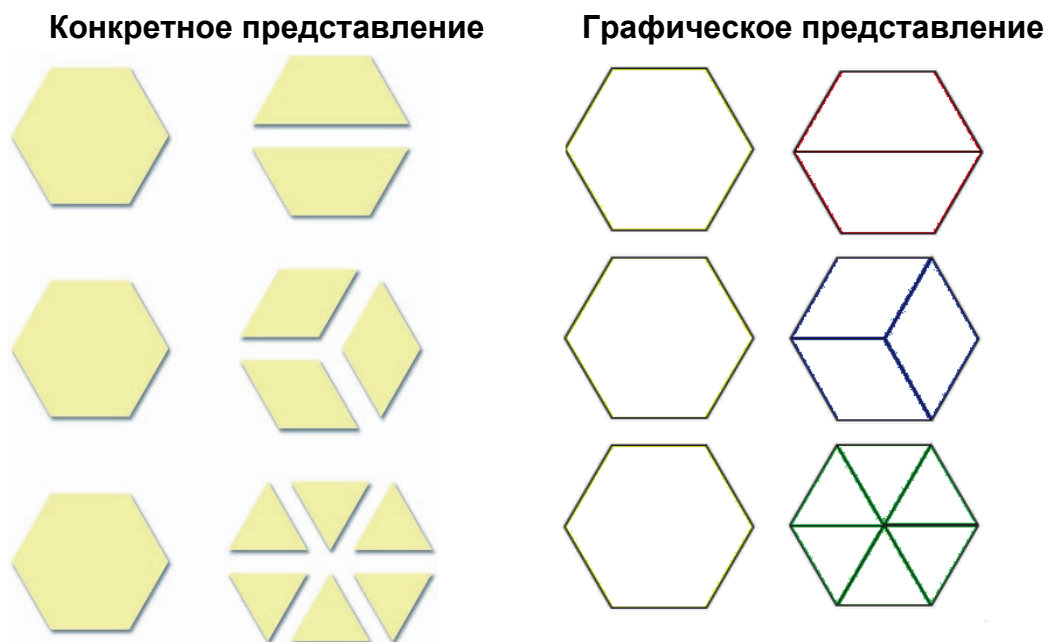
- По мере того, как учащиеся манипулируют вырезанными фигурами, они начинают изучать и описывать свойства геометрических фигур на плоскости, а затем и грани объёмных фигур.
- Учащиеся используют пространственную визуализацию для создания мысленных образов геометрических фигур.
- Учащиеся узнают и учатся изображать геометрические фигуры в разных положениях.
- Учащиеся учатся различать разные углы, чтобы сложить фигуры вместе.
- По мере того, как учащиеся учатся складывать фигуры вместе, они учатся предсказывать результаты, а затем проверяют свои предположения.
- Учащиеся изучают понятие площади, когда «покрывают» поверхность различными вырезанными фигурами и видят, что некоторые комбинации фигур покрывают ее, а некоторые нет.

Сначала учащиеся используют вырезанные модели, чтобы называть фигуры и определять их свойства. Затем они переходят к пониманию того, как составлять фигуры (соединять две или более вместе, чтобы построить более крупную составную фигуру) и разбивать их (раскладывая составную на более мелкие фигуры). Фактически исследователи определили последовательность этапов обучения построению фигур. «Далее приводится основанная на исследованиях последовательность развития, или траектория обучения, которая приблизительно охватывает возраст от 4 до 8 лет... Основная компетенция заключается в «сложении» фигур для получения составных фигур» (Клементс, 1999). Исследование выявило семь уникальных этапов составления фигур. Когда учащиеся достигают этапа «составление фигур», они складывают фигуры, чтобы составить новые или заполнить мозаику из фигур. На этом этапе учащиеся сравнивают стороны и углы и поворачивают или переворачивают фигуры, чтобы выбрать нужное положение и подгоняют их друг к другу. Затем они переходят к этапу «составление путем замещения». На этом этапе они заменяют различные фигуры одну на другую (соединяют два квадрата, чтобы составить прямоугольник).

В приведенных далее таблицах показано, как можно использовать вырезанные модели для составления фигур при переходе от конкретных представлений к графическим.

Тема: Составление фигуры


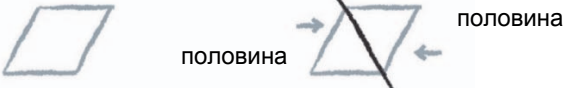

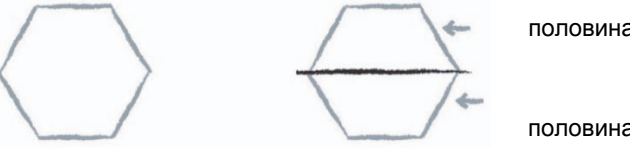



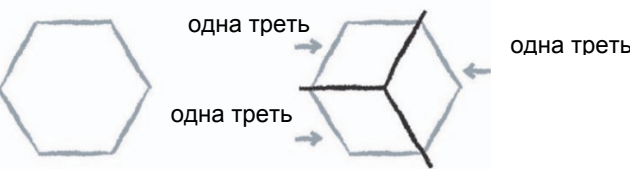
— Соотнесите размер фигур с количеством фигур, необходимых для составления более крупной фигуры.



Сначала учащиеся разбирают конкретную модель шестиугольника на другие фигуры одинакового размера, такие как трапеции. Затем графическую модель шестиугольника учащиеся разделяют линией (линиями), чтобы получить фигуры одинакового размера: 2 трапеции, или 3 параллелограмма, или 6 треугольников. Учащиеся видят: чем меньше размер фигуры, тем больше требуется таких фигур, чтобы составить шестиугольник.

Тема: Части фигуры

— Найдите половину и треть часть фигуры.

Конкретное представление	Графическое представление
	
	
	
	

Сначала учащихся просят разрезать конкретную вырезанную модель на столько фигур, на сколько они смогут это сделать. Например, учащиеся разрезают параллелограмм на два треугольника. Затем учащиеся на графической модели чертят линии, чтобы разделить фигуру на несколько одинаковых, и подсчитывают их количество. Например, когда их спрашивают, на сколько треугольников одинакового размера они могут разделить параллелограмм, учащиеся отвечают, что это 2 треугольника. Такая последовательность выполнения действий помогает понять: когда фигура разделена на две одинаковые меньшего размера, каждая меньшая фигура является половиной большей. Если же она разделена на три одинаковые фигуры меньшего размера, каждая меньшая фигура является одной третьей частью большей.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2 СОСТАВЛЕНИЕ И РАЗБИЕНИЕ ФИГУР. БЛОКИ ФИГУР

Учителя смогут увидеть в следующих фрагментах примерных уроков, как использовать математические модели для составления и разбиения геометрических фигур. Составление и разбиение фигур с помощью вырезанных моделей помогают учащимся узнать названия фигур, классифицировать их по количеству сторон и увидеть, как размер фигур соотносится с количеством фигур, необходимых для покрытия одной и той же площади. Учащиеся также увидят, как можно разбить большую фигуру на прямоугольники, чтобы было легче найти площадь большей фигуры.



ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 1: СОСТАВЛЕНИЕ И РАЗБИЕНИЕ ФИГУР. БЛОКИ ФИГУР

Название / Тема: Геометрическая фигура, составление и разбиение на части

Целевые классы: 1–2

Цель деятельности: Учащиеся научатся из блоков составлять геометрическую фигуру и разбивать фигуру на части.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, карандаш, ножницы, линейка, плотная бумага в клетку для вырезания фигур.

Важность: Составление фигур или умение их разбивать на части помогут учащимся глубоко осмыслить понятия геометрических фигур, их названия и виды; приобрести навыки описания фигур; способствуют созданию у учащихся четких и правильных геометрических образов, что подготовит их к систематическому изучению курса геометрии.

Связь с учебником: [Будет заполнено учителями позже.]

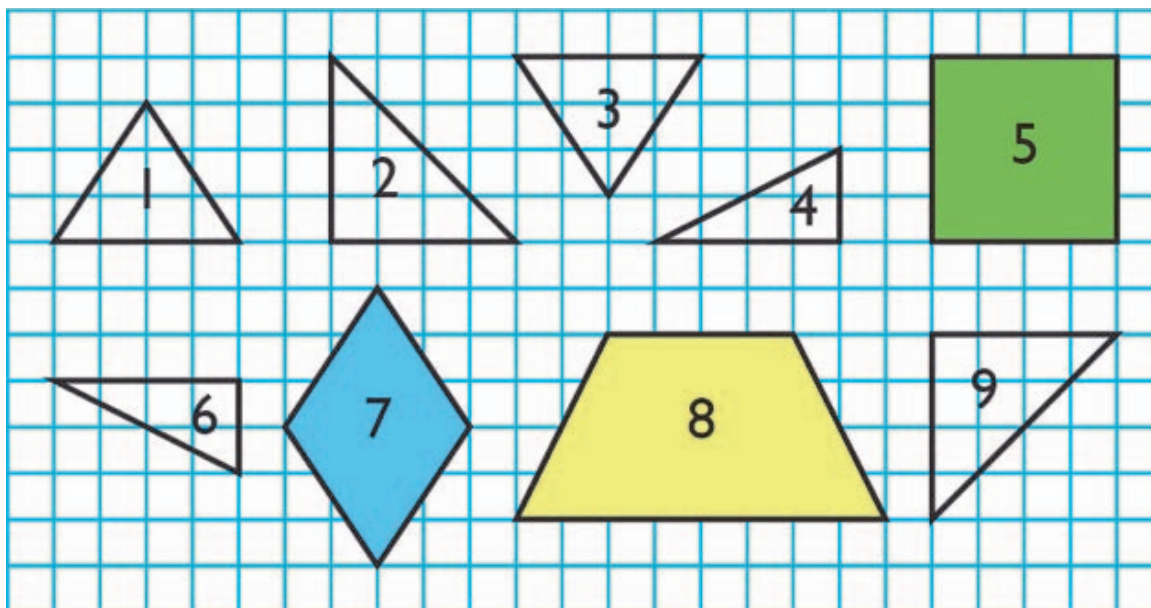
Ход урока:

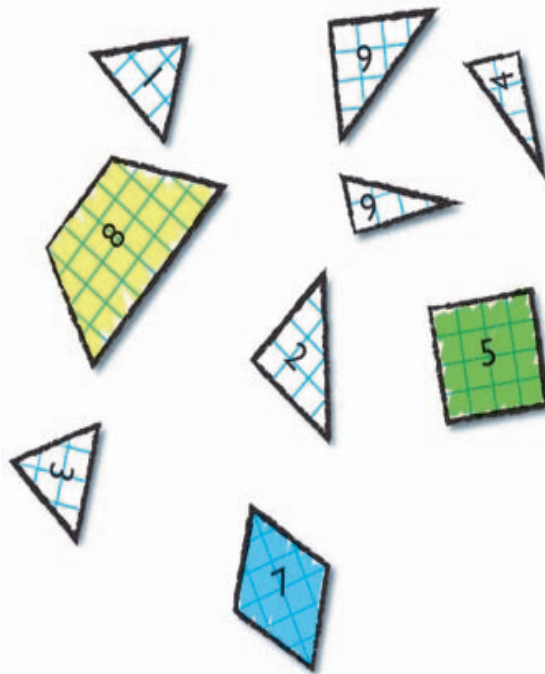
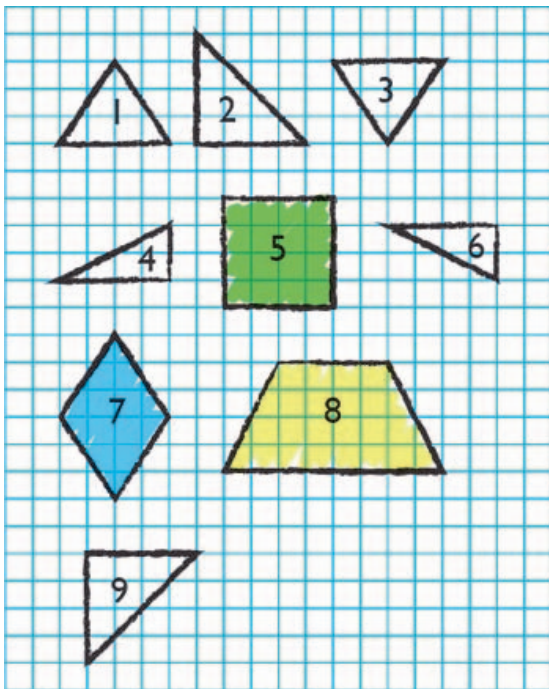
Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут **составлять и разбивать фигуры**. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в парах или в малых группах. Покажите рисунок и дайте задание.
 - *Изобразите фигуры на плотной бумаге в клетку, как показано на рисунке, а затем вырежьте их.*
 - *Как можно получить фигуры 5, 7, 8 из других фигур?*





Чтобы помочь учащимся построить фигуры и вырезать их, скажите:

— Чтобы нарисовать фигуры, к примеру треугольник 1, мы делаем следующее:

- мы знаем, что у треугольника три вершины;
- найдем первую и поставим точку;
- считаем клетки, их 4, снова поставим точку и соединим эти две точки;
- от середины отрезка вверх посчитаем 3 клетки, как на рисунке, и поставим третью точку;
- соединим эту точку с первой и второй. Мы построили треугольник 1;
- затем ножницами аккуратно по линии вырезаем треугольник.

- ◆ **Совет учителю.** Проследите за тем, чтобы у учащихся были карандаш, ножницы, линейка, плотная бумага в клетку (сторона клетки равна 1 см) и они могли следовать за вами при построении треугольника 1, а затем — при вырезании и составлении фигур.

Это задание учитель может разделить на два этапа: построение фигур на первом уроке; вырезание и составление фигур на следующем уроке.

- ◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.

◆ **Наводящие вопросы:**

- Покажите, как вы составили квадрат из вырезанных фигур.
- Кто может поделиться другим способом решения задачи? Есть ли другой способ выполнения задания?

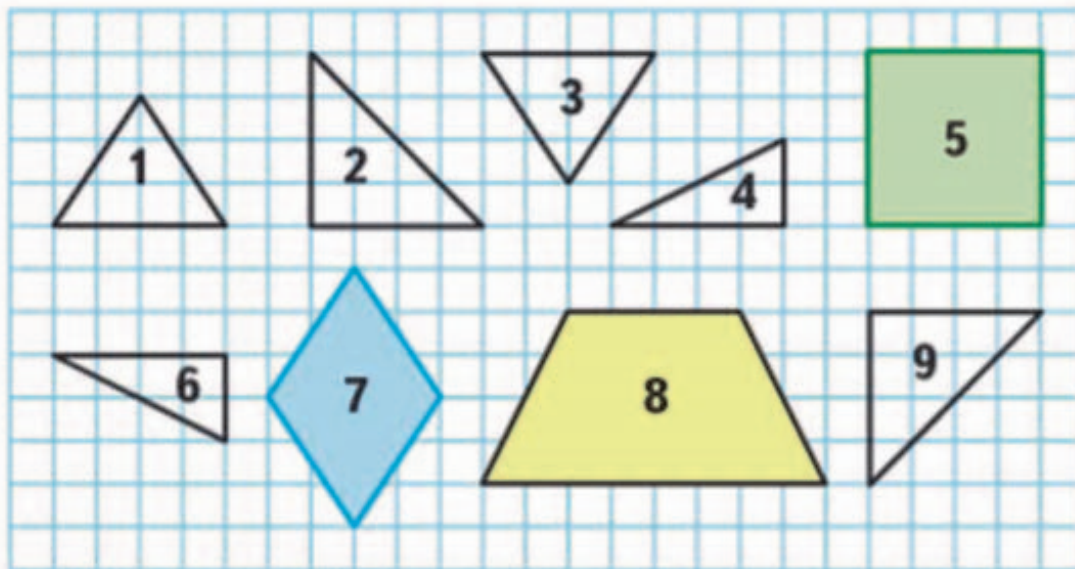
◆ **Противоположное предположение**

- Скажите учащимся, кто-то из учащихся другой школы сказал, что фигуру 8 нельзя составить из других.

Спросите учащихся:

- *Вы согласны или не согласны с таким мнением? Почему?*
- *Как вы думаете, почему он / она так сказал / сказала?*

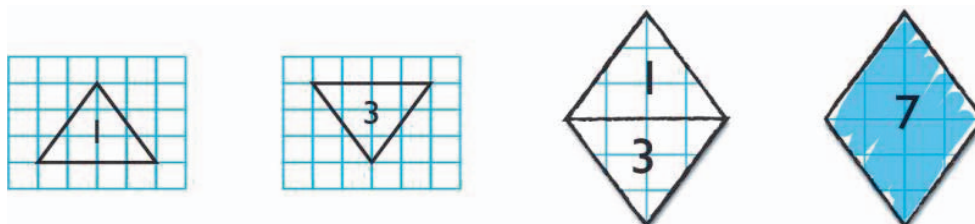
- Как вы объясните ему /ей, что ответ является неправильным?
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как можно составить фигуры.



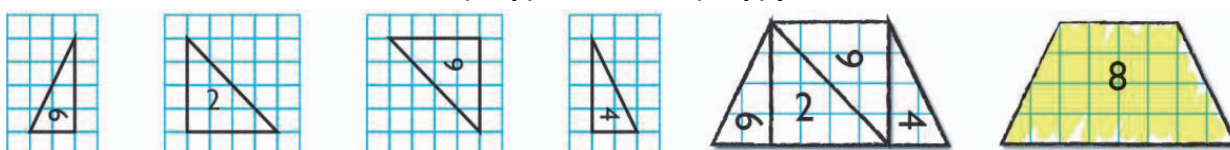
- Скажите: *Давайте посмотрим, из каких фигур мы можем составить фигуры 5, 7, 8.*
- *Соединим вместе фигуры 1 и 3. Какая фигура получилась?*
- *Возьмем фигуру 5. Далее путем накладывания на фигуру 5 вырезанных треугольников мы убедимся, что эту фигуру мы составим из вырезанных фигур 2 и 9.*



- Следующая фигура 7. Накладываем вырезанные фигуры на рисунок, получаем фигуру 7 из блоков 1 и 3.



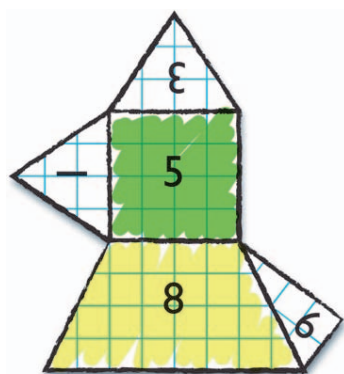
- Аналогично мы работаем с фигурой 8. Путем накладывания и сравнения мы составляем из фигур 6, 2, 9, 4 фигуру 8.



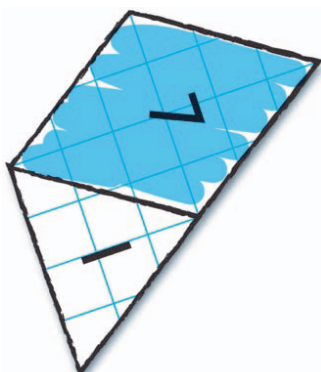
- Важно знать, что фигуру можно составить из других фигур или разбить на другие фигуры.
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся выполнить подобные задания. Удостоверьтесь в том, что для выполнения заданий учащиеся используют вырезанные фигуры, которые они подготовили в предыдущем задании.
 - **Уровень выше.** Изобразите на листке геометрические фигуры, как показано ниже, разрежьте их на части и составьте из них прямоугольники.



- **Уровень соответствует.** Используя вырезанные геометрические модели составьте фигуры с разным количеством сторон. Например, учащиеся могут собрать фигуру с десятью сторонами.






- **Уровень ниже.** Дайте учащимся задание на составление произвольного многоугольника. Например, используя вырезанные фигуры, составить любой четырехугольник. Учащиеся могут собрать фигуру с четырьмя сторонами.



Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание**
 - Попросите учащихся составить из вырезанных фигур и показать:
 - *квадрат;*
 - *прямоугольник;*
 - *треугольник;*
 - *пятиугольник.*

- Затем попросите учащихся показать:
 -  если учащиеся легко справились с заданием;
 -  если у учащихся возникли затруднения;
 -  если учащиеся не понимают задание и не знают, как его выполнить.
- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Подведите итоги, напомнив учащимся, что фигуру можно составить из других фигур или разбить на другие.
- ◆ **Домашнее задание.** Дайте задание из учебника.
 - Это могут быть упражнения на построение геометрической фигуры в тетради по образцу или задания на чертеже: разбиение фигуры на части или дополнение части до целого.
 - Тем, кто затрудняется, можно дать задания на составление и разбивку знакомых фигур, например прямоугольников.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать целям, рассмотренным во введении к уроку.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 2 СОСТАВЛЕНИЕ И РАЗБИЕНИЕ ФИГУР. БЛОКИ ФИГУР

Название / Тема: Геометрическая фигура, составление и разбиение на части
Измерение площади.

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: Учащиеся научатся из частей фигур составлять прямоугольники, разбивать прямоугольник на части и измерять площадь.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь (в клеточку), ручка, цветные карандаши и чертежные принадлежности, канцелярские ножницы.

Важность: Когда учащиеся конструируют, преобразовывают, комбинируют фигуры с помощью блоков, плоских осязаемых поделок-фигур, изображают их на чертеже, выполняя в необходимых случаях измерения, у детей формируется правильное представление о геометрических образах. Это способствует развитию пространственных представлений, навыков черчения и измерения, имеющих жизненно важное значение, способности видеть геометрические фигуры в окружающей обстановке; готовит учащихся к успешному изучению систематического курса геометрии.

Связь с учебником. [Будет заполнено учителями позже.]

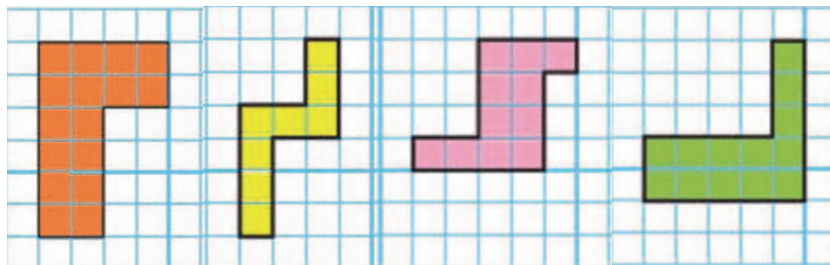
Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они научатся из частей фигур составлять прямоугольники и разбивать их на части; находить их площади. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

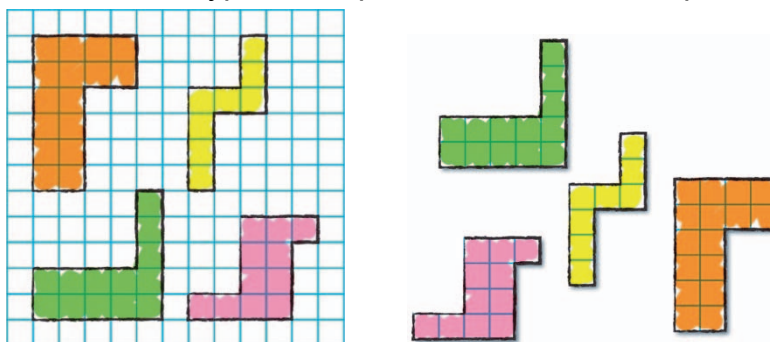
Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в парах или в малых группах. Подготовьте заранее листки в клетку. Сообщите, что одна клетка равна одному квадратному сантиметру. Покажите учащимся рисунок с геометрическими фигур (см. ниже) и дайте следующее задание.
 - Нарисуйте эти фигуры на листках в клетку и закрасьте в соответствующие цвета.
 - Затем вырежьте их и составьте из них прямоугольник.
 - Найдите площадь прямоугольника.



- Чтобы помочь учащимся построить фигуры и вырезать их, покажите, как это нужно делать, проговаривая свои действия:
 - чтобы нарисовать, например, первую фигуру, делаем следующее:
 - вначале считаем вершины фигуры на рисунке, их 6;

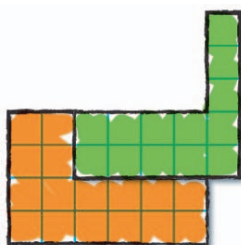
- отмечаем первую вершину и считаем клетки на рисунке;
- нанесем все 6 точек на бумагу, затем соединяем их отрезками;
- считаем: 6 сторон и 6 вершин у построенной фигуры;
- затем ножницами аккуратно вырезаем по линии построенную фигуру.



- **Совет учителю.** Проследите за тем, чтобы у учащихся были карандаш, ножницы, линейка, плотная бумага в клетку (сторона клетки равна 1 см) и они могли выполнять все действия вместе с вами. Это задание учитель может разделить на два этапа: построение фигур на первом уроке; вырезание и составление фигур на следующем уроке.
- ◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:
 - Какой ответ вы получили?
 - Покажите, как вы составили из частей-фигур прямоугольник.
 - Можете объяснить, как вы нашли площадь прямоугольника?
 - Кто может поделиться с другими своим способом решения задачи?
- ◆ **Противоположное предположение**

Скажите учащимся, что кто-то из учащихся другой школы сделал следующее:

 - Составил / составила фигуру из красной и зеленой частей (покажите полученную фигуру, прикрепив на доске её части).



- Чтобы найти площадь, были посчитаны длины всех сторон (границы фигур) и получены числа 4, 6, 8, 1, 3, 6. Затем эти числа были сложены. Ответ: площадь равна 28.
- Спросите учащихся:
 - Вы согласны или не согласны с таким решением? Почему?
 - *Как вы думаете, почему получился такой ответ?*
 - Как бы вы объяснили ему / ей, что ответ является неправильным?
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача. Покажите на доске, как вы

составляете, последовательно соединяя части, целую фигуру — прямоугольник.



- Скажите:
 - Чтобы узнать площадь прямоугольника, мы должны узнать сколько клеток содержится в этом прямоугольнике. Считаем, их 48.
 - Нам известно, что одна клетка составляет 1 квадратный сантиметр. Следовательно, площадь прямоугольника равна 48 квадратным сантиметрам.
 - Мы можем найти площадь и по-другому. Посчитаем длины сторон прямоугольника на рисунке. Для этого считаем число клеток по длине и ширине прямоугольника.
 - Длина прямоугольника равна 8 см, а ширина 6 см, так как нам известно, что сторона клетки равна 1 см.
 - Нарисуем этот прямоугольник в тетради.
 - Площадь прямоугольника можно найти, умножив длину на ширину:
$$8 \cdot 6 = 48 \text{ (кв. см.)}$$
 - Важно знать, что фигуру мы можем составить из других фигур. Каждая фигура занимает определенное (большее или меньшее) место на плоскости. Это место мы называем площадью этой фигуры. Чтобы измерить площадь фигуры, мы можем использовать модель квадратиков-клеток, или квадратный сантиметр.
 - Площадь составленной фигуры равна сумме площадей ее частей.
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся составить фигуры из других фигур, найти и сравнить площади получившихся фигур.
 - **Уровень выше.** Постройте ромб, трапецию и параллелограмм (см. рисунок далее). Проведите в них отрезки так, чтобы из их частей получить прямоугольник. Найдите площадь. Объясните свое решение.



- **Уровень соответствует.** Попросите учащихся построить фигуры и найти их площади.

Пример 1. Постройте фигуру, как на рисунке 1.

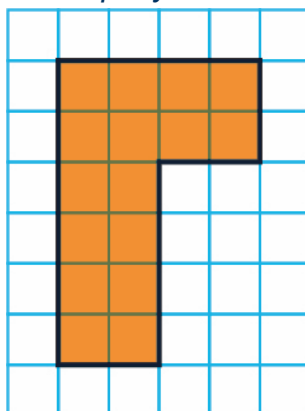


Рис.1.

- Проведите в этом прямоугольнике один отрезок так, чтобы получилось два прямоугольника.
- Найдите площадь каждой из получившихся фигур и сравните их.
- Найдите площадь данной фигуры по площадям ее частей.
- Пример 2. Постройте фигуру, как на рисунке 2.

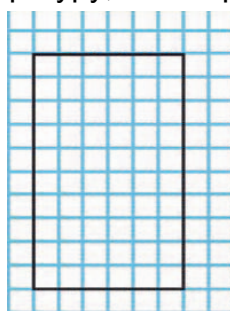
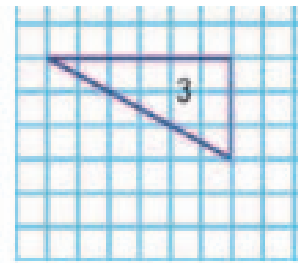
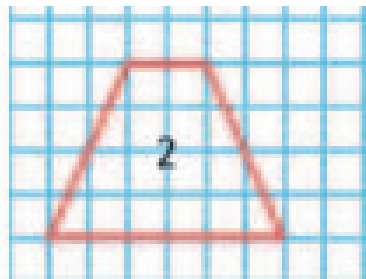
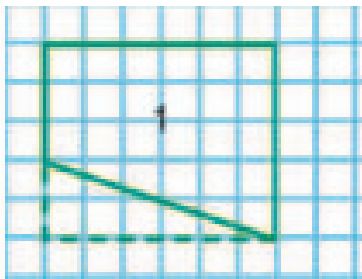





Рис.2

- Проведите в этом прямоугольнике один отрезок так, чтобы получился квадрат.
- Найдите площадь каждой из получившихся фигур и сравните их.
- Найдите площадь данного прямоугольника по площадям его частей.
- **Уровень ниже.** Дайте учащимся вырезанные фигуры, например треугольники, и попросите составить из них прямоугольники, квадраты. Попросите построить их в тетради.

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка/ неформальное формирующее оценивание**
 - Подготовьте заранее листки с одной из приведенных фигур и раздайте учащимся.
 - Объедините учащихся в пары и попросите дополнить фигуру до прямоугольника и посчитать площади фигур.



- Затем попросите учащихся показать:
 -  — если учащиеся легко решили задачу;
 -  — если у учащихся возникли затруднения с решением задачи;
 -  — если учащиеся не понимают задание и не знают, как его выполнить.
- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Важно знать, что фигуру мы можем составить из других или разбить на другие фигуры. Составить или разбить фигуры мы можем разными способами. (1) С помощью блоков. (2) Нарисовать части фигур, вырезать их и из них собрать целую фигуру. (3) Начертить фигуру в тетради и отрезком разбить ее на части. (4) Начертить части, а потом дополнить до целого.
 - Каждая фигура на плоскости имеет свою площадь. Мы можем измерить площадь, подсчитав квадратные сантиметры.
 - Площадь любой фигуры равна сумме площадей ее частей.
- ◆ **Домашнее задание.** Дайте домашнее задание из учебника.
 - Это могут быть упражнения на построение геометрической фигуры в тетради по образцу, задания на чертеже: разбиение фигуры на части или дополнение части до целого, затем нахождение площади фигур.
 - Упражнения могут содержать готовые рисунки фигур на клетчатой поверхности, где следует определить площади частей и целой фигуры, а затем сравнить их.
 - Учащимся, которым трудно выполнить задание, можно дать упражнение в один шаг, где требуется построить прямоугольник и разбить его на две части, на квадрат и прямоугольник или на несколько прямоугольников.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать целям, рассмотренным во введении к уроку.

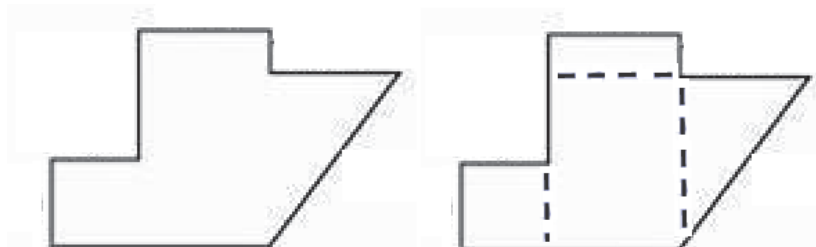




ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: РИСОВАНИЕ И ПОСТРОЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР НА ПЛОСКОСТИ И КОНСТРУИРОВАНИЕ ОБЪЁМНЫХ ФИГУР

В первом разделе этого модуля учащиеся использовали конкретные математические модели вырезанных фигур, чтобы назвать фигуры, составить или разбить их. Данный раздел посвящен рисованию и построению геометрических фигур, которые являются графическим представлением конкретной модели фигуры.

Вы узнали, как использовать блоки фигур для укрепления понимания учащимися пространственных отношений при изучении названий и свойств фигур, а также при составлении и разбиении фигур. Вы также узнали, что фигуры, вырезанные из бумаги, могут служить представлением блоков фигур. В этом разделе фигуры, вырезанные из бумаги, используются в качестве математической модели для изучения того, как можно разбить геометрические фигуры на плоскости на прямоугольники и треугольники, а вырезанная фигура используется для изучения того, как можно представить объёмный куб в виде фигуры на плоскости, называемой *разверткой*. В обоих случаях математическая модель вырезанных из бумаги фигур представляет собой конкретную практическую модель: фигуры вырезают из бумаги, складывают и/или скрепляют.



Исходная фигура

Исходную фигуру разбили на
3 прямоугольника и 1 треугольник

Количество квадратных единиц, необходимых для того, чтобы покрыть фигуру, называется *площадью*. Это является важным понятием для учащихся. Часто понятие площади преподается в виде серии формул. Учащиеся узнают, что площадь треугольника равна « $\frac{1}{2} \cdot \text{основание} \cdot \text{высота}$ », площадь трапеции равна « $\frac{1}{2} \cdot \text{высота} \cdot \text{сумма оснований}$ » и так далее. «Как правило, учащихся обучают только процедурному методу подстановки значений в формулы для вычисления площади. В результате учащимся не было предоставлено возможности сформировать свое понимание площади, которое необходимо для того, чтобы понять более сложные понятия, такие как площадь поверхности и объем» (Walton & Randolph, 2018).

Когда учащимся предоставляется возможность составлять и разбивать фигуры, у них развивается пространственное мышление, необходимое для понимания более сложных геометрических понятий, таких как периметр, площадь и объем. «Понятие составления и разбиения фигур будет иметь первостепенное значение для учащихся при изучении понятия площади» (Walton & Randolph, 2018). Составление и разбиение фигур закладывает основу для понимания того, что значение площади представляет собой сумму значений площадей ее частей. Другими словами, когда две или более малые фигуры примыкают друг к другу и образуют составную фигуру, площадь составной фигуры равна сумме площадей меньших фигур. Согласно этому основному свой-

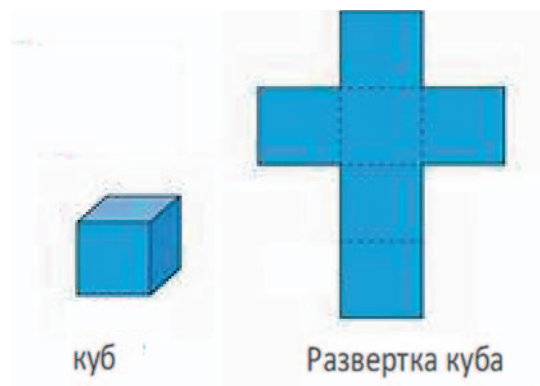
ству площади учащиеся узнают, что они могут найти площадь составной фигуры, разложив ее на небольшие фигуры, такие как прямоугольники и треугольники, а затем сложив значения их площади.

При обучении разбиению геометрических фигур на плоскости учащиеся переходят от конкретного к графическому представлению математической модели фигур. Сначала они рисуют фигуры на бумаге, вырезают их, а затем определяют, как разрезать фигуры на прямоугольники и/или треугольники. Затем они переходят к графическому представлению и разбивают изображенные на бумаге фигуры линиями.

Учащиеся могут перейти от понимания площади геометрических фигур на плоскости к изучению площади поверхности геометрических фигур в пространстве. Назовем их *объемными фигурами*.

По нескольким причинам учащимся может быть трудно понять площадь поверхности как количество квадратных единиц, необходимых для покрытия граней объемной фигуры. При рассмотрении изображения объемной фигуры на плоскости учащиеся не видят её «скрытых» граней. Это приводит к ложному выводу о том, что площадь поверхности равна числу квадратных единиц, необходимых для покрытия только того, что видно. Кроме того, учащиеся часто ошибаются в подсчете количества граней объемной фигуры, забывая посчитать верхнюю и/или нижнюю часть фигуры в качестве грани.

Чтобы лучше усвоить понятие площади поверхности геометрической фигуры в пространстве, например куба, учащиеся должны уметь физически конструировать фигуру, а затем подсчитывать количество её граней. Один из способов облегчить понимание учащимися площади полной поверхности заключается в том, чтобы они собрали объемную фигуру из его развертки. *Развертка* — это шаблон, который получается, когда поверхность объемной фигуры разворачивается на плоскости, чтобы показать каждую грань.



Если развертку вырезать, сложить и скрепить, она может снаружи покрыть поверхность объемной фигуры с гранями той же формы и размера. В одном исследовании было показано, что учащиеся способны воспринимать понятия *периметр*, *площадь*, *площадь поверхности* и *объема* при одновременном обучении. Исследователь описал, как учащиеся делают картонные «куртки» для объемной фигуры, в данном случае прямоугольных призм, что намного облегчило их понимание площади поверхности (Мартин, 2009).

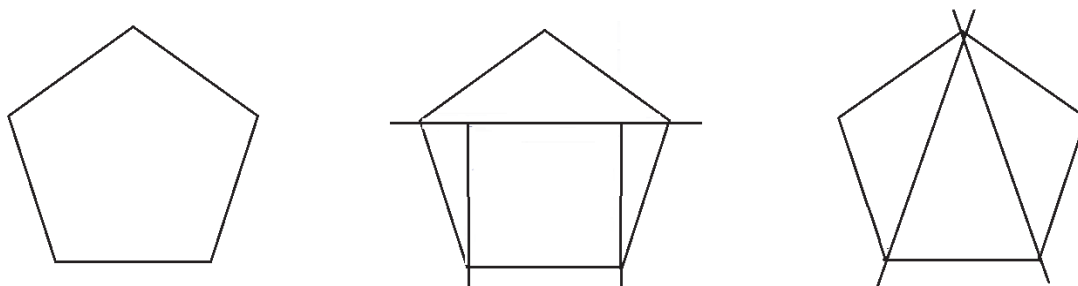
В конкретно-графически-абстрактной последовательности учащиеся переходят от конкретного сложения объемной фигуры из развертки к рассмотрению рисунка развертки и определению, является ли она разверткой для данной фигуры, а затем абстрактно называют количество и форму граней фигуры, представленной разверткой.

Далее примеры в таблицах показывают, как математические модели бумажных фигур используются, чтобы помочь учащимся понять, что геометрические фигуры на плоскости можно разбить на прямоугольники и треугольники и как можно сложить развертку, чтобы создать объёмную фигуру. Обратите внимание на прогресс в развитии знаний и навыков от конкретного представления к графическому и далее к абстрактному представлению.

Тема: Разбиение пятиугольника

— Разбейте пятиугольник на прямоугольники и/или треугольники несколькими способами.

Графическое представление пятиугольника и его разбиения

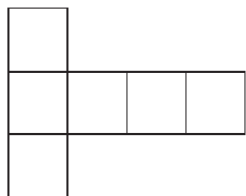


Чтобы понять, что существует несколько способов разбиения фигуры, учащиеся сначала вырезают пятиугольник, получают конкретную фигуру. Потом её разрезают, чтобы разбить на прямоугольники и / или треугольники. Затем учащиеся повторяют упражнение, но разрезают пятиугольник на прямоугольники и / или треугольники другим способом. На фигурах, представленных графически, учащиеся рисуют линии, чтобы разбить пятиугольник на прямоугольники и треугольники, а затем повторяют упражнение, чтобы разбить пятиугольник другим способом. В конце они записывают количество прямоугольников и / или треугольников, на которые был разложен пятиугольник обоими способами, демонстрируя абстрактное представление.

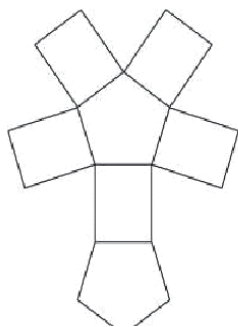
Тема: Развертка куба

После того, как учащиеся ознакомятся с конкретной разверткой куба, они могут посмотреть на графическое её представление, чтобы решить, является ли она разверткой куба. Учащиеся, рассматривая графическое представление, мысленно пытаются сложить развертку, чтобы получился куб. Знание того, что развертка куба должна иметь шесть граней и все грани должны быть квадратами, может помочь учащимся исключить развертки, не соответствующие этим критериям. Если учащиеся испытывают трудности с мысленным определением того, является ли определенный разворот разверткой куба, им можно помочь. Попросите нарисовать развертку на бумаге в клетку, затем вырезать и попытаться согнуть её по линиям, а затем склеить, чтобы увидеть, образует ли она куб.

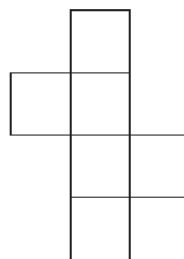
Графическое представление развертки



Это развертка куба. В ней шесть граней, где каждая грань является квадратом, и если их сложить, то получится куб



Этот разворот не является разверткой куба. Здесь семь граней, где грани являются квадратами и пятиугольниками



Это развертка куба. В ней шесть граней, где каждая грань является квадратом, и если их сложить, то получится куб



Этот разворот не является разверткой куба. Здесь шесть граней, но не все грани являются квадратами.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ ДЛЯ РИСОВАНИЯ И ПОСТРОЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР НА ПЛОСКОСТИ И КОНСТРУИРОВАНИЯ ОБЪЕМНЫХ ФИГУР (3 И 4)

В следующих фрагментах примерных уроков показано, как использовать математические модели в качестве стратегии для развития пространственного мышления с использованием геометрических фигур на плоскости и объемных фигур.

Во фрагменте примерного урока 3 учащиеся разбивают знакомые фигуры на прямоугольники и треугольники. Сначала они рисуют фигуру, а затем разрезают фигуру на прямоугольники и треугольники.

Во фрагменте примерного урока 4 учащиеся складывают модель куба из развертки. Вырезают развертку и скрепляют бумажную форму в куб. В обоих случаях использование бумажных фигур в качестве математических моделей помогает учащимся углубить свое понимание того, как связаны между собой геометрические фигуры на плоскости и как они связаны с объемными фигурами.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3 ПОСТРОЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР НА ПЛОСКОСТИ

Название / Тема: Построение фигур с помощью чертежных инструментов

Целевые классы: 1–2

Цель деятельности: Учащиеся научатся выполнять построение геометрической фигуры и с помощью отрезков будут делить фигуру на прямоугольники и треугольники.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности, ножницы.

Важность: При изучении геометрического материала особое место занимают систематически проводимые практические работы по формированию умений и навыков, связанных с применением чертежных и измерительных инструментов; с выполнением простейших чертежей и построением геометрической фигуры; установлением соответствия между предметной геометрической моделью и ее изображением. Это способствует развитию пространственного и логического мышления учащихся. При этом необходимо формировать умения словесно описывать выполняемые действия, применять математические символы и использовать при этом соответствующие термины.

Связь с учебником: [Будет заполнено учителями позже.]

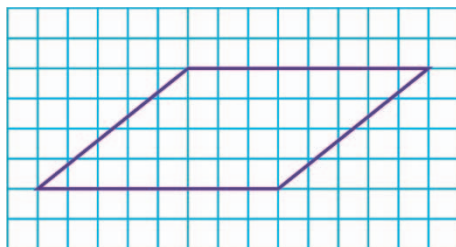
Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они **построят** геометрическую фигуру; с помощью отрезков разделят фигуру на прямоугольники и треугольники. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в парах или в малых группах. Покажите рисунок и прочитайте задание.



— Нарисуйте эту фигуру в тетради и проведите 2 отрезка так, чтобы можно было получить 1 прямоугольник и 2 треугольника.

- ♦ **Совет учителю.** Проследите за тем, чтобы у учащихся были карандаш, ножницы, линейка, плотная бумага для того, чтобы учащиеся могли выполнять построение вместе с вами.
- ♦ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:

- Какие фигуры вы получили?
- Можете объяснить, как вы выполнили задание?
- Кто может поделиться другим способом решения задачи?

◆ **Противоположное предположение**

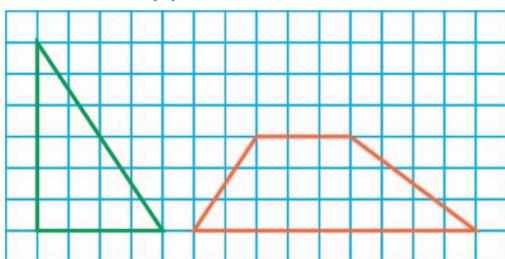
- Скажите, что кто-то из учащихся другой школы выполнил задание, как показано на рисунке.



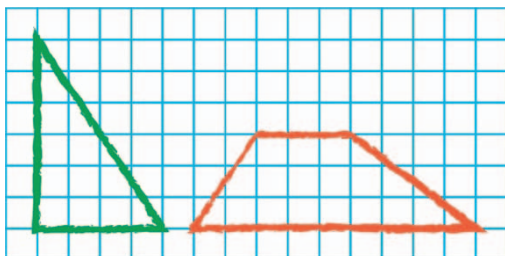
- Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему он / она выполнил / выполнила задание так?*
 - *Как бы вы объяснили ему / ей, что ответ является неправильным?*

◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как было выполнено задание.

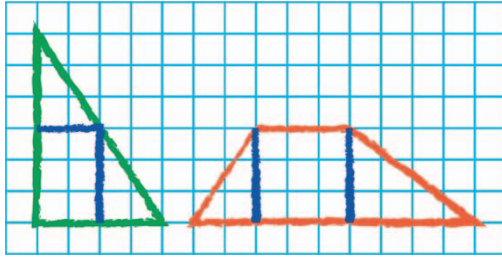
- Скажите: Давайте выполним такое же задание с другими фигурами.



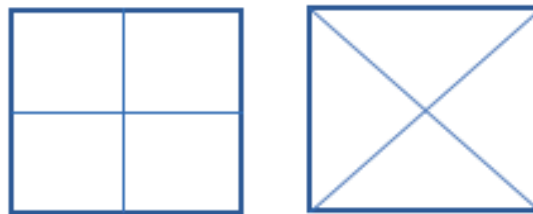
- Назовите, какие фигуры изображены на рисунке. (Треугольник, четырёхугольник)
- Давайте построим их в тетради.



- В задании требуется провести 2 отрезка так, чтобы, получить 1 прямоугольник и 2 треугольника.
- Мы знаем, что у прямоугольника углы прямые. Чтобы получить прямые углы, в каждой фигуре проведем эти отрезки с помощью угольника (расположите угольник так, чтобы образовался прямой угол и проведите отрезки).



- Посчитаем полученные фигуры, 1 прямоугольник и 2 треугольника.
- Важно при построении прямого угла использовать угольник. Начертив дополнительно отрезки, мы получим другие фигуры.
- Практика. Попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Задания могут быть: на построение (1) фигуры по заданным параметрам или (2) произвольной фигуры и деление ее с помощью отрезка на другие фигуры (3) или на построение многоугольника с равными сторонами.
- **Уровень выше.** Дайте учащимся более сложные упражнения на построение. Постройте пятиугольник и шестиугольник с равными сторонами, разбейте их на прямоугольники и/или треугольники несколькими способами. Как можно из частей собрать другую фигуру?
- **Уровень соответствует.** Дайте учащимся упражнения соответствующего уровня на построение. Например:
 - Постройте прямоугольник. Как можно разделить прямоугольник, чтобы получить два равных прямоугольника и два равных треугольника?
 - Постройте прямоугольник, периметр которого равен 20 см. Проведите в нем отрезок, чтобы получить квадрат. Какой фигурой может оказаться вторая часть прямоугольника?
- **Уровень ниже.** Дано изображение фигуры. Учащимся следует определить другие фигуры в ней. Например, начертите эти квадраты в тетради и проведите отрезки внутри, как показано на рисунке. Какие фигуры получили?



Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание**
 - Покажите учащимся фигуру, нарисованную на доске. Попросите их построить на бумаге эту фигуру по заданному параметру (например, квадрат с заданным периметром). Далее попросите разделить её на другие фигуры с помощью отрезков. Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Напомните учащимся, что геометрические фигуры можно:
 - построить с помощью чертежных инструментов;

- преобразовать в другие фигуры с помощью отрезков;
 - разбить на другие фигуры.
- ◆ **Домашнее задание.** Дайте домашнее задание из учебника.
- Задания могут быть на построение: (1) фигуры по заданным параметрам или (2) произвольной фигуры и разбиение ее с помощью отрезков на другие фигуры.
 - Учащимся, которые затрудняются, можно дать упражнение, где требуется в готовом рисунке прямоугольника провести отрезки, чтобы получить несколько прямоугольников или треугольников.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать целям, рассмотренным во введении к уроку.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 4 КОНСТРУИРОВАНИЕ ОБЪЕМНЫХ ФИГУР

Название / Тема: Развертка куба

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: Учащиеся научатся изготавливать модели куба на основе чертежа развертки, вырезания и сложения развертки в объемную форму.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности, плотная бумага, ножницы, клей.

Важность: Предметно-манипулятивная деятельность учащихся, связанная с изготовлением моделей объемных фигур, совершенствует умения использования чертежных инструментов; развивает навыки конструирования, пространственные представления и логическое мышление.

Связь с учебником: [Будет заполнено учителями позже.]

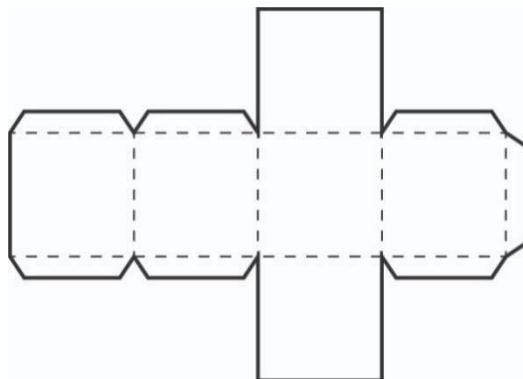
Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они из развертки соберут куб. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в парах или в малых группах. Покажите рисунок и дайте задание:
 - вырежьте рисунок (см. далее) по внешней границе;
 - аккуратно сложите по пунктирным линиям (линиям сгиба);
 - соберите и склейте.

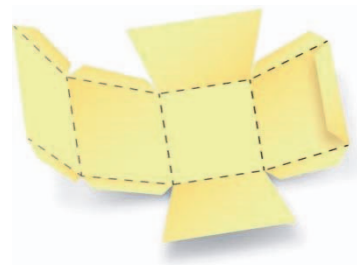
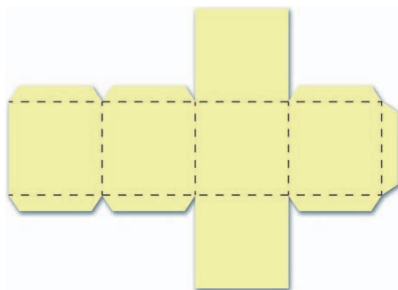


- Какую фигуру получили? Сколько граней, ребер, вершин у собранной фигуры?
- ♦ **Совет учителю.** Проследите за тем, чтобы у учащихся были карандаш, ножницы, линейка, плотная бумага и клей. Подготовьте заранее плотную бумагу с чертежом развертки куба и раздайте ее учащимся. Используйте ваш рабочий материал так, чтобы учащиеся могли выполнить сборку фигуры вместе с вами.
- ♦ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.

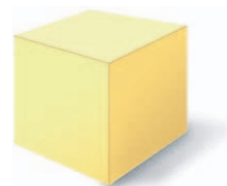
- Наводящие вопросы:
 - Какую фигуру вы получили?
 - Можете показать, как вы собирали этот куб?
 - Кто может поделиться другим способом сборки куба?
- ◆ Противоположное предположение
 - Скажите учащимся, что кто-то из учащихся другой школы сказал, что получилось 6 квадратов.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему было так сказано?*
 - *Как бы вы объяснили ему / ей, что ответ является неправильным?*

◆ **Моделирование и подведение итогов**

- Скажите: Если объемную фигуру разрезать по нескольким ребрам и развернуть так, чтобы все ее грани лежали на плоской поверхности (плоскости), то полученная фигура будет называться разверткой.
- Рисунок, который вы видите это развертка.
 - Чтобы узнать, какую фигуру мы можем собрать из этой развертки, выполним следующие шаги:
 - Берем чертеж и ножницы. Я вырезаю свою фигуру по внешней границе, вы — свою.
 - Теперь сгибаем по пунктирным линиям, выделенным на чертеже развертки.



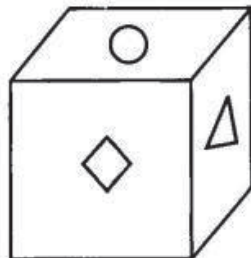
- Собираем развертку в объемную форму. Склеиваем.



- Какая фигура получилась? (Куб)
 - Важно то, что можно самому / самой начертить развертку, вырезать ее и собрать из нее объемную геометрическую фигуру.
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся выполнить похожие задания из учебника или из дополнительной литературы. Задания могут быть на вырезание готовых

разверток с клапанами для склеивания или на мысленное построение и определение числа граней, ребер, характерных свойств куба.

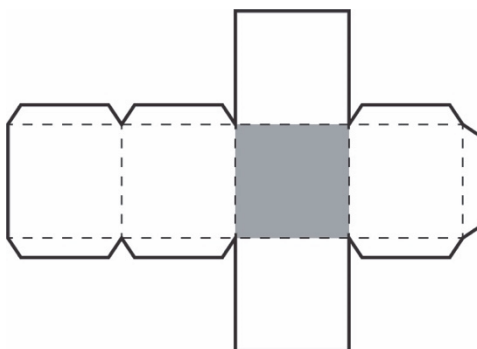
- **Уровень выше.** На развёртке куба нарисуйте фигуры так, чтобы на противоположных гранях были одинаковые фигуры. Соберите куб и проверьте.



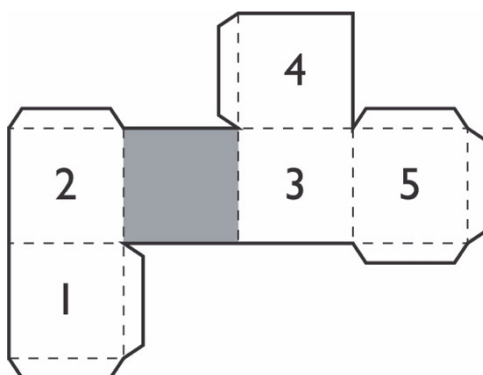
- **Уровень соответствует**

1. Рассмотрите чертеж развертки фигуры и ответьте на вопрос: какая грань является верхней, если нижняя грань закрашена? Закрасьте его в другой цвет. Для проверки своего ответа, соберите фигуру:

- вырежьте развертку по внешней границе;
- аккуратно сложите развертку по линиям сгиба;
- соберите и склейте.
- Какую фигуру получили? Какие грани закрашены?



2. Рассмотрите чертеж развертки;
- обведите кружком цифру верхней грани, если нижняя грань закрашена;
 - вырежьте развертку по внешней границе;
 - аккуратно сложите развертку по линиям сгиба;
 - соберите и склейте.
 - Какую фигуру получили?
 - Покажите верхнюю и нижнюю грани.

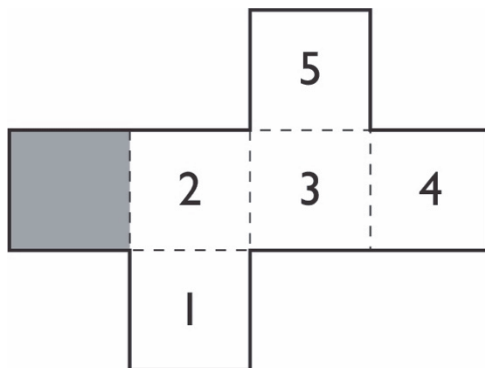


- **Уровень ниже.** Дайте готовые развертки на плотной цветной бумаге. Пусть учащиеся разрежут по выделенным линиям и соберут куб.

Этап III. Оценивание результатов обучения

◆ **Быстрая проверка** / Неформальное формирующее оценивание

- Попросите учащихся мысленно сложить куб из развертки. Скажите, что нижняя грань куба закрашена. Какая грань является верхней?
- Попросите показать на пальцах номер верхней грани.



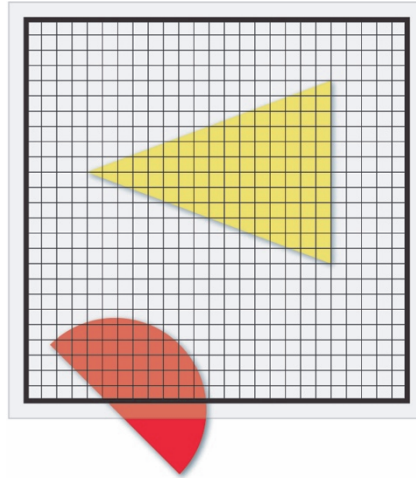
- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с целями, изложенными во введении.
 - Напомните учащимся, что объемные фигуры можно изготовить самостоятельно. Сначала с помощью чертежных инструментов нужно построить развертку. Затем вырезать ее, согнуть по линиям сгиба и собрать фигуру в куб.
- ◆ **Домашнее задание.** Дайте домашнее задание из учебника или из дополнительной литературы.
 - Задания могут быть на построение развертки по чертежу, инструкциями на построение клапанов и склеивания их или на разрезание и сборку кубов из данных разверток.
 - Учащимся, которые затрудняются, можно дать упражнение, где уже есть готовые развертки на плотной цветной бумаге. Учащиеся разрезают их по выделенным линиям и собирают куб.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать целям, рассмотренным во введении к уроку.





ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ПАЛЕТКА

Когда учащиеся изучают понятие площади и узнают, как определить площадь фигуры, им будет полезно измерить площадь с помощью палетки. *Палетка* — это математическая модель, состоящая из прозрачной пластинки с нанесённой на неё сеткой линий в виде квадратов. Площадь каждого квадрата сетки составляет один квадратный сантиметр.

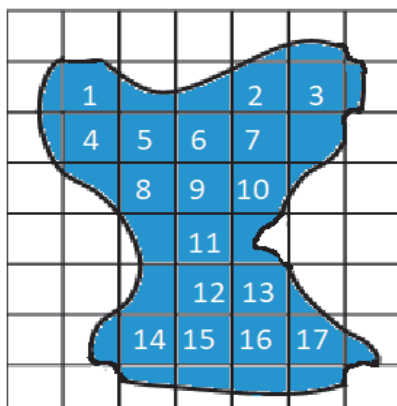


Использование палетки для измерения площади

Использование палетки

Покажите учащимся, как правильно работать с палеткой. Сначала они должны попрактиковаться и научиться соединять углы палетки с углами фигуры, чтобы правильно сосчитать квадраты для определения площади фигуры.

Площадь фигуры нестандартной формы можно высчитать с помощью палетки. Далее на рисунке показано, как использовать палетку для приближенной оценки значения площади нестандартной геометрической фигуры. Для этого учащиеся соединяют угол палетки с верхним левым краем фигуры нестандартной формы. Затем они считают количество целых квадратных сантиметров и количество неполных квадратных сантиметров. Приближенная оценка для частичного квадратного сантиметра — это половина квадратного сантиметра. Таким образом, учащиеся могут разделить полученное количество частичных квадратных сантиметров на два и прибавить их к числу целых квадратных сантиметров, чтобы получить приближенное значение площади фигуры. Напомните учащимся, что определение площади нестандартной фигуры таким способом является **приближенной оценкой** площади, а не точным значением площади.



17 полных кв. см

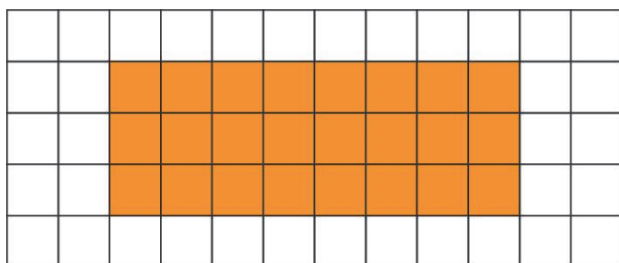
20 частичных кв. см

$17 + \text{половина от } 20 = 27$ полных квадратных единиц

Площадь фигуры равна 27 кв. см

Когда учащиеся используют палетки для определения площади прямоугольников, полезно соотнести площадь фигуры со знакомой моделью, которую они ранее использовали при представлении умножения, — с *матрицей*. В модуле 6 учащиеся узнали, что матрицы представляют собой упорядоченное расположение физических объектов, изображений или фигур в строках и столбцах. Они также узнали, что число строк и число столбцов могут представлять собой множителей в числовом выражении на умножение. Учащиеся используют палетку, чтобы определить площадь прямоугольника (см. далее на рисунке), а также увидеть прямоугольник в виде матрицы из 3 строк по 8 квадратов в каждой строке. Затем они могут умножить 3×8 и получить 24. Важно напомнить учащимся, что площадь измеряется в квадратных единицах, таких как квадратные сантиметры, тогда как произведение 24, представленное матрицей, записывается без единиц измерения.

24 квадратных сантиметра



$$3 \times 8 = 24$$

3 строки по 8 в каждой строке

Далее примеры в таблицах иллюстрируют применение перехода от графического к абстрактному представлению для определения площади фигур.

Тема: Прямоугольник с наибольшей площадью

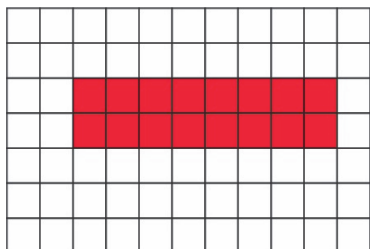
— Из прямоугольников с одинаковым периметром найдите прямоугольник с наибольшей площадью.

Графическое представление	Абстрактное представление
	Площадь = $1 \times 9 = 9$ (кв. см)
	Площадь = $2 \times 8 = 16$ (кв. см)
	Площадь = $3 \times 7 = 21$ (кв. см)
	Площадь = $4 \times 6 = 24$ (кв. см)
	Площадь = $5 \times 5 = 25$ (кв. см) Прямоугольник с наибольшей площадью — это квадрат.

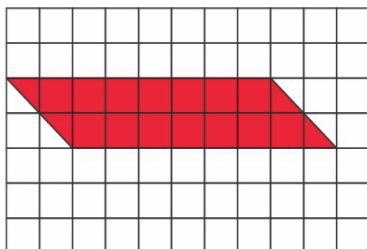
Учащиеся должны сначала убедиться, что периметр каждого прямоугольника составляет 20 см. В конкретном представлении учащиеся используют палетку, чтобы определить площадь каждого прямоугольника. В графическом представлении учащиеся могут начертить прямоугольники на листе в клетку. Затем учащиеся абстрактно определяют площадь каждого прямоугольника, используя формулу умножения длины на ширину. Напомните учащимся, что площадь представлена в квадратных единицах. В этом случае единицами площади являются квадратные сантиметры.

Тема: Площадь параллелограмма и прямоугольника

Учащиеся могут найти площадь параллелограмма, определив площадь прямоугольника той же длины и ширины (высоты), что и у параллелограмма. Используя палетку, учащиеся определяют площадь как прямоугольника, так и параллелограмма. Затем они могут сравнить площади. В обоих случаях площадь составляет 16 квадратных сантиметров. Учащимся можно показать, что при перемещении треугольной области параллелограмма слева направо параллелограмм становится прямоугольником. Вот почему площадь параллелограмма равна площади прямоугольника.



Площадь прямоугольника
 Площадь = 16 целых квадратов = 16 кв. см



Площадь параллелограмма
 Площадь = 14 целых квадратов + 4 частичных квадрата = 14 целых квадратов + 2 целых квадрата = 16 квадратов



Переместите треугольник вправо, чтобы получить матрицу в 2 ряда с 8 квадратами в каждом ряду
 $2 \times 8 = 16$
 Площадь = 16 кв. см
 Площади прямоугольника и параллелограмма равны



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАЛЕТКИ (5 И 6)

В следующих фрагментах примерных уроков учителя могут увидеть, как использовать палетку в качестве математической модели для нахождения площади фигур. Учащиеся используют палетку для перехода от конкретных к графическим и абстрактным представлениям при составлении формулы для нахождения площади прямоугольника. Затем они используют палетку для сравнения площади треугольника с площадью половины прямоугольника. Это заложит основу для составления формулы площади треугольника как половины площади прямоугольника той же длины и ширины (высоты).





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 5: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАЛЕТКИ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ПЕРИМЕТРА И ПЛОЩАДИ

Название /Тема: Прямоугольник, его периметр. Определение площади фигуры

Целевые классы: 2–3

Цель деятельности: Учащиеся будут строить прямоугольник по заданным величинам, научатся использовать палетку для измерения площади геометрической фигуры.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь в клетку, ручка, карандаш и чертежные принадлежности, палетка.

Важность: Использование палетки для определения площади геометрических фигур будет способствовать глубокому усвоению понятия площади и способов ее измерения; применению этого умения в решении как учебных, так и задач в жизненных ситуациях, а также созданию у учащихся четких и правильных геометрических образов; развитию пространственных представлений и навыка оценки размеров предметов «на глаз»; самостоятельной конструкторской деятельности. Это подготовит учащихся к успешному изучению систематического курса геометрии.

Связь с учебником: [Будет заполнено учителями позже.]

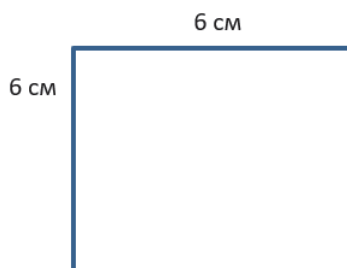
Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ◆ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут строить прямоугольники и научатся находить площадь прямоугольника и других фигур с помощью палетки. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

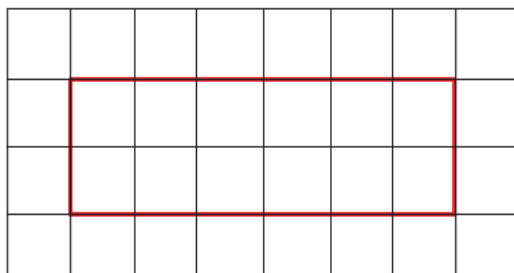
- ◆ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в парах или в малых группах. Прочитайте задание:
 - Длина прямоугольника составляет 6 см, а ширина на 4 см короче длины. Нарисуйте с помощью линейки этот прямоугольник. Найдите его периметр и площадь.
- ◆ **Совет учителю.** Проследите за тем, чтобы у учащихся были чертежные принадлежности и палетка. Обратите внимание, как они строят прямоугольник с помощью линейки. Используйте палетку при моделировании так, чтобы учащиеся вместе с вами считали квадратные единицы площади, используя свои палетки.
- ◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:
 - Как вы построили прямоугольник?
 - Чему равны длины его сторон, периметр?
 - Кто может поделиться другим способом решения этой задачи?
- ◆ **Противоположное предположение**
 - Скажите учащимся, что кто-то из учащихся другой школы сделал так:
 - был нарисован прямоугольник со сторонами 6 см и 6 см.



- Спросите учащихся:
 - Вы согласны или не согласны? Почему?
 - *Как вы думаете, почему он / она нарисовал / нарисовала такой прямоугольник?*
 - Как бы вы объяснили ему / ей, что ответ является неправильным?
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.
 - Мы знаем, что длина прямоугольника составляет 6 см, а ширина 6 – 4, т.е. 2 см. Нарисуем прямоугольник.



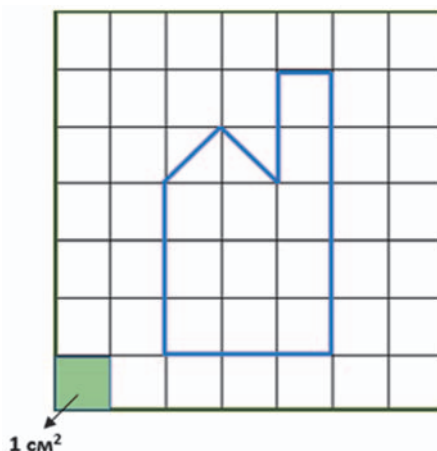
- Теперь найдем периметр.
- Мы знаем, периметр — это длина границы прямоугольника. Чтобы его найти, нужно сложить длины всех сторон. Периметр равен 16 см.
- Чтобы *найти площадь прямоугольника сделаем следующее:*
 - *мы знаем, что площадь прямоугольника — это его внутренняя часть;*
 - *будем использовать палетку, чтобы найти площадь;*
 - *наложим палетку (прозрачную пластинку в клетку, где 1 клетка равна 1 кв. см) на прямоугольник;*



- *сосчитаем число целых квадратных сантиметров, которые содержатся в прямоугольнике. Их 12;*
- *значит, площадь прямоугольника 12 (кв. см).*
- Очень важно заметить, что если длина 6 см, то в одном ряду, прилегающему к этой стороне, содержится 6 кв.см, а таких рядов 2.
- Это похоже на матрицу, которую мы используем для умножения. Число квадратных сантиметров, содержащихся в прямоугольнике, можно найти умножением $2 \cdot 6 = 12$. Значит, площадь прямоугольника равна 12 (кв.см).

- ◆ **Практика.** Попросите учащихся нарисовать другие прямоугольники и найти периметр и площадь. Другой вариант: дайте готовый рисунок и попросите определить с помощью палетки площадь фигуры.

- **Уровень выше.** Найдите периметр и площадь фигуры, изображенной на рисунке. Объясните свое решение.



- Уровень соответствует
- Нарисуйте прямоугольник периметром 24 см. Найдите площадь прямоугольника с помощью палетки. Сравните оба значения. Объясните свой ответ.
- Уровень ниже
 - Дайте учащимся готовые рисунки прямоугольника и квадрата и попросите их с помощью палетки найти периметр, а затем площадь.

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка/ неформальное формирующее оценивание**

- Попросите учащихся нарисовать и показать:
 - фигуру с 4 сторонами и периметром 10 см;
 - фигуру с 4 сторонами и периметром 18 см.
 - Попросите вычислить площади этих фигур с помощью палетки.
- Затем попросите учащихся показать:
 - 👍 — если учащиеся легко решили задачу;
 - 🤔 — если у учащихся возникли затруднения с решением задачи;
 - 👎 — если учащиеся не понимают задание и не знают, как его выполнить.
- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.

- ◆ Повторите пройденное и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.

- Сегодня на уроке вы строили прямоугольники с заданными длиной и шириной, заданным периметром и научились находить площадь прямоугольника с помощью палетки.
- Чтобы найти площадь фигуры, можно использовать палетку. Наложить палетку на фигуру и посчитать число целых и нецелых квадратных сантиметров. Если известны длина и ширина прямоугольника, то, чтобы найти его площадь, нужно умножить длину на ширину.

◆ **Домашнее задание.** Дайте домашнее задание из учебника.

- Упражнения могут быть на построение в тетради прямоугольника с известным периметром и нахождение площади с помощью палетки.
- Упражнения могут содержать готовые рисунки прямоугольников и задание на определение с помощью палетки площади частей и целой фигуры с последующим их сравнением.
- Учащимся, которые затрудняются, можно дать упражнение, где требуется построить прямоугольник с заданными сторонами, затем найти площадь прямоугольника с помощью палетки.
- Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать целям, рассмотренным во введении к уроку.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 6 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАЛЕТКИ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ПЕРИМЕТРА И ПЛОЩАДИ

Название / Тема: Площадь геометрических фигур

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: Учащиеся будут использовать палетку для измерения площади геометрической фигуры.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности, ножницы, палетка.

Важность: Использование палетки для определения площади геометрических фигур будет способствовать глубокому усвоению понятия площади и способов ее измерения; применения этого умения в решении как учебных, так и задач в жизненных ситуациях, а также созданию у учащихся четких и правильных геометрических образов; развитию пространственных представлений и навыка оценки размеров предметов «на глаз»; самостоятельной конструкторской деятельности. Это подготовит учащихся к успешному изучению систематического курса геометрии.

Связь с учебником: [Будет заполнено учителями позже.]

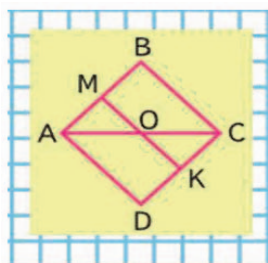
Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут находить площадь фигур с помощью палетки. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в паре или в малой группе вместе. Покажите рисунок и напомните, что палетку они использовали для нахождения площади прямоугольника. Теперь они будут использовать палетку для определения площади треугольника. Затем прочитайте задание.



Найдите площадь квадрата ABCD. Сравните площадь прямоугольника AMKD и площадь треугольника ABC.

- ♦ **Совет учителю.** Проследите за тем, чтобы у учащихся были чертежные принадлежности и палетка для того, чтобы учащиеся вместе с вами подсчитали площадь фигур, используя свои палетки.
- ♦ **Обсуждение.** Попросите нескольких детей поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:
 - Какой ответ вы получили?
 - Можете объяснить, как вы нашли площадь квадрата ABCD?

- Какая площадь больше: площадь треугольника ABC или прямоугольника AMKD? Объясните свой ответ
- Кто может поделиться другим способом решения задачи?

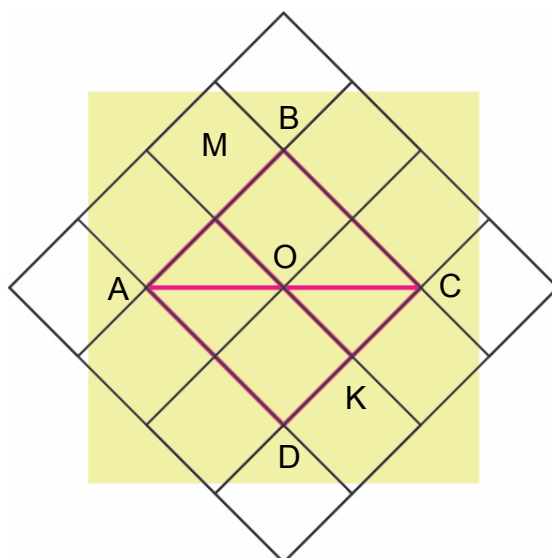
◆ **Противоположное предположение**

Скажите, что кто-то из учащихся другой школы сказал, что площадь треугольника ABC равна 3 см^2 , а площадь прямоугольника AMKD равна 2 см^2 .

- Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему он / она так сказал / сказала?*
 - Как бы вы объяснили ему / ей, что этот ответ является неправильным?

◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как были решены примеры. Используйте палетку для моделирования так, чтобы учащиеся вместе с вами измеряли площади фигур своими палетками.

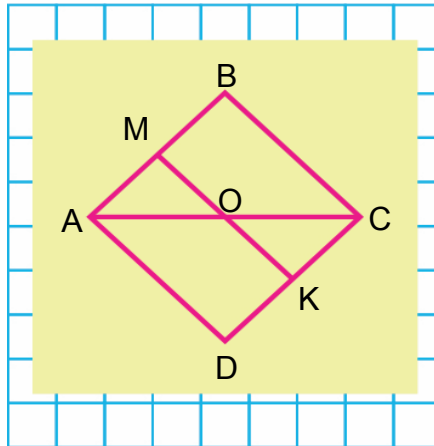
- Скажите: Сегодня мы узнаем, что для нахождения площади любой фигуры можно использовать палетку. Палетка – это прозрачная пластинка, разделенная на клетки — единицы площади, одна клетка равна 1 см^2 .
- Чтобы найти площадь квадрата ABCD, нам нужно:
 - *наложить палетку на данную фигуру так, чтобы углы палетки совпали с углами квадрата;*
 - *сосчитать, сколько целых клеток — квадратных единиц содержится в квадрате ABCD. Их 4. Значит, площадь квадрата ABCD 4 см^2 .*



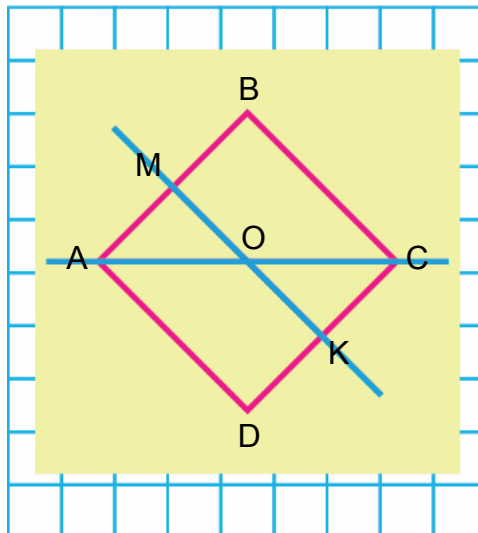
- Теперь, нам нужно найти площади прямоугольника AMKD и треугольника ABC и сравнить их.
- Мы видим, что прямоугольник AMKD состоит из двух целых клеток, это две квадратные единицы - 2 см^2 .
- Треугольник ABC состоит из одной целой клетки и двух неполных клеток. Эти две неполные клетки (половины) в сумме составят одну целую. Следовательно, площадь треугольника ABC тоже равна двум квадратным единицам - 2 см^2 .
- Из этого следует, что площади прямоугольника AMKD и треугольника ABC равны.

Другой способ

- Скажите: Чтобы сравнить площади прямоугольника $AMKD$ и треугольника ABC , мы выполним следующее:
- - внимательно смотрим на рисунок;



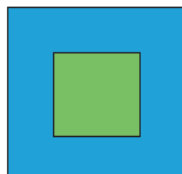
- мы видим, что квадрат $ABCD$ площадью 4 см^2 разбит на два равных прямоугольника $AMKD$ и $MBCK$, их площади будут по 2 см^2 .



- Этот квадрат также разбит на два равных треугольника ABC и ADC , их площади также по 2 см^2 .

- Значит, площадь прямоугольника $AMKD$ и площадь треугольника ABC равны.

- ◆ **Практика.** Попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Убедитесь, что они используют палетку для нахождения площади фигур.
 - **Уровень выше.** Задайте учащимся более сложные упражнения для работы с палеткой.
 - Пример: Сторона квадрата 5 см . На сколько увеличится площадь квадрата, если сторону квадрата удлинить на 2 см . Произведите вычисление площади квадратов с помощью палетки. Объясните свое решение.
 - Пример 2. Начертите в тетради подобную фигуру, закрасьте в эти цвета. Найдите площадь всей фигуры, затем закрашенной в зеленый цвет части. Как можно найти площадь части закрашенной в синий цвет? Сравните площади закрашенных частей.



- **Уровень соответствует.** Задайте учащимся соответствующего уровня упражнения для работы с палеткой. Например: Постройте два произвольных треугольника в тетради. Сравните их площади.
- **Уровень ниже.** Задайте учащимся упражнения для работы с палеткой, где нужно найти площадь изображенного четырехугольника. Например: найдите площадь всей фигуры, изображенной выше, и части, закрашенной зеленым цветом.

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание**
 - Попросите учащихся построить и показать прямоугольник и треугольник.
 - Затем попросите найти их площадь, используя палетку.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Напомните учащимся:
 - для нахождения площади фигур они могут использовать палетку;
 - если при нахождении площади прямоугольника используется палетка, то надо наложить палетку на данную фигуру так, чтобы углы палетки совпали с углами прямоугольника;
 - если фигура не является прямоугольником, то находить площадь нужно так:
 - *накладываем палетку на фигуру;*
 - *считаем количество целых квадратов;*
 - *считаем количество кусочков;*
 - *количество кусочков делим на два;*
 - *складываем полученное число с количеством целых квадратов.*
 - В ответе получится значение площади фигуры, но значение площади в данном случае является приближенным.
- ◆ **Домашнее задание.** Дайте домашнее задание из учебника
 - Задания могут быть на нахождение площади различных треугольников и их сравнение.
 - Учащимся, которые затрудняются, задайте упражнения, где нужно найти площадь прямоугольника.
 - Учащиеся могут использовать палетку для нахождения площади фигур.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать целям, рассмотренным во введении к уроку.



КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПРИМЕНЕНИЯ СТРАТЕГИЙ

Геометрические фигуры и пространственные отношения

Подтема 1. Составление и разбиение фигур. Блоки фигур.

Фрагмент примерного урока 1. Геометрическая фигура, составление и разбиение на части, 1–2 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество множеств»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Составление или разбиение на части геометрических фигур на плоскости; • построение геометрических фигур на плоскости и объемных фигур 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика в составлении и разбиении геометрической фигуры на плоскости с помощью блоков и дополнительных построений</p>	<p>1. Пространственные отношения</p> <ul style="list-style-type: none"> • Составление фигур из частей и разбиение фигур на части (2 класс). <p>2. Геометрические фигуры</p> <ul style="list-style-type: none"> • Простые геометрические фигуры (1 класс). • Пространственные представления (1–2 классы). <p>Компетентности 1, 2</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1 класс <p>K1: 1.1.1; 1.2.1. K2: 1.1.2. K4: 1.1.4.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 2 класс <p>K1: 2.1.1; 2.2.1. K3: 2.1.3. K4: 2.1.4</p>

Геометрические фигуры и пространственные отношения

Подтема 1. Составление и разбиение фигур. Блоки фигур

Фрагмент примерного урока 2. Геометрическая фигура, составление и разбиение на части. Измерение площади, 3-4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество моделей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Навыки пространственных отношений; понимание того, что площадь фигуры равна сумме площадей ее частей; • навыки составления фигуры из частей, разбиения на части, измерения сторон геометрических фигур, определения площади. 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика в составлении из частей фигур многоугольников, разбиение геометрических фигур на части. Измерение площади составленных фигур.</p>	<p>1. Пространственные отношения</p> <ul style="list-style-type: none"> • Определение известной и неизвестной части фигуры (3 класс). • Нахождение половины, третьей и четвертой части фигуры (3 класс). • Решение задач на нахождение неизвестной части фигуры (3 класс). <p>2. Геометрические фигуры</p> <ul style="list-style-type: none"> • Нахождение площади (3-4 классы). • Построение фигур с помощью циркуля и линейки. (3 класс). <p>1, 2. Компетентности</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 класс <p>K1: 3.1.1. K2: 3.1.2; 3.2.2. K3: 3.2.3.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 4 класс <p>K1: 4.1.1; 4.2.1. K2: 4.1.2. K4: 4.2.4.</p>

Геометрические фигуры и пространственные отношения

Подтема 2. Построение геометрических фигур на плоскости и конструирование объёмных фигур
фрагмент примерного урока 3. Построение фигур с помощью чертежных инструментов, 1–2 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество моделей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Выполнение простейших чертежей и построение геометрических фигур; решение задач на построение на плоскости и в пространстве 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика в построении и разделении геометрической фигуры на другие</p>	<p>1. Пространственные отношения</p> <ul style="list-style-type: none"> Взаимное расположение предметов на плоскости и в пространстве (1 класс). Составление фигур из частей и разбиение фигур на части (2 класс). <p>2. Геометрические фигуры</p> <ul style="list-style-type: none"> отрезки, ломаные линии; прямоугольник, квадрат (2 класс). <p>Компетентности 1, 2</p> <ul style="list-style-type: none"> 1 класс K1: 1.2.1. K2: 1.2.2. K4: 1.1.4 2 класс K1: 2.1.1. K2: 2.1.2; 2.2.2.

Геометрические фигуры и пространственные отношения

Подтема 2. Рисование и построение геометрических фигур на плоскости и конструирование объёмных фигур
фрагмент примерного урока 4. Развертка куба, 3–4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество моделей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Изготовление моделей объёмных фигур; умение построения и конструирования объёмных фигур на основе развертки 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика в построении чертежа развёртки, вырезания и сбора объёмной формы, модели куба, прямоугольного параллелепипеда.</p>	<p>1. Пространственные отношения</p> <ul style="list-style-type: none"> Решение задач нахождение неизвестной части фигуры (3 класс). <p>2. Геометрические фигуры</p> <ul style="list-style-type: none"> Объёмные фигуры (куб (4 класс)). Конструирование объёмных фигур (4 класс). <p>Компетентности 1, 2</p> <ul style="list-style-type: none"> 3 класс K4: 4.1.4. 4 класс K2: 4.2.2. K 3: 4.3.3; K4: 4.1.4; 4.2.4.

Геометрические фигуры и пространственные отношения

Подтема 3. Палетка

Фрагмент примерного урока 5. Прямоугольник, его периметр. Определение площади фигуры, 2–3 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество моделей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Использование палетки для определения периметра и приближенного значения площади геометрических фигур на плоскости; вычисление площади геометрических фигур по формулам 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика в нахождении периметра и приближенного значения площади геометрической фигуры с помощью палетки</p>	<p>1. Пространственные отношения</p> <ul style="list-style-type: none"> Различие многоугольников, распределение их на группы (2 класс). <p>2. Геометрические фигуры</p> <ul style="list-style-type: none"> Прямоугольник (2 класс). Многоугольник и вычисление его периметра (2 класс). Площадь прямоугольника. (3 класс). Построение фигур с помощью циркуля и линейки (3 класс). <p>Компетентности 1, 2</p> <ul style="list-style-type: none"> 2 класс <p>K2: 2.1.2; K3: 2.1.3. K1: 2.2.1. K3: 2.2.3.</p> <ul style="list-style-type: none"> 3 класс <p>K1: 3.2.1. K2: 3.1.2. K3: 3.2.3. K4: 3.1.4.</p>

Геометрические фигуры и пространственные отношения

Подтема 3. Палетка

Фрагмент примерного урока 6. Площадь геометрических фигур, 3–4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество моделей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Определение площади геометрических фигур на плоскости с помощью палетки; Вычисление площади геометрических фигур на плоскости и площади поверхностей объемных фигур с помощью формул 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика в нахождении площади геометрической фигуры с использованием палетки</p>	<p>1. Пространственные отношения</p> <ul style="list-style-type: none"> Нахождение половины, третьей и четвертой части фигуры (3 класс). <p>2. Геометрические фигуры</p> <ul style="list-style-type: none"> Площадь прямоугольника. Нахождение площади (S) (3-4 классы). Палетка. Определение неизвестной стороны прямоугольника по известной стороне и площади (4 класс). <p>Компетентности 1, 2</p> <ul style="list-style-type: none"> 3 класс <p>K3: 3.1.3; 3.2.3. K4: 3.1.4.</p> <ul style="list-style-type: none"> 4 класс <p>K1: 4.1.1; 4.6.1. K2: 3.1.2; K4: 4.5.2.</p>



ПРИЛОЖЕНИЕ А ШАБЛОН ФРАГМЕНТА ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ

Подтема / Фрагмент примерного урока:

Название / Тема:

Целевые классы:

Цель деятельности: Учащиеся будут ...

Необходимые материалы:

Важность:

Связь с учебником:

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок.

- ◆ **Введение.** Краткое представление учащимся информации о том, над чем они будут работать сегодня. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ◆ **Решение задачи.** Выберите для учащихся задачу для решения. Дайте им 2–5 минут, в зависимости от сложности задачи, чтобы они смогли решить ее самостоятельно или в паре. Когда они решают задачу, проходите по классу, наблюдая и фиксируя для себя активность каждого учащегося
- ◆ **Обсуждение.** Учащиеся делятся своими решениями, сосредотачиваясь на объяснении и обосновании своего решения.
 - Наводящие вопросы:
 - *Какой ответ?*
 - *Как вы узнали, что ответ _____?*
 - *Можете объяснить, как вы получили ответ ____?*
 - *Кто может поделиться с другими учащимися своим способом решения задачи?*
- ◆ **Противоположное предположение.** Предложите учащимся контррассуждение, в котором представлен неверный ответ. Спросите учащихся, что они думают об ответе и что они могут сказать другим учащимся, которые сделали / предложили неверные решения.
 - Скажите учащимся, что вы разговаривали с кем-то из учащихся другой школы, и он / она сказал / сказала _____.
 - Спросите учащихся:
 - Вы согласны или не согласны? Почему?
 - Как вы думаете, почему так было сделано?
 - Что бы вы сказали ему /ей?
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги для класса, как была решена задача, опираясь на более ранние объяснения учащихся. При необходимости выполните рисунок на доске, чтобы проиллюстрировать решение задачи.
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся решить аналогичную задачу. Вы можете найти ее в учебнике или сами составить. По мере необходимости предлагайте задачи более сложные или более простые.

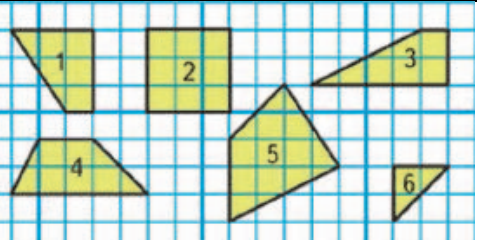
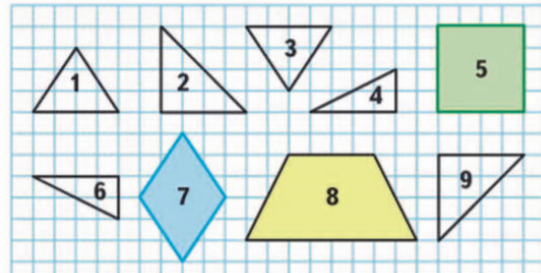
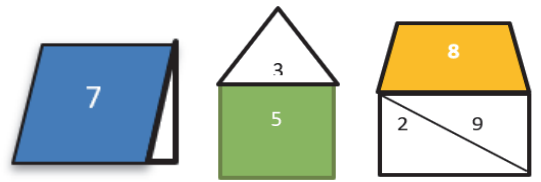
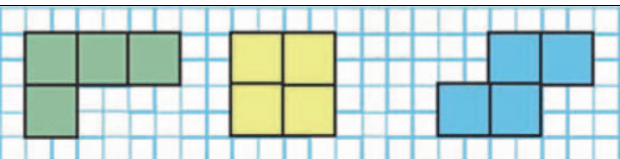

Часть III. Оценивание результатов обучения

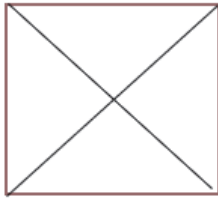


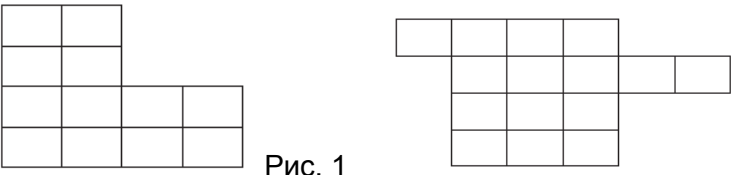
- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание**
 - Это возможность быстро определить, насколько хорошо учащиеся поняли содержание урока. Вы можете использовать следующие приемы:
 - большой палец вверх;
 - поднять руку и показать пальцами;
 - другие.
- ◆ Повторите пройденное и свяжите его с целями, изложенными во введении.
 - Напомните учащимся о том, что они узнали сегодня, и скажите, что они продолжают практиковать свои навыки.
- ◆ **Домашнее задание.** Найдите подходящие задачи в учебнике или составьте их сами.
 - Убедитесь, что задачи не сложнее, чем те, что были освоены на уроке, и не сосредоточены на другом навыке.

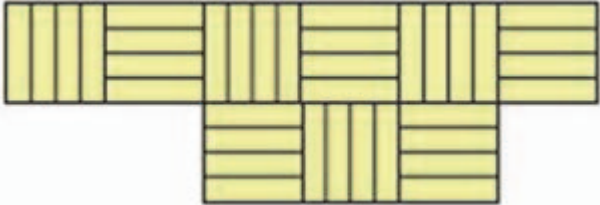


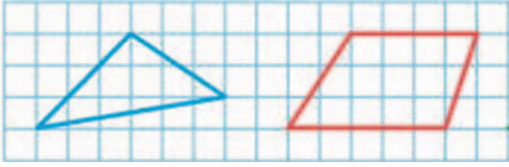
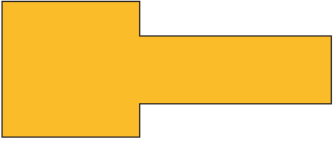
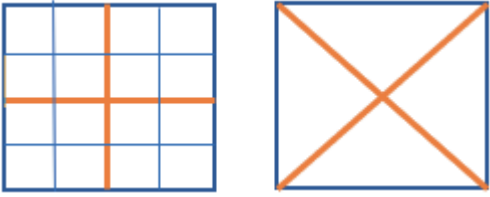
ПРИЛОЖЕНИЕ Б

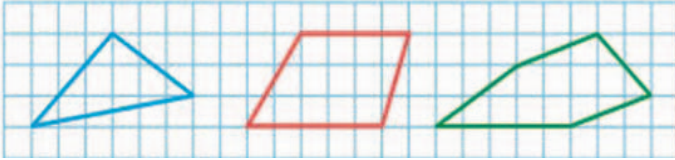
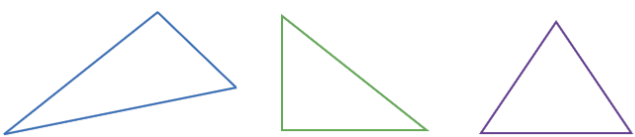
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

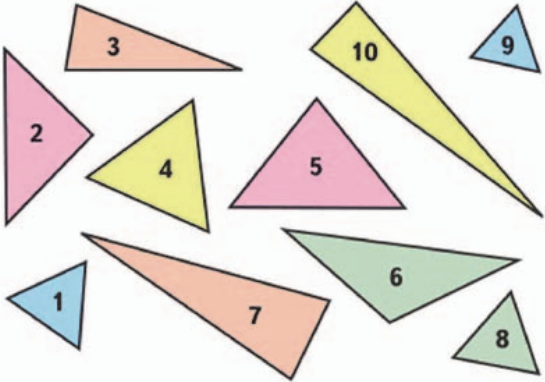
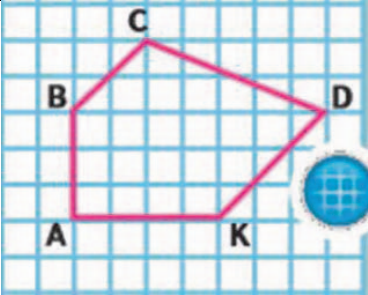
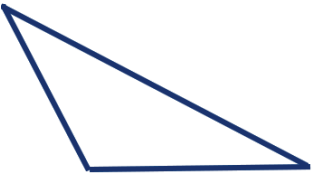
Тема: Составление и разбиение фигур. Блоки фигур Фрагмент примерного урока 1. Геометрическая фигура, составление и разбиение на части		
Задача	Класс	Уровень
 <p>Постройте на бумаге в клетку эти фигуры и вырежьте их. Составьте из них квадрат</p>	1 класс	соответствует
<p>Постройте фигуры, как показано на рисунке 1 и вырежьте их. Из них составьте многоугольники, например, как показано на рисунке 2.</p>  <p style="text-align: right;">Рис.1</p>  <p style="text-align: right;">Рис.2</p>	1 класс	соответствует
 <p>Постройте фигуры в тетради. Сравните эти фигуры: чем отличаются и чем схожи? Дорисуйте в каждой фигуре квадрат так, чтобы все фигуры отличались друг от друга только цветом</p>	1 класс	соответствует
 <p>Составьте из четырех таких же, как на рисунке, бумажных фигур пятиугольник</p>	1 класс	соответствует

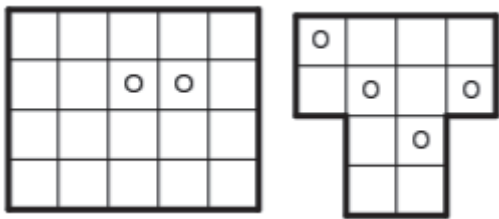
Тема: Составление и разбиение фигур. Блоки фигур		
Фрагмент примерного урока 1. Геометрическая фигура, составление и разбиение на части		
Задача	Класс	Уровень
  <p>Рис.1 Рис.2</p> <p>Квадрат на рис.1 разбит на четыре равных треугольника. Разбейте квадрат на рис.2 на четыре равных треугольника еще двумя способами</p>	1 класс	выше
 <p>Составьте из четырех равных треугольников один квадрат</p>	2 класс	соответствует
 <p>Рис. 1 Рис. 2</p> <p>Разбейте фигуру на рис.1 на 4 равные фигуры. Разбейте фигуру на рис. 2 на 3 равные фигуры</p>	2 класс	выше

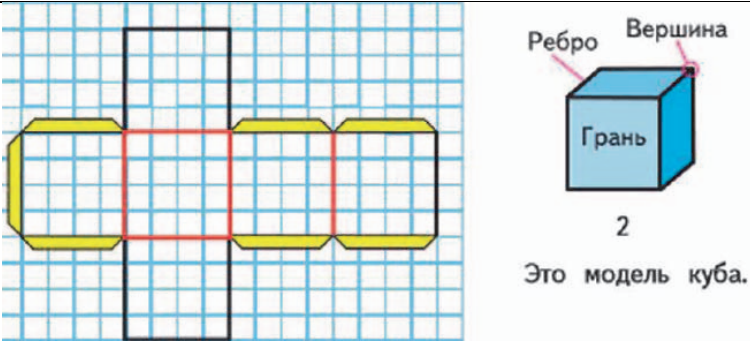
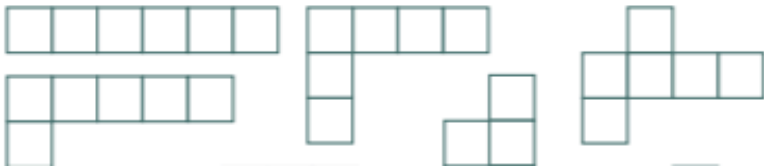
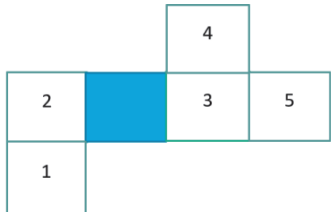
Тема: Составление и разбиение фигур. Блоки фигур		
Фрагмент примерного урока 2. Геометрическая фигура, составление и разбиение на части. Измерение площади, 3-4 классы		
Задача	Класс	Уровень
<p>На рисунке показана часть паркета, которую надо заменить. Каждый квадрат паркета составлен из четырех дощечек. Сколько всего нужно дощечек для замены? Можно ли еще другим способом решить задачу? Объясните решение</p> 	3 класс	соответствует

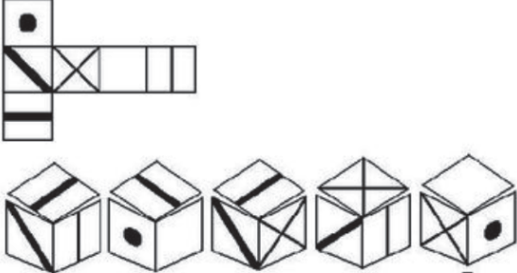

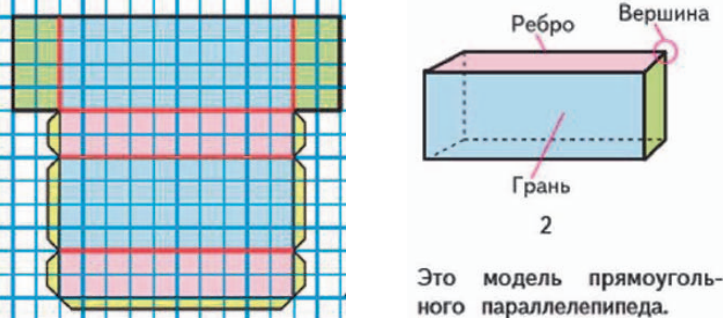
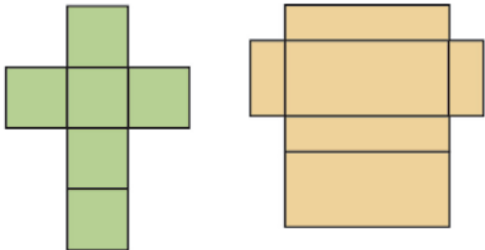
Тема: Составление и разбиение фигур. Блоки фигур		
Фрагмент примерного урока 2. Геометрическая фигура, составление и разбиение на части. Измерение площади, 3-4 классы		
Задача	Класс	Уровень
 <p>Дополните каждую фигуру до прямоугольника и посчитайте площадь прямоугольников</p>	3 класс	соответствует
 <p>Найдите площадь фигуры. Объясните свое решение</p>	3 класс	соответствует
<p>Рассмотрите чертеж. На сколько равных частей разделен каждый квадрат? Найдите площадь одной доли каждого квадрата, если одна клетка равна 1 кв. см. Сравните эти площади</p> 	3 класс	выше

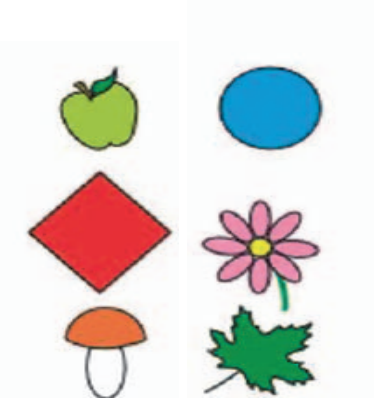
Тема: Рисование и построение геометрических фигур на плоскости		
Фрагмент примерного урока 3. Построение фигур с помощью чертежных инструментов		
Задача	Класс	Уровень
 <p>Начертите в тетради эти фигуры. Проведите в каждой из них по 2 отрезка так, чтобы получить 2 треугольника и 1 четырехугольник</p>	3 класс	соответствует
 <p>Начертите в тетради такие треугольники. Проведите в каждом из этих треугольников отрезок так, чтобы в каждом из них получилось 3 треугольника.</p>	3 класс	соответствует

Тема: Рисование и построение геометрических фигур на плоскости		
Фрагмент примерного урока 3. Построение фигур с помощью чертежных инструментов		
Задача	Класс	Уровень
<p>Найдите сумму длин двух сторон треугольника и сравните с третьей стороной. Как вы думаете, в других треугольниках сумма длин двух сторон тоже больше длины третьей?</p>		
<div style="text-align: center;">  </div> <p>Какие из этих треугольников прямоугольные, тупоугольные и остроугольные? Начертите разносторонний, равнобедренный и равносторонний треугольники. Есть ли среди них прямоугольный, остроугольный или тупоугольный?</p>	3 класс	соответствует
<div style="text-align: center;">  </div> <p>Начертите пятиугольник, как показано на рисунке. Проведите в нем отрезки BK и AD. Точку пересечения обозначьте буквой M. Назовите:</p> <ul style="list-style-type: none"> - прямоугольные, тупоугольные и остроугольные треугольники; - все четырехугольники 	3 класс	соответствует
<div style="text-align: center;">  </div> <p>Начертите этот тупоугольный треугольник в тетради. Проведите два отрезка так, чтобы получить 4 тупоугольных треугольника</p>	3 класс	выше


Тема: Рисование и построение геометрических фигур на плоскости		
Фрагмент примерного урока 3. Построение фигур с помощью чертежных инструментов		
Задача	Класс	Уровень
 <p>Проведите фломастером по линиям клетки, разбив фигуру на две равные так, чтобы в каждой из частей оказался кружок</p>	3 класс	выше

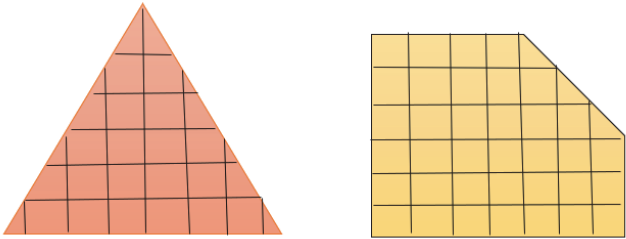
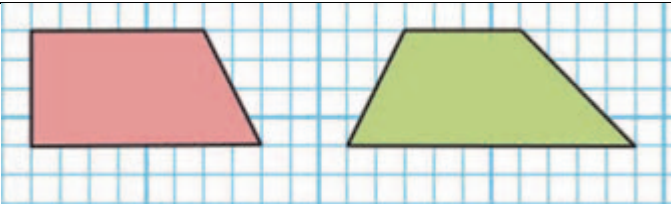
Тема: Конструирование объёмных фигур		
Фрагмент примерного урока 4. Развертка куба		
Задача	Класс	Уровень
 <p>Изготовьте модель куба:</p> <ul style="list-style-type: none"> - перечертите фигуру на бумагу в клетку; - вырежьте фигуру, перегните по красным линиям, намажьте клеем клапаны и склейте фигуру 	4 класс	соответствует
 <p>Какие из этих фигур являются развертками куба?</p>	4 класс	соответствует
 <p>Мысленно сверните развертку и определите, какая грань является верхней, если нижняя грань закрашена</p>	4 класс	соответствует

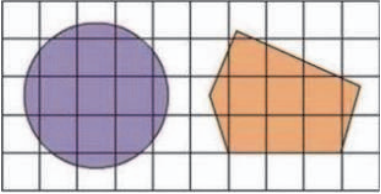
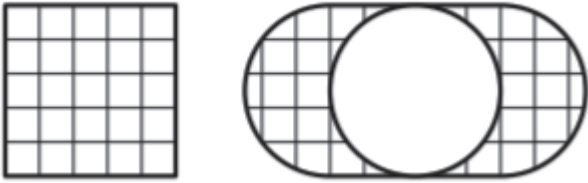
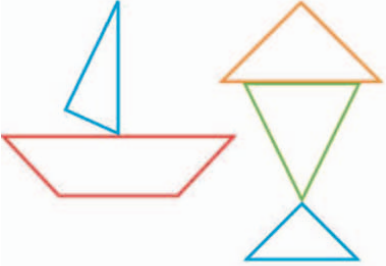
Тема: Конструирование объёмных фигур Фрагмент примерного урока 4. Развертка куба		
Задача	Класс	Уровень
 <p>Какой куб склеен из данной развертки?</p>	4 класс	соответствует
 <p>Раскрасьте соответствующие грани куба, полученные из данной развертки</p>	4 класс	соответствует
 <p>Изготовьте модель прямоугольного параллелепипеда: - перечертите фигуру на бумагу в клетку; - вырежьте фигуру, перегните по красным линиям, намажьте клеем клапаны и склейте фигуру</p>	4 класс	соответствует
 <p>Какая фигура является разверткой куба, а какая — параллелепипеда? Чем они похожи и чем отличаются?</p>	4 класс	соответствует

Тема: Конструирование объёмных фигур Фрагмент примерного урока 4. Развертка куба		
Задача	Класс	Уровень
<p>Начертите в тетради развертку прямоугольного параллелепипеда и куба. Нарисуйте на ней заданные предметы и фигуры так, чтобы напротив друг друга были: круг и квадрат, лист и яблоко, грибочек и цветок.</p> 	4 класс	выше

Тема. Палетка Фрагмент примерного урока 5: Прямоугольник, его периметр. Определение площади фигуры.		
Задача	Класс	Уровень
 <p>Вычислите периметр и площадь квадрата. Вычислите периметр и площадь незакрашенной фигуры. Чему равна площадь закрашенной части фигуры? Найдите периметр одного треугольника. Используйте палетку для вычислений (сторона квадрата в палетке 1 см; 1 квадрат равен 1 кв.см)</p>	3 класс	соответствует
 <p>Узнайте площадь каждого квадрата и закрашенной части. Сравните площади закрашенной и незакрашенной части фигур 1 и 2</p>	3 класс	соответствует

Тема. Палетка		
Фрагмент примерного урока 5: Прямоугольник, его периметр. Определение площади фигуры.		
Задача	Класс	Уровень
 <p>Дополните фигуры до прямоугольников. Вычислите периметр и площадь каждого прямоугольника с помощью палетки. Какая площадь больше: заданных или достроенных прямоугольников? Объясните ответ</p>	3 класс	соответствует
<p>Начертите два разных прямоугольника так, чтобы периметр каждого был равен 20 см. Какие еще прямоугольники с таким периметром могут быть? Найдите площадь каждого прямоугольника и сравните их. Используйте палетку для вычислений</p>	3 класс	соответствует
<p>Начертите на бумаге в клетку прямоугольники различной формы, площади которых равны 24 кв. см. Вычислите их периметры. У прямоугольника какой формы периметр наименьший?</p>	3 класс	выше

Тема. Палетка		
Фрагмент примерного урока 6. Площадь геометрических фигур		
Задача	Класс	Уровень
 <p>Сколько квадратных сантиметров составляет площадь каждой из этих фигур, если сторона клетки равна 1 см?</p>	4 класс	соответствует
 <p>Постройте эти четырехугольники в тетради. С помощью палетки найдите приближенное значение площади каждого и сравните их. Объясните свое решение</p>	4 класс	соответствует

 <p>Сравните площади фигур</p>	4 класс	соответствует
<p>У Азамата есть 4 квадратных листа цветной бумаги. Площадь каждого квадратного листа равна 9 кв. см. Из этих листов он сложил большой квадрат. Найдите периметр и площадь большого квадрата</p>	4 класс	соответствует
<p>Длина прямоугольника 7 см, а ширина 5 см. Какова площадь квадрата, если периметр квадрата равен периметру прямоугольника? Для вычисления площади используйте палетку</p>	4 класс	соответствует
 <p>На что уйдет краски больше: на окрашивание квадрата или на окрашивание этого необычного кольца?</p>	4 класс	выше
<p>Сторона квадрата 5 см. На сколько увеличится площадь квадрата, если сторону квадрата удлинить на 2 см. Произведите вычисление площади квадратов с помощью палетки</p>	4 класс	выше
 <p>Фигуры вырезаны из бумаги разных цветов. На какую из этих фигур бумаги ушло больше? Объясните свое решение</p>	4 класс	выше



ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПЛАН ДЕЙСТВИЙ

Модуль 7. Фрагменты примерного урока 1 / 2						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду менять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а) / изменил(а) в плане-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Модуль 7. Фрагменты примерного урока 3 / 4

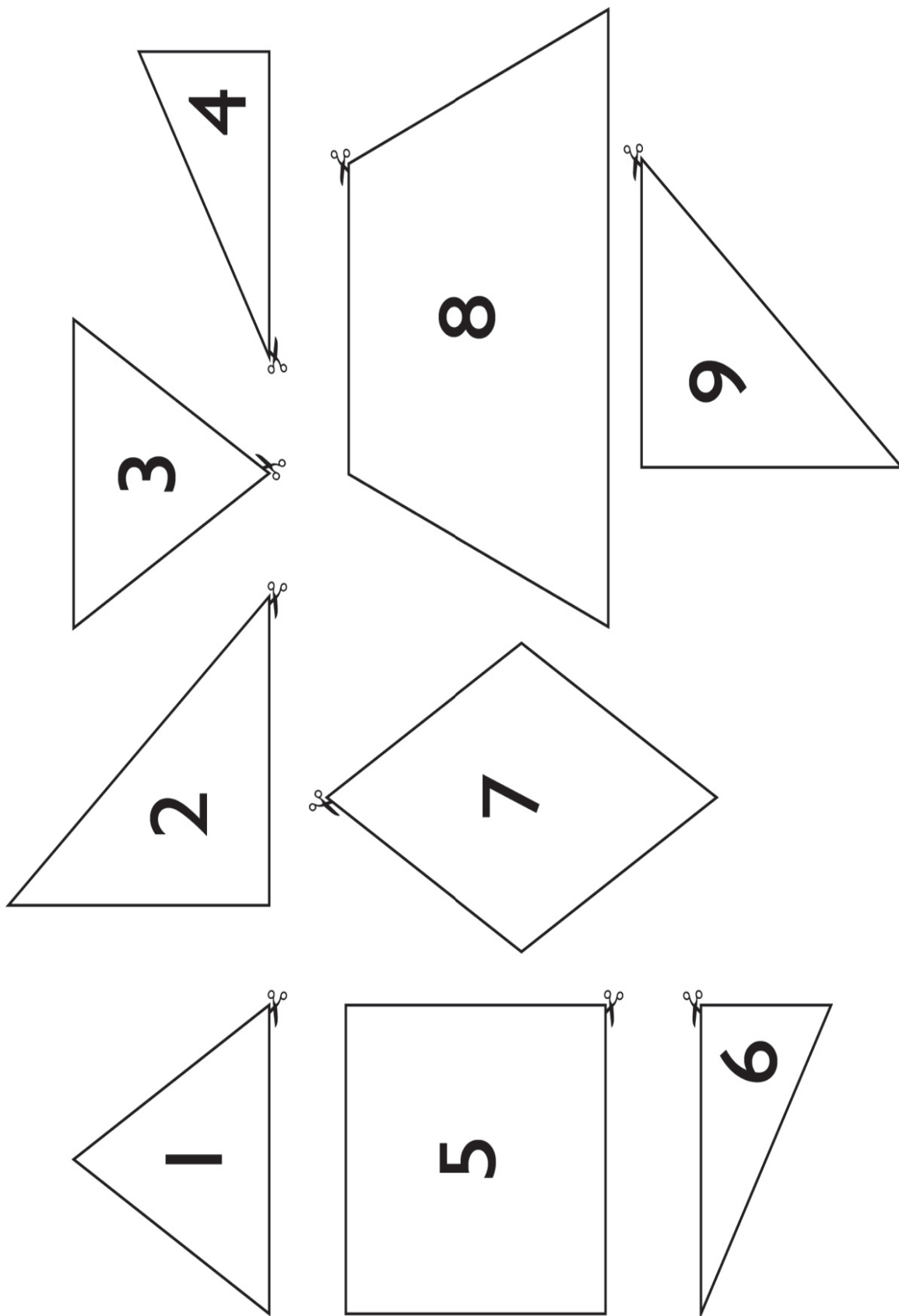
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду менять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а) / изменил(а) в плане-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Модуль 7. Фрагменты примерного урока 5 / 6

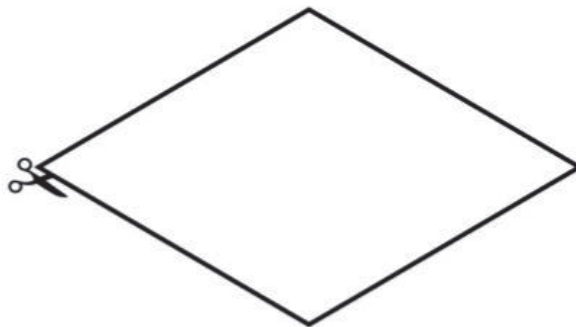
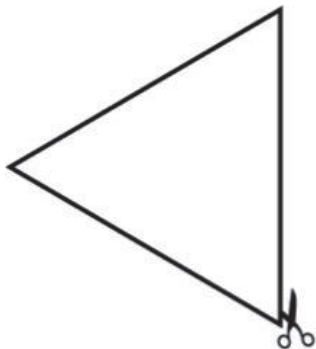
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду приходить	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а) / изменил(а) в плане-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						



ПРИЛОЖЕНИЕ Г: ШАБЛОНЫ ФИГУР, ВЫРЕЗАННЫХ ИЗ БУМАГИ

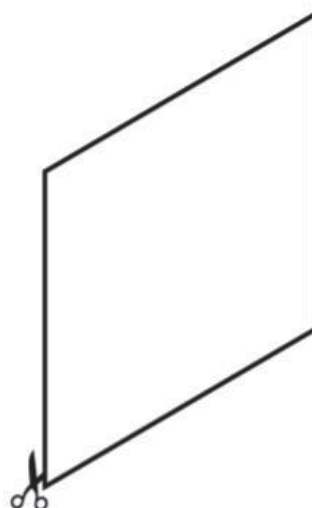
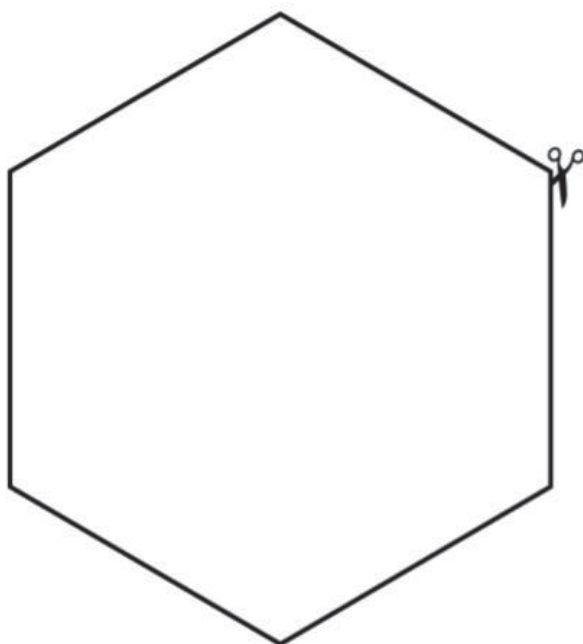


Треугольник



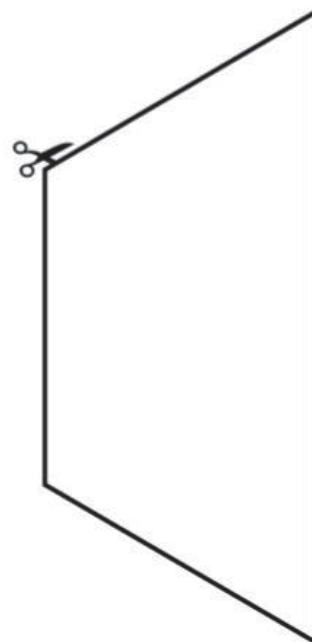
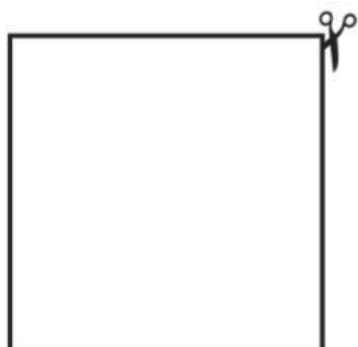
Ромб

Шестиугольник



Параллелограмм

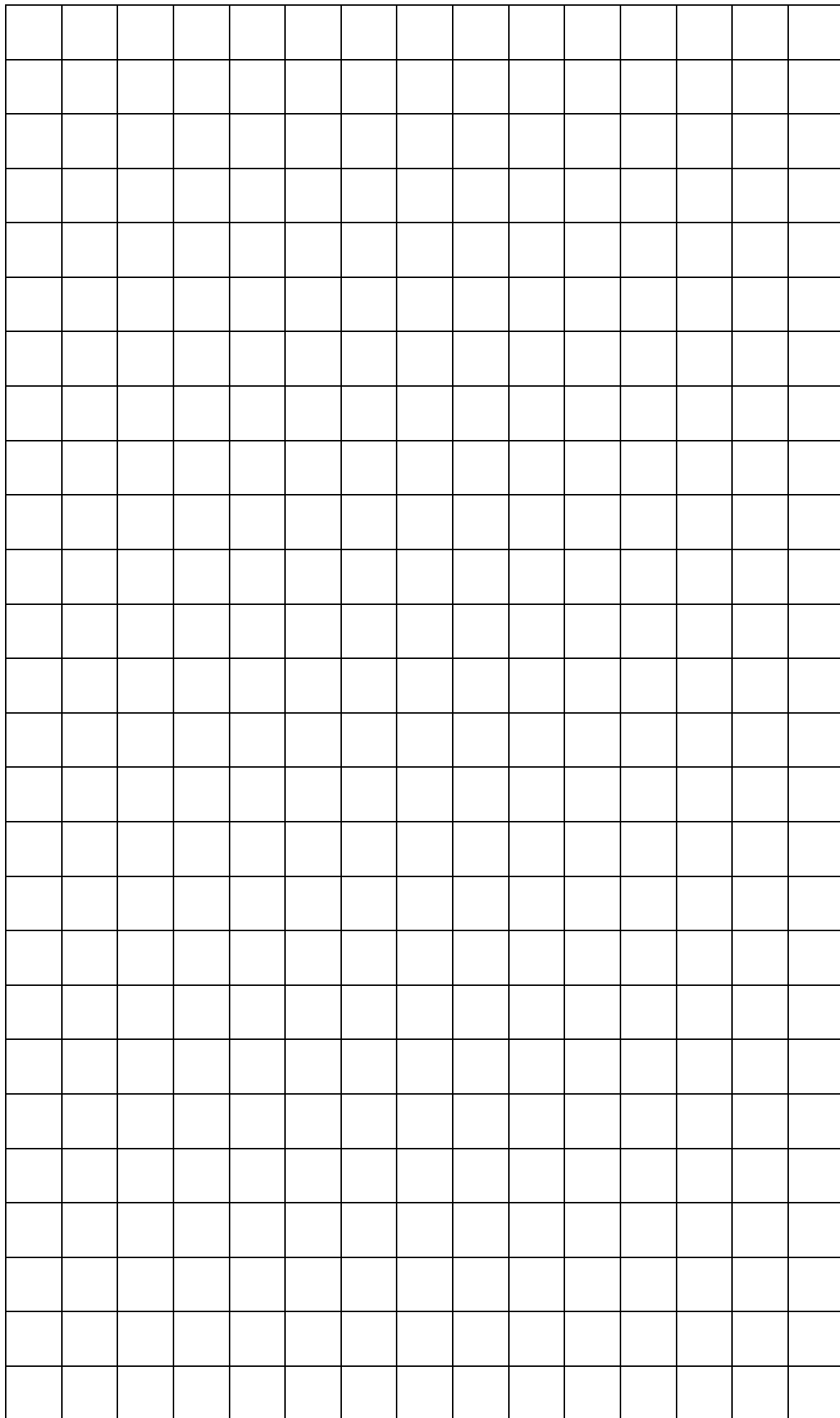
Квадрат



Трапеция



ПРИЛОЖЕНИЕ Д: БУМАГА В КЛЕТКУ (1 КВ. СМ)



МОДУЛЬ 8 ПО МАТЕМАТИКЕ

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ
ФИГУРЫ И
ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ
ОТНОШЕНИЯ**

Часть II

ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ



МОДУЛЬ 8 «ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ И ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ», ЧАСТЬ II

Модуль 8 «Геометрические фигуры и пространственные отношения» включает следующие темы:

- ◆ Обзор стратегии обучения «Множество моделей» и второстепенных стратегий обучения (стр. iii-xiv).
- ◆ Ожидаемые результаты обучения согласно предметному стандарту по математике для начальных классов.
- ◆ Обзор использования геобордов в качестве математической модели для определения фигур и их углов.
- ◆ Фрагменты примерных уроков, в которых используется модель «Геоборд» для изучения многоугольников и их углов.
- ◆ Обзор использования геобордов в качестве математической модели для изучения периметра и площади фигур.
- ◆ Фрагменты примерных уроков, в которых используется модель «Геоборд» для вычисления периметра и площади фигур.
- ◆ Обзор понятий пространственного отношения и пространственной ориентации, использование специальной терминологии, указывающей на положение объектов при чтении схем.
- ◆ Фрагменты примерных уроков, в которых учащиеся описывают положение объектов, употребляя соответствующую терминологию; используют схему комнаты для описания и расположения объектов.
- ◆ Календарно-тематический план по применению стратегий, который показывает, как интегрировать приведенные в модуле фрагменты примерных уроков в обычные уроки по учебнику.
- ◆ Библиография (модуль 6).
- ◆ Ссылки на учебники (модуль 6).
- ◆ Приложение А. Шаблон фрагмента примерного урока.
- ◆ Приложение Б. Дополнительные задачи для самостоятельной работы.
- ◆ Приложение В. План действий.
- ◆ Приложение Г. Шаблон бумаги в точку.
- ◆ Приложение Д. Шаблоны для вырезания фигур из бумаги.

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ И ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ, ЭТАП II
РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ**

Учебные материалы по геометрическим фигурам и пространственным отношениям*

	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
Содержательная линия				
1. Пространственные отношения	<ul style="list-style-type: none"> • Распределение предметов по группам по признакам и формам. • Сравнение групп предметов. • Взаимное расположение предметов на плоскости и в пространстве. • Направление движения 	<ul style="list-style-type: none"> • Различие многоугольников, распределение их по группам. • Составление фигур из частей и разбиение фигур на части. • Пространственные и временные представления. 	<ul style="list-style-type: none"> • Определение известной и неизвестной части фигур. • Нахождение половины, трети и четвертой части фигур. • Решение задач на нахождение неизвестной части фигуры. 	<ul style="list-style-type: none"> • Сравнение известной и неизвестной части фигуры.
2. Геометрические фигуры	<ul style="list-style-type: none"> • Простые геометрические фигуры. • Многоугольник. • Сумма длин сторон фигур. • Обозначение фигур буквами. 	<ul style="list-style-type: none"> • Прямоугольник. Квадрат. • Многоугольник и вычисление его периметра. 	<ul style="list-style-type: none"> • Окружность. Круг. • Радиус, диаметр и центр круга. • Построение фигур с помощью циркуля и линейки. • Треугольники. Виды треугольников (разносторонний, равнобедренный, равносторонний). • Площадь прямоугольника. 	<ul style="list-style-type: none"> • Нахождение площади (S) и периметра (P) многоугольников. • Определение неизвестной стороны прямоугольника по известным сторонам и площади. • Палетка. • Объёмные фигуры (куб, пирамида, шар, цилиндр, конус, параллелепипед). • Нахождение периметра (P) и площади (S) граней объёмных фигур (куб, параллелепипед). • Конструирование объёмных фигур.

Содержательная линия	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
4. Величины	<ul style="list-style-type: none"> • Единицы измерения длины: сантиметр (см), дециметр (дм). • Соотношения между единицами измерения длины, их преобразование и сравнение 	<ul style="list-style-type: none"> • Единицы измерения длины: миллиметр (мм), метр (м). • Таблица единиц измерения длины. • Соотношения между единицами измерения длины, их преобразование и сравнение 	<ul style="list-style-type: none"> • Единицы измерения площади: см^2, дм^2, м^2. • Соотношения между единицами измерения площади, их преобразование и сравнение. • Арифметические действия с величинами 	<ul style="list-style-type: none"> • Единица измерения длины - километр (км). • Единицы измерения площади: мм^2, км^2, ар, гектар. • Таблица единиц измерения длины, площади, массы, времени. • Соотношения между единицами измерения величин, их преобразование и сравнение. • Арифметические действия со значениями величин
6. Задачи		<ul style="list-style-type: none"> • Геометрические задачи (длина ломаной, периметр многоугольника). • Решение задач составлением выражения 	<ul style="list-style-type: none"> • Составные задачи на смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение. • Задачи на соотношение между единицами измерения величин. • Геометрические задачи (периметр многоугольника, площадь прямоугольника, квадрата). • Решение задач составлением выражения 	<ul style="list-style-type: none"> • Задачи нахождение стороны прямоугольника по известным площади и другой стороне. • Задачи на нахождение периметра и площади многоугольников, граней объемных фигур (куб, параллелепипед)

Ожидаемые результаты обучения учащихся (по ступеням и классам)

В таблице:

- первая цифра обозначает класс;
- вторая цифра - номер содержательной линии;
- третья цифра – номер компетентности;

Например, 1.1.1. – первая 1 – класс, вторая 1 – номер содержательной линии, третья 1 – номер компетентности.

(K1 – предметная компетентность, K2 – информационная, K3 – социально-коммуникативная, K4 – “самоорганизация и разрешение проблем”)

Ожидаемые результаты				
Компетентности	Ожидаемые результаты			
	1-класс	2-класс	3-класс	4-класс
К1	<p>Учащийся:</p> <p>1.1.1. называет предметы, определяет количество и группы предметов;</p> <p>1.2.1. называет и различает геометрические фигуры, находит сумму длин сторон многоугольника (прямоугольник, квадрат, треугольник), использует буквы для обозначения геометрических фигур;</p> <p>1.4.1. понимает и называет единицы измерения длины (см, дм, м), массы (кг), вместимости (литр);</p> <p>1.6.1. устно составляет и моделирует задачи на сложение и вычитание</p>	<p>Учащийся:</p> <p>2.1.1. сопоставляет признаки предметов и классифицирует предметы в группы по признакам;</p> <p>2.2.1. характеризует свойства геометрических фигур и сравнивает геометрические фигуры по форме, определяет длину отрезка и ломаной, знает формулу периметра геометрических фигур (прямоугольник, квадрат), вычисляет по формуле периметр изученных геометрических фигур;</p> <p>2.4.1. знает и обозначает единицы измерения длины (мм, см, дм, м);</p> <p>2.6.1. рассказывает о решении составных задач нахождение суммы, разности, планирует и устно воспроизводит ход решения задачи</p>	<p>Учащийся:</p> <p>3.1.1. определяет неизвестную Этап из частей предметов по признакам, разбирает фигуру на укрупненные части и конструирует фигуры из частей;</p> <p>3.2.1. различает окружность и круг, радиус и диаметр, находит площадь и периметр прямоугольника, квадрата, прямоугольного треугольника, применяя формулы;</p> <p>3.4.1. знает и различает величины длины, площади и единицы их измерения, называет единицы измерения площади;</p> <p>3.6.1. выбирает арифметические действия для решения задачи и объясняет их выбор; определяет число и порядок действий</p>	<p>Учащийся:</p> <p>4.1.1. сравнивает известные и неизвестные части предметов, аргументирует выбор, разбирается во взаимном расположении фигур на плоскости;</p> <p>4.2.1. определяет радиус и диаметр окружности и круга. Находит периметр и площадь многоугольника, граней объемных фигур, площадь фигуры, составленной из прямоугольников, находит площадь фигуры с помощью палетки;</p> <p>4.4.1. соотносит единицы измерения величин, выбирает необходимую единицу измерения площади для вычисления площади фигур;</p> <p>4.6.1. анализирует предложенные варианты решения задачи, выбирает из них верные, рассказывает о способах решения составных задач</p>

Ожидаемые результаты				
Компетентности	Ожидаемые результаты			
	1-класс	2-класс	3-класс	4-класс
K2	<p>Учащийся:</p> <p>1.1.2. распознает предметы, распределяет их по группам: "столько же", "больше на", "меньше на" и определяет их количество;</p> <p>1.2.2. чертит геометрические фигуры: линии, отрезки, многоугольники;</p> <p>1.4.2. выявляет общий принцип измерения величин, использует его для измерения, переводит единицы измерения длины в мелкие и крупные;</p> <p>1.6.2. дополняет условие задачи недостающими данными или вопросом, составляет обратные задачи</p>	<p>Учащийся:</p> <p>2.1.2. называет местоположение предметов в пространстве и на плоскости, сопоставляет их с геометрическими формами;</p> <p>2.2.2. выполняет построение углов и четырехугольников по заданным параметрам;</p> <p>2.4.2. переводит единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия (сложение, вычитание) со значениями величин в разных единицах измерения (длина, ...);</p> <p>2.6.2. моделирует сложные задачи с помощью предметов, схематических рисунков и схем, выявляет известные и неизвестные величины</p>	<p>Учащийся:</p> <p>3.1.2. рисует предметы, делит их на равные части, решает задачи на нахождение неизвестной части из частей предметов;</p> <p>3.2.2. чертит из отрезков многоугольники, пользуется циркулем при построении окружности, треугольника;</p> <p>3.4.2. переводит единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия (сложение, вычитание) со значениями величин в разных единицах измерения (длина, площадь)</p>	<p>Учащийся:</p> <p>4.1.2. решает задачи на определение неизвестной части;</p> <p>4.2.2. строит из отрезков многоугольники, из квадрата и прямоугольника макеты объёмных фигур;</p> <p>4.4.2. переводит единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия (сложение, вычитание, умножение, деление) со значениями величин в разных единицах измерения (длина, площадь)</p>

Ожидаемые результаты				
Компетентности	Ожидаемые результаты			
	1-класс	2-класс	3-класс	4-класс
K3	<p>Учащийся:</p> <p>1.1.3. сравнивает количество предметов, устанавливает их взаимосвязь по определенным признакам, определяет направление движения;</p> <p>1.2.3. сравнивает отрезки разной длины, ломаные;</p> <p>1.4.3. различает величины и соотносит их единицы измерения</p>	<p>Учащийся:</p> <p>2.1.3. исследует предметы окружающего мира и определяет их разнообразное расположение в пространстве и на плоскости;</p> <p>2.2.3. сравнивает периметры четырехугольников;</p> <p>2.4.3. анализирует выполненные арифметические действия с единицами измерения величин</p>	<p>Учащийся:</p> <p>3.1.3. распознает особенность предметов, сравнивает известные и неизвестные части, находит половину, треть и четвертую части фигуры;</p> <p>3.2.3. различает способы нахождения площади фигуры по формуле</p>	<p>Учащийся:</p> <p>4.1.3. анализирует Решение задачи. на определение известных и неизвестных частей фигуры;</p> <p>4.2.3. описывает свойства объемных фигур, сравнивая, определяет площадь многоугольников и граней объемных фигур</p>

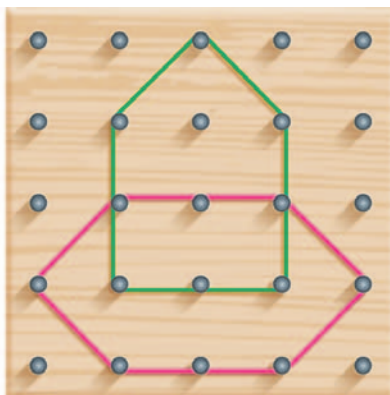
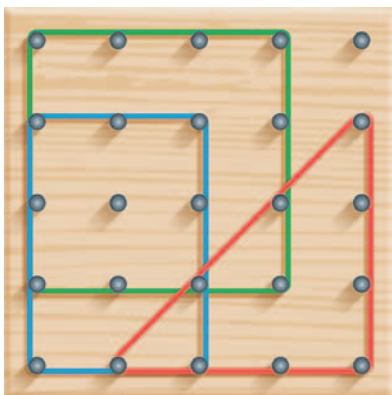
Ожидаемые результаты				
Компетентности	1-класс	2-класс	3-класс	4-класс
K4	<p>Учащийся:</p> <p>1.1.4. разбирает группы предметов на части по заданному признаку, находит «лишний» предмет по какому-либо признаку;</p> <p>1.2.4. различает, называет и изображает точку, отрезок, луч, прямую и кривую линии, замкнутую и незамкнутую линии, области и границы;</p> <p>1.4.4. приводит примеры соотношения между единицами измерения каждой из величин в жизненных ситуациях;</p> <p>1.6.4. по рисункам, схемам, выражениям самостоятельно составляет и решает задачи. (на увеличение, на уменьшение числа на несколько единиц, на разностное сравнение, на нахождение суммы, остатка)</p>	<p>Учащийся:</p> <p>2.1.4. устанавливает пространственно-временные отношения, описывает последовательность событий и расположение объектов;</p> <p>2.2.4. распознаёт и изображает отрезок, ломаную линию, многоугольник, устанавливает соотношения между целым отрезком и его частями;</p> <p>2.4.4. рассказывает о соотношении между единицами измерения каждой из величин, используя жизненные ситуации;</p> <p>2.6.4. самостоятельно составляет составные задачи и решает их, применяет изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях</p>	<p>Учащийся:</p> <p>3.1.4. распознает в предметах окружающей обстановки изучаемые фигуры, описывает их свойства;</p> <p>3.2.4. разбирает фигуры на части, составляет их из частей, устанавливает равенство и неравенство геометрических фигур;</p> <p>3.4.4. приводит примеры использования величин в повседневной жизни;</p> <p>3.6.4. самостоятельно презентует способы решения составных задач, контролирует правильность выполнения изменений при решении задач</p>	<p>Учащийся:</p> <p>4.1.4. моделирует различные ситуации расположения объектов в пространстве и на плоскости;</p> <p>4.2.4. распознает, называет и различает фигуры: многогранник и его виды (прямоугольный параллелепипед, пирамида), круглые тела (цилиндр, конус) на моделях, конструирует модели объемных фигур из квадрата, прямоугольника, соотносит модель объёмной фигуры с предметами окружающей обстановки;</p> <p>4.4.4. самостоятельно использует таблицы соотношения единиц измерения величин при выполнении арифметических действий;</p> <p>4.6.4. различает рациональный и иррациональный способы решения задачи, выявляет причину ошибки в решении задачи и корректирует его, оценивает свою работу</p>



ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ГЕОБОРДЫ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧЕТЫРЕХУГОЛНИКОВ, МНОГОУГОЛЬНИКОВ И ИХ УГЛОВ

Геоборд — это математическая модель, которая помогает учащимся изучать многие понятия геометрии и измерения величин, включая свойства и классификацию геометрических фигур на плоскости, построение и разбиение фигур, части фигур, углы фигур, периметр и площадь фигур. Геоборд — это доска, где на равном расстоянии друг от друга расположены гвоздики или штырьки. Учащиеся надевают резинки на гвоздики (штырьки), чтобы построить геометрические фигуры на плоскости.

Английский математик Калед Гаттеньо изобрел геоборд в 1950-х годах для обучения геометрическим понятиям. Вначале геоборд представлял собой деревянную доску с вбитыми гвоздиками. Сегодня геоборды могут быть изготовлены из пластика различных цветов и размеров. На рисунке показаны геоборды, изготовленные из разных материалов.



Учителя могут начать использовать этот конкретный манипулятивный материал с предоставления учащимся времени для изучения геоборда. «Как и с любым инструментом, учащимся необходимо предоставить время для свободной игры, чтобы у них была возможность исследовать новый инструмент и экспериментировать с ним» (Scandrett, 2008). Сначала нужно научить учащихся строить на геоборде как можно больше квадратов. Другой вариант познакомить учащихся с геобордом — сыграть с ними в следующую игру: *«Дайте учащимся список фигур. Они по желанию выбирают любые 5 и строят их на геоборде. (Учащиеся могут построить одну и ту же фигуру несколько раз, если захотят.) Когда вы будете называть фигуру, они должны снять ее со своей доски, если эта фигура у них есть. Игра оканчивается, когда на досках учащихся не останется ни одной фигуры»* (Lake, 2017).

При использовании геобордов учителя должны сначала показать, как безопасно использовать геоборды. Затем объяснить учащимся, как правильно пользоваться резинками. «К сожалению, резинки могут привести к озорству, когда их дают маленьким детям. ... Дайте понять, что все учащиеся, которые будут баловаться, используя резинки (щелкать ими или стрелять в других), будут лишены права использовать геоборд» (Russell, 2019).

Далее перечислены некоторые преимущества использования геоборда.

Учащиеся начальных классов могут испытывать трудности с правильным построением фигур при изучении свойств геометрических фигур, что может привести к формированию ошибочных представлений. Когда учащиеся используют геоборд, они видят правильно построенные стороны и углы фигуры.

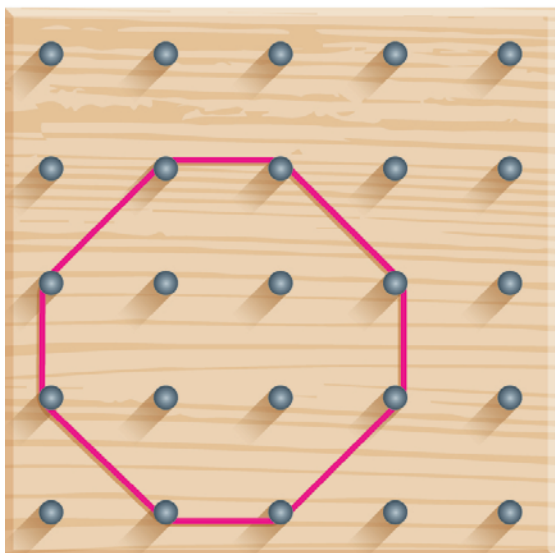
Геоборды помогут учащимся легко распознавать свойства фигур. Например, учащиеся сразу увидят, что равнобедренный треугольник — это не просто обычный треугольник, а треугольник с двумя равными по длине сторонами.

На геоборде легко увидеть, что треугольник можно повернуть набок, что его стороны могут быть больше или меньше по длине, что треугольник может иметь стороны разной длины, при этом оставаясь треугольником. Конечно, можно об этом просто рассказать учащимся или даже показать разные фигуры. Но едва ли найдется лучший способ научить их, предоставив возможность самостоятельно изучать фигуры и их расположение на плоскости.

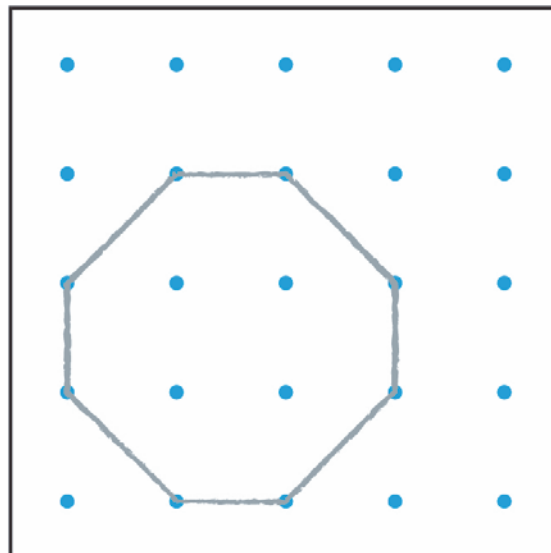
Учащиеся могут свободно экспериментировать в построении фигур на геоборде. «В работе с геобордами нет записей об ошибках, которые могли бы помешать изучению. Учащиеся могут восстановить квадрат снова или создать новую фигуру, переместив резинку на другой штырёк» (Батлер, 2016).

Геоборды создают хорошие возможности для того, чтобы учителя могли задавать открытые вопросы. Например, если вы попросите учащихся создать фигуру с четырьмя сторонами и четырьмя углами, то увидите, как учащиеся создают различные фигуры, включая квадраты, прямоугольники, параллелограммы и другие четырехугольники. Это способствует оживленным дискуссиям о свойствах фигур и о том, как их можно классифицировать.

В изучении понятий геометрии и измерения величин учащиеся могут перейти от конкретной модели геоборда к ее графическому представлению, используя лист бумаги в точку. Она похожа на бумагу в клетку. Но вместо клеток на ней нанесены точки, расположенные на равном расстоянии друг от друга, чтобы можно было делать точные измерения. Учащиеся могут легко построить фигуры, которые они строили с помощью геоборда, на листе в точку, как показано на рисунке.



Конкретная модель: реальный геоборд



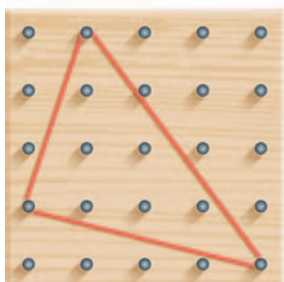
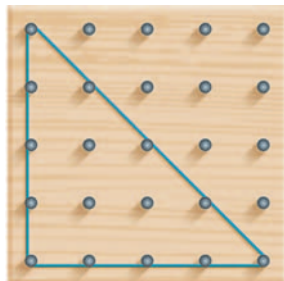
Графическая модель: бумага в точку

Далее показан прогресс в развитии понимания построения фигур и их свойств.

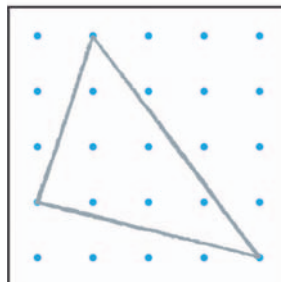
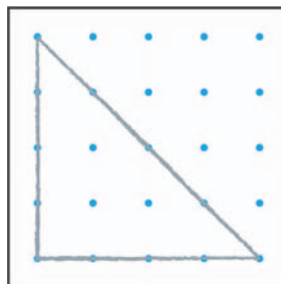
Тема: Длины сторон треугольника

— *Постройте треугольник, две стороны которого равны. Затем постройте треугольник со сторонами разной длины.*

Конкретное представление



Графическое представление

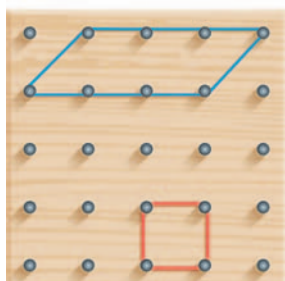
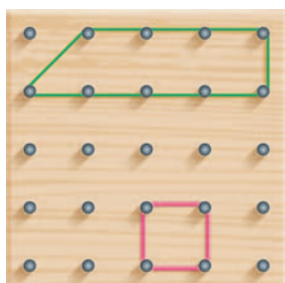


В конкретном представлении учащихся просят построить треугольник с двумя сторонами одинаковой длины, а затем треугольник со сторонами разной длины. Учащиеся могут посчитать штырьки на геоборде, чтобы определить приблизительную длину сторон треугольников (две стороны равны или все три стороны разной длины). В графическом представлении учащиеся могут использовать лист бумаги в точку. Они чертят линии между точками, чтобы построить треугольник с двумя сторонами равной длины, а затем — треугольник со сторонами разной длины и снова измерить стороны, подсчитав количество точек.

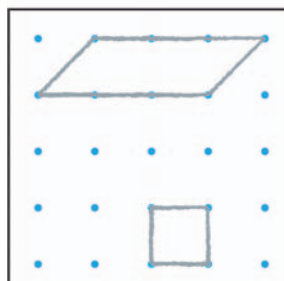
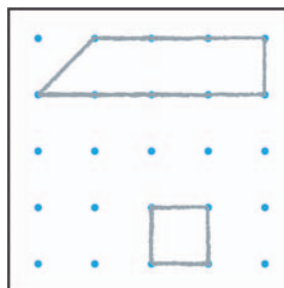
Тема: Углы больше и меньше прямого угла

— Постройте квадрат, чтобы узнать величину прямого угла. Затем постройте четырехугольник, в котором один угол больше прямого и есть угол меньше, чем прямой.

Конкретное представление



Графическое представление



Учащиеся уже должны быть знакомы с понятием «прямой угол». В конкретном представлении учащиеся могут сделать на геоборде квадрат и увидеть, что он имеет 4 прямых угла. Затем учащихся просят построить любой четырехугольник, который имеет, по крайней мере, 1 угол, который меньше прямого, и один, который больше прямого угла. Они могут использовать лист бумаги (или угольник) в качестве инструмента для оценки величины угла. Учащиеся могут повторить это в графическом представлении, следуя действиям построения фигуры на геоборде и рисуя на листе бумаги в точку квадрат и выбранный ими четырехугольник.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2: ОПРЕДЕЛЕНИЕ МНОГОУГОЛЬНИКОВ И ИХ УГЛОВ

В следующих фрагментах примерных уроков учителя будут обучать учащихся, как пользоваться геобордом в качестве математической модели. Первый фрагмент примерного урока знакомит учащихся с различными многоугольниками. Учащиеся строят многоугольники и подсчитывают количество сторон и углов, имеющихся в каждом многоугольнике. Во втором фрагменте примерного урока учащиеся используют геоборды для построения углов в треугольниках. Геоборды играют важную роль в обоих фрагментах примерных уроков, помогая учащимся визуализировать эти важные геометрические понятия.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 1: ГЕОБОРД ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ФИГУР

Название / Тема: Многоугольники

Целевые классы: 1–2

Цель деятельности: Учащиеся будут использовать геоборд для построения многоугольников.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности, геоборд.

Важность: Использование различных средств с целью множественного представления геометрических понятий дает возможность глубже понять и представить фигуры; выявить свойства; способствует формированию математических представлений, развитию логического и пространственного мышления, зрительной памяти, умения моделировать и ориентироваться на плоскости и в пространстве.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

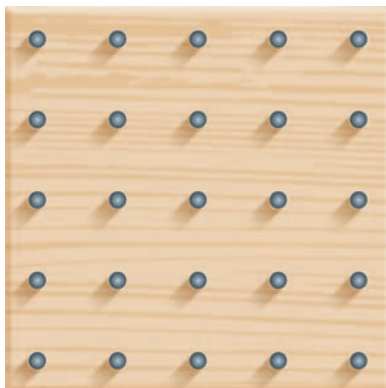
- ◆ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут строить многоугольники с помощью геоборда. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ◆ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в паре или в малой группе вместе и дайте задание.

— *Постройте треугольник.*

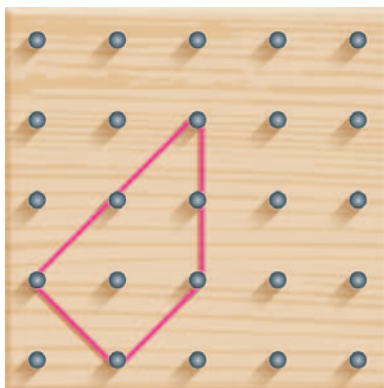
- ◆ **Совет учителю.** Проследите за тем, чтобы у учащихся были чертежные принадлежности и геоборд для того, чтобы они вместе с вами строили многоугольники, используя свои геоборды. Если в классе нет такой возможности, то можно выполнить построения в тетрадях или использовать лист бумаги в точку (см. Приложение Г. Шаблон бумаги в точку для копирования).



- ◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:

- Как вы построили треугольники на геоборде?
- Чем отличается ваш треугольник от треугольников других учеников?
- Кто может поделиться другим способом построения треугольника?

- ◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда это задание было предложено кому-то из учащихся другой школы, он / она построил / построила треугольник, как показано на рисунке. (Покажите учащимся эту фигуру.)



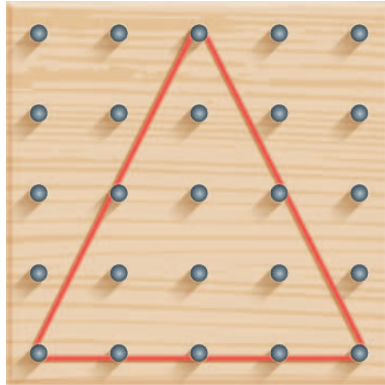
- Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему так был построен треугольник?*
 - Как вы объясните ему / ей, что этот ответ является неправильным?

- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как были выполнены задания. В начале работы познакомьте учащихся с геобордом, покажите учащимся, как натягивать и снимать резинки на геоборде.

- Скажите:
 - Сегодня мы будем использовать геоборд для построения многоугольников. Геоборд — это многофункциональная геометрическая доска для конструирования плоских фигур, на которой расположены штырьки. Плоские фигуры — это геометрические фигуры на плоскости. На нашем геоборде количество штырьков 25 (5 рядов и 5 столбцов). Расстояние между штырьками составляет 1 см.
 - Теперь потренируемся строить фигуры на геоборде. Вначале построим треугольник (на доске учитель рисует треугольник).



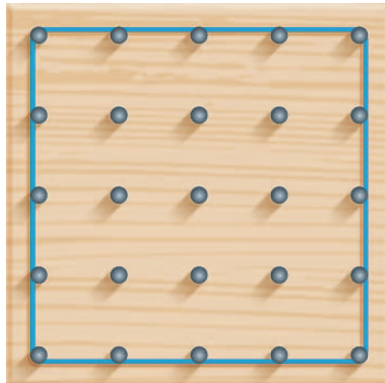
- Чтобы построить этот треугольник, надеваем резинку на средний штырь из верхнего ряда. Затем натягиваем ее и надеваем на два крайних штыря нижнего ряда.
- Обращаем внимание на то, что у построенного треугольника две стороны равны.



- Следующее задание: постройте треугольники с меньшими по длине и равными сторонами.
- Давайте построим еще другие фигуры. Например, квадрат (учитель чертит квадрат на доске).

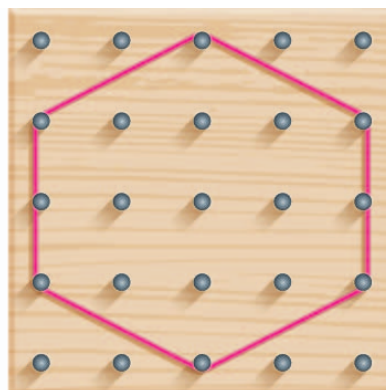
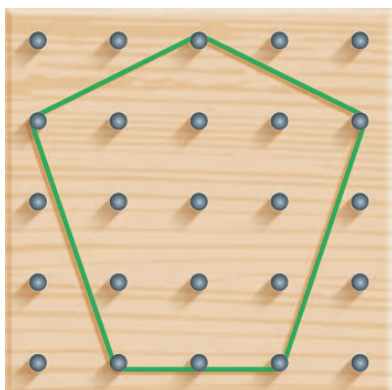


- Надеваем резинку на крайние штырьки верхнего ряда. Затем натягиваем ее и надеваем на последние штырьки нижнего ряда.



- Теперь попробуйте построить квадраты с меньшими по длине сторонами.
- Таким же способом построим пятиугольник и шестиугольник (на доске учитель рисует пятиугольник и шестиугольник).





- Подобным образом можно построить семиугольник, восьмиугольник и т. д.
- Все эти фигуры ограничены замкнутой ломаной линией. Они называются многоугольниками.
- Многоугольники отличаются друг от друга количеством углов и сторон. Число сторон многоугольника совпадает с числом его углов.

◆ **Практика.** Попросите учащихся выполнить похожие задания из учебника.

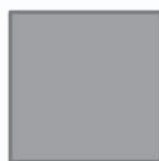
- Упражнения могут быть на построение двух или нескольких многоугольников и сравнение количества их сторон и углов. Убедитесь в том, что они используют геоборд для построения фигур. Постепенно усложняйте задания, преобразуйте задачи в открытые, чтобы дать учащимся возможность поиска различных решений.
- **Уровень выше.** Постройте эти фигуры на геоборде (или в тетради) и объясните, чем похожи и чем различаются фигуры 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4.



1



2

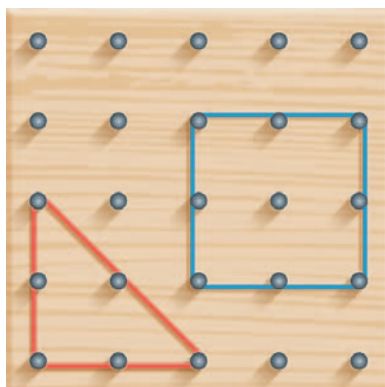


3



4

- **Уровень соответствует.** Попросите учащихся построить треугольник и прямоугольник на одном геоборде и сравнить количество сторон и углов. Учащиеся могут выполнить такое же задание, но с другими фигурами, с заданными длинами сторон.



- **Уровень ниже.** Задайте учащимся упражнения на построение любого многоугольника. Для этого покажите на геоборде, как эту фигуру строить. Затем попросите самостоятельно построить фигуры на геоборде.

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание**
 - Попросите учащихся построить и показать пятиугольник (или шестиугольник/семиугольник), используя геоборд.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
 - Повторите пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Подведите итоги, сказав учащимся, что для построения многоугольников они могут использовать геоборд. Число сторон и углов построенной фигуры определит название этого многоугольника.
- ◆ **Домашнее задание.**
 - Дайте домашнее задание из учебника.
 - Задания могут быть на построение различных многоугольников, а затем сравнение их элементов.
 - Тем, кто затрудняется, дайте упражнения на построение многоугольников по образцу.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать цели урока.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 2 ГЕОБОРД ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ФИГУР

Название /Тема: Виды треугольников.

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: Учащиеся научатся строить и определять виды треугольников по углам.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь в клетку, ручка, карандаш, чертежные принадлежности, геоборд.

Важность: Использование различных средств с целью множественного представления геометрических понятий дает возможность глубже понять и представить геометрическую фигуру; выявить свойства; способствует формированию математических представлений и развитию логического и пространственного мышления, зрительной памяти, умения моделировать и ориентироваться на плоскости и в пространстве.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они научатся строить треугольники на геоборде и определять виды треугольников. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в парах или в малых группах. Постройте на доске три треугольника, как на рисунке. Покажите геоборд и дайте задание.

— *Постройте на геоборде такие треугольники. Какой из них прямоугольный, остроугольный и тупоугольный треугольник?*



- ♦ **Совет учителю.** Проследите за тем, чтобы у учащихся были геоборды, чтобы они вместе с вами строили на них треугольники. Если в классе нет такой возможности, то можно выполнить построение в тетрадях или использовать лист бумаги в точку (см. Приложение Г).
- ♦ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться результатами работы и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:
 - Покажите, как вы построили эти треугольники?
 - Какой треугольник является прямоугольным, остроугольным, тупоугольным? Объясните, почему вы так решили.
 - Кто может поделиться другим способом построения треугольника?

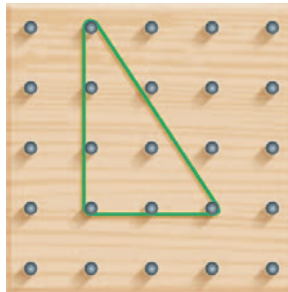
- ◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда это задание было предложено кому-то из учащихся другой школы, то был получен такой ответ: «Все эти треугольники являются равносторонними».

- Спросите учащихся:

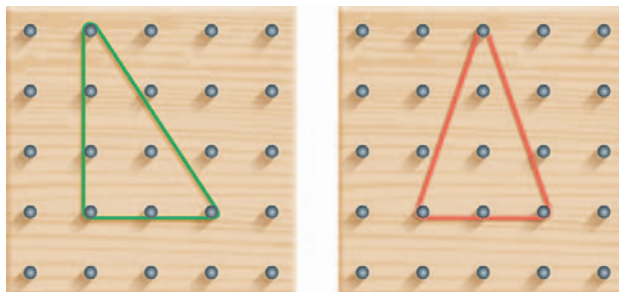
- Вы согласны или не согласны с таким ответом? Почему?
- *Как вы думаете, почему он / она так ответил / ответила?*
- Как вы объясните ему / ей, что этот ответ неправильным?

- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как было выполнено задание. Покажите, как вы строили треугольники на геоборде, или нарисуйте на доске рамку и на выделенной плоскости расставьте точки, используя идею геоборда, а затем постройте фигуры.

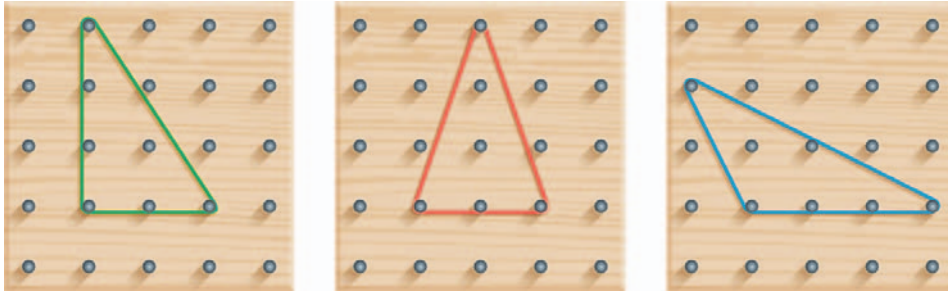
- *Мы знаем, что у прямоугольного треугольника один угол прямой. Резинку натягиваем на гвоздики так, чтобы получить прямой угол в треугольнике.*



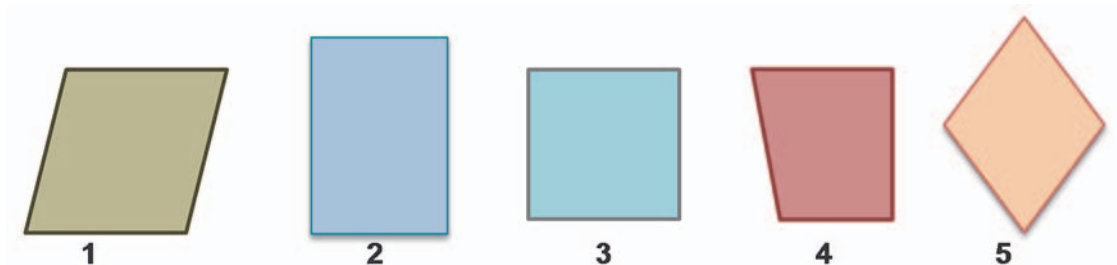
- *Для этого резинку фиксируем на гвоздике нижнего ряда геоборда. Тянем ее вправо по горизонтали до намеченного гвоздика и снова фиксируем. Получаем одну сторону треугольника. Затем тянем резинку вверх (по вертикали) до гвоздика, который расположен на одной линии с первым гвоздиком. Получаем прямоугольный треугольник. Он похож на угольник (или угол листа), который мы используем для определения прямого угла.*
- *В остроугольном треугольнике все углы острые, меньше прямого угла. Мы строим этот треугольник так, чтобы все углы были меньше прямого. Для этого, как в предыдущем примере, сначала строим одну сторону. Затем тянем резинку вверх до гвоздика, расположенного напротив гвоздика посередине основания треугольника, и фиксируем третью точку. Получился треугольник остроугольный.*



- В третьем треугольнике один угол тупой, т.е. больше прямого. Построим сначала его. Натягиваем резинку так, чтобы получился угол больше прямого и достраиваем треугольник.



- Сравните построенные треугольники, чем они отличаются друг от друга? (Углы разные)
 - Важно, что на геоборде можно построить треугольник, а затем определить по углам его вид.
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся построить на геоборде другие фигуры, а также прямоугольные, остроугольные и тупоугольные треугольники, отличающиеся от предыдущих длинами сторон или расположением на плоскости. Затем — построить их в тетради.
- **Уровень выше**
 1. Постройте любой четырехугольник, который имеет, по крайней мере, 1 угол, который меньше прямого, и один, который больше прямого угла.
 2. Постройте на геоборде четырехугольники. Выполните дополнительные действия, чтобы получить из четырехугольников треугольники. Определите вид треугольника: треугольник с прямым углом, треугольник с тупым углом и треугольник с острыми углами.



- **Уровень соответствует**
 - Постройте на геоборде другие треугольники: треугольник с прямым углом, треугольник с тупым углом и треугольник с острыми углами. Затем постройте эти треугольники в тетради или на листе бумаги в точку, используя идею геоборда.
- **Уровень ниже.**
 - Дайте учащимся готовые фигуры треугольников (блоки фигур, или изображения, или предметы из окружающей среды) и попросите построить на геоборде похожие фигуры.

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка / неформальное формирующее оценивание**
 - Попросите учащихся нарисовать и показать на своих геобордах:
 - 2 разных остроугольных треугольника;
 - 2 разных прямоугольных треугольника.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.

- Подведите итоги, напомнив учащимся, что треугольники можно построить на геоборде и определить по углам их виды.
- Важно, что о треугольниках, построенных на геоборде, можно без угольника определить, какой это треугольник: остроугольный, прямоугольный или тупоугольный.

◆ **Домашнее задание**

- Дайте домашнее задание из учебника.
- Упражнения могут быть на построение в тетради различных треугольников и на определение их вида.
- Учащимся, которые затрудняются в построении треугольников, можно дать задание построить по образцу треугольник и определить его вид.
- Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать цели урока.

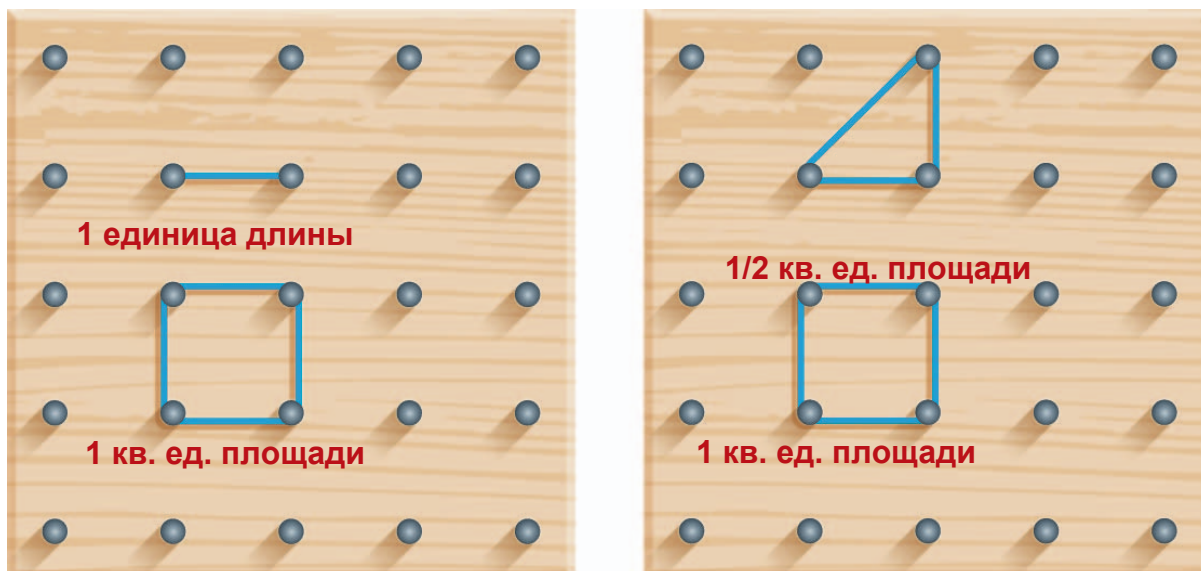




ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ГЕОБОРДЫ. ВВЕДЕНИЕ В ПЕРИМЕТР И ПЛОЩАДЬ

Использование геобордов в качестве математической модели облегчит понимание учащихся понятий *периметра* и *площади* и сделает обучение измерению величин интересным занятием. «...геоборд является неоценимым инструментом для обучения понятиям площадь и периметр, поскольку позволяет с легкостью строить геометрические фигуры, а также легко подсчитывать единицы длины и единицы площади» (Gough, 2002).

На геоборде единица длины — это горизонтальное или вертикальное расстояние между двумя гвоздиками (штырьками), а единица площади — это наименьший квадрат (квадратная единица), который можно получить, соединив 4 гвоздика (штырька) отрезками горизонтально и вертикально (см. на рисунке ниже слева). Если фигура построена путем натяжения резинки по диагонали между двумя гвоздиками (штырьками), площадь фигуры можно найти, посчитав эту площадь как половину квадратной единицы (см. на рисунке ниже справа).

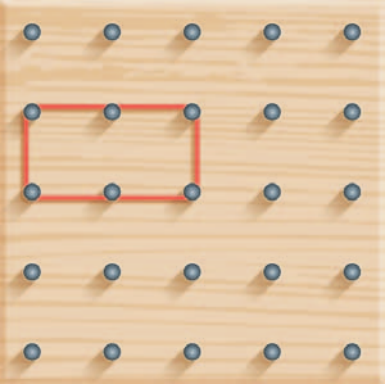
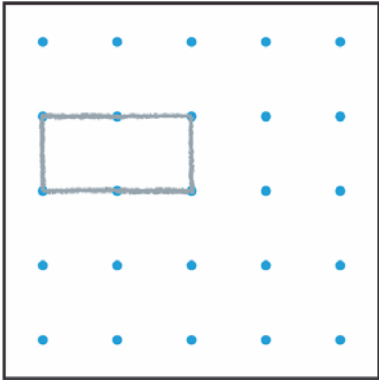
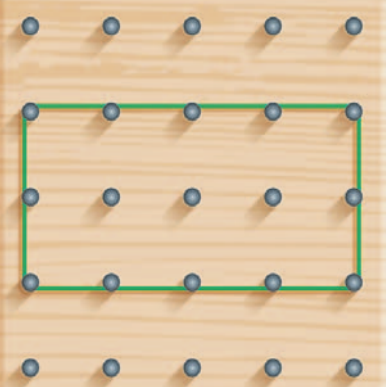
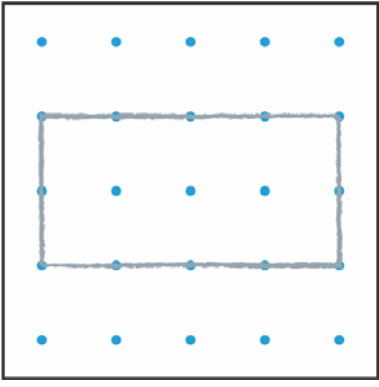


Учащиеся могут измерить периметр фигуры, подсчитав количество единиц длины по резинке вдоль внешней стороны фигуры. Они могут определить площадь фигуры, подсчитав количество квадратных единиц, составляющих фигуру внутри натянутых резинок.

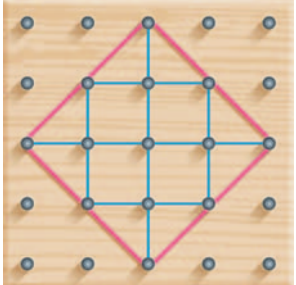
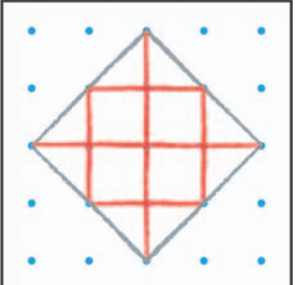
Далее в таблицах приведены два упражнения на измерение периметра и площади, которые показывают переход от конкретного представления к графическому.

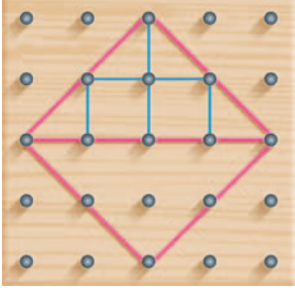
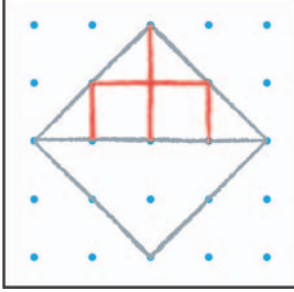
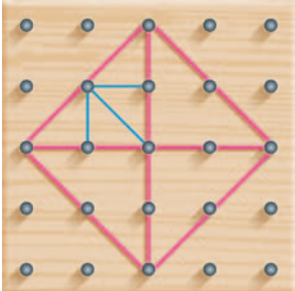
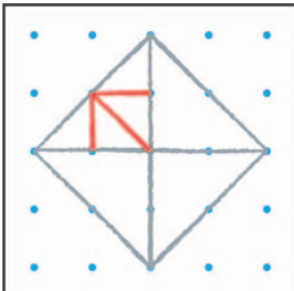
Тема: Изменение периметра при увеличении длины и ширины прямоугольника

Определите изменение периметра прямоугольника, если длину и ширину прямоугольника увеличили в 2 раза.

Конкретное представление	Графическое представление
 <p data-bbox="274 621 587 739"> Длина = 2 единицы Ширина = 1 единица Периметр = 6 единиц </p>	 <p data-bbox="890 612 1203 730"> Длина = 2 единицы Ширина = 1 единица Периметр = 6 единиц </p>
 <p data-bbox="274 1186 603 1304"> Длина = 4 единицы Ширина = 2 единицы Периметр = 12 единиц </p>	 <p data-bbox="890 1168 1219 1285"> Длина = 4 единицы Ширина = 2 единицы Периметр = 12 единиц </p>

Тема: Вычисление площади половины и одной четвертой части фигуры
Деление фигуры на две и четыре равные части

Конкретное представление	Графическое представление
 <p data-bbox="277 1862 644 2020"> Площадь фигуры 4 полных кв. единицы + 8 половин кв. единицы = 8 полных кв. единиц </p>	 <p data-bbox="817 1884 1337 1998"> Площадь фигуры 4 полных кв. единицы + 8 половин кв. единицы = 8 полных кв. единиц </p>

Конкретное представление	Графическое представление
 <p data-bbox="248 517 671 551">Площадь половины фигуры</p> <p data-bbox="280 562 639 675">2 полных кв. единицы + 4 половины кв. единицы = 4 полных кв. единицы</p>	 <p data-bbox="863 517 1286 551">Площадь половины фигуры</p> <p data-bbox="895 562 1254 675">2 полных кв. единицы + 4 половины кв. единицы = 4 полных кв. единицы</p>
 <p data-bbox="256 1016 663 1050">Площадь четверти фигуры</p> <p data-bbox="288 1061 632 1140">4 половины кв. единицы = 2 полных кв. единицы</p>	 <p data-bbox="871 1016 1278 1050">Площадь четверти фигуры</p> <p data-bbox="903 1061 1246 1140">4 половины кв. единицы = 2 полных кв. единицы</p>



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4 ИЗМЕРЕНИЕ ПЕРИМЕТРА И ПЛОЩАДИ

Во фрагментах примерных уроков 3 и 4 учащиеся расширяют свое понимание геометрических понятий от построения многоугольников до понятий измерения двух величин — периметра и площади. В этих фрагментах уроков геоборды используются для нахождения периметра прямоугольника и площади треугольника. Периметр находят подсчетом сторон единичных квадратов, которые ограничивают прямоугольник. Площадь находят подсчетом количества квадратных единиц, которые находятся в области, ограниченной сторонами треугольника. Возможно, следует напомнить учащимся, что при подсчете количества квадратных единиц для нахождения общей площади нужно посчитать не только количество целых квадратных единиц, но и количество неполных квадратных единиц.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕОБОРДА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРИМЕТРА ФИГУРЫ

Название /Тема: Периметр фигуры.

Целевые классы: 1–2

Цель деятельности: Учащиеся научатся находить периметр заданной фигуры с помощью геоборда.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь в клетку, ручка, цветные карандаши и чертежные принадлежности, геоборд.

Важность: Использование геоборда для определения периметра прямоугольника способствует более глубокому пониманию его сути. Является основой для вычисления периметра различных фигур и составления выражений. Способствует развитию пространственного мышления, навыков черчения и использованию учащимися приобретенных знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни. Умение работать с геобордом развивает критическое мышление, воспитывает усидчивость и настойчивость в решении задач.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ◆ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня с помощью геоборда они будут находить периметры фигур и сравнивать их. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

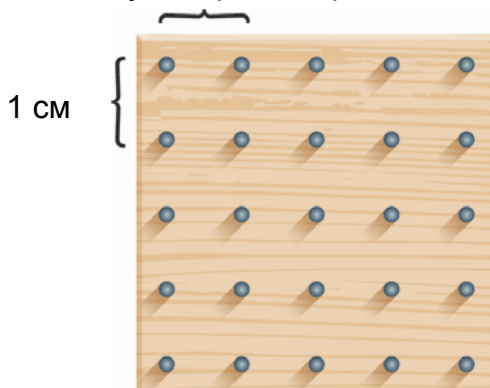
Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ◆ **Решение задачи.** попросите учащихся поработать в паре или в малой группе вместе. Прочитайте задание.
— *Постройте прямоугольник со сторонами 5 см и 3 см и найдите его периметр.*
- ◆ **Совет учителю.** Проследите за тем, чтобы у учащихся были чертежные принадлежности и геоборд, Используйте геоборд при моделировании так, чтобы учащиеся вместе с вами определяли периметр прямоугольника и квадрата, используя свои геоборды. Если у вас в классе нет геобордов, то учащиеся могут начертить фигуры в тетради или на листе бумаги в точку (см. Приложение Г.) и при определении периметра следовать тем же правилам.
- ◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких детей поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:
 - Какой ответ вы получили?
 - Можете объяснить, как вы построили прямоугольник и квадрат с заданными длинами сторон?
 - Кто может поделиться другим способом построения?
- ◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда это задание было предложено кому-то из учащихся другой школы, он / она сказал / сказала, что периметр прямоугольника равен 8 см.
 - Спросите учащихся:
 - Вы согласны или не согласны с таким ответом? Почему?

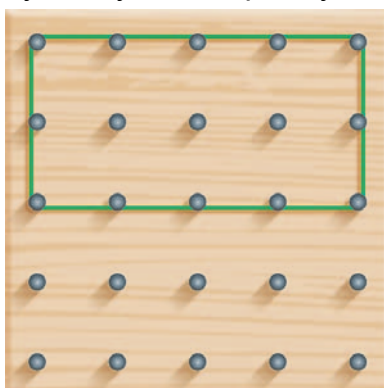
- *Как вы думаете, почему он / она так сказал / сказала?*
- Как вы объясните ему / ей, что этот ответ неправильный?

◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.

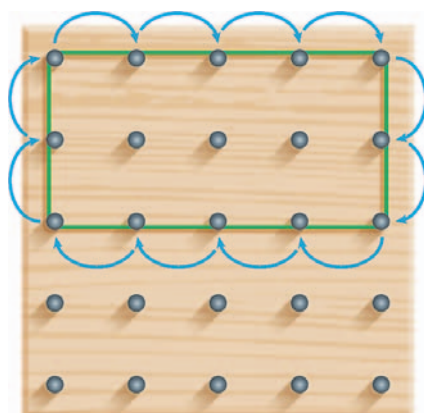
- Прежде, чем приступить к рассмотрению задачи, напомните учащимся, что периметром называют общую длину границы геометрической фигуры, т.е. сумму длин всех сторон.
- Для построения фигуры и измерения длин ее сторон мы будем использовать геоборд — геометрическую доску со штырьками для натягивания резинок. Расстояние между штырьками равно 1 см.



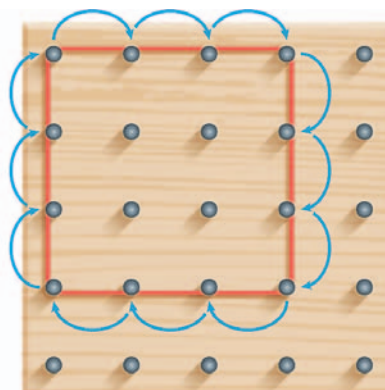
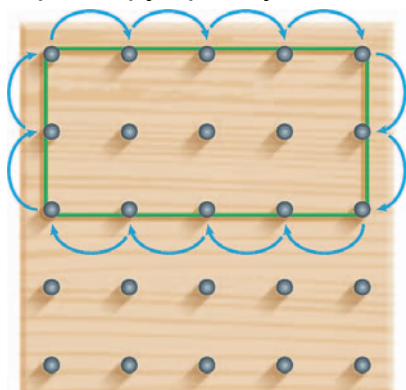
- Построим прямоугольник со сторонами 4 см и 2 см. Чтобы построить этот прямоугольник на геоборде, выполним следующие действия:
- сначала надеваем резинку на крайний штырек верхнего ряда. Затем отсчитываем 4 шага вправо от штырька к штырьку (это 4 см) и фиксируем резинку;
- теперь отсчитываем 2 шага вниз от штырька к штырьку (это 2 см) и фиксируем резинку;
- далее резинку протягиваем по горизонтали параллельно верхнему ряду, фиксируем резинку. Получился прямоугольник.



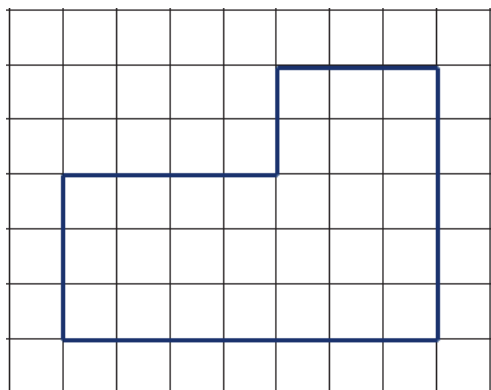
- Найдем периметр построенного прямоугольника. Для этого посчитаем шаги от штырька к штырьку по границе фигуры (это длины сторон). Их всего 12. Так как расстояние между штырьками 1 см, то периметр прямоугольника равен 12 см. Теперь можно записать выражение.
- $4+2+2+4=12$ (см).



- Скажите учащимся, что они могут и дальше практиковаться.
- Построим квадрат с таким же периметром.
- Мы знаем, что у квадрата все стороны равны. Сколько шагов мы должны сделать по вертикали и по горизонтали, чтобы построить квадрат? (по 3 шага)
- Чтобы построить квадрат, мы также фиксируем резинку на штырьке, протягиваем ее вправо по горизонтали и, отсчитав 3 шага, фиксируем. Далее протягиваем резинку вниз и, отсчитав 3 шага, снова фиксируем. Затем протягиваем резинку влево, параллельно верхнему ряду, и фиксируем. Мы построили квадрат.
- Вычислим его периметр. Для этого считаем шаги от штырька к штырьку по границе фигуры (по длине сторон). Их 12. Так как расстояние между штырьками равно 1 см, то периметр квадрата равен 12 см. Можно записать выражение.
- $3+3+3+3 = 12$ (см). Мы построили квадрат с периметром, равным периметру прямоугольника.






- Важно знать, чтобы найти периметр, нужно сложить длины всех сторон многоугольника. Квадрат и прямоугольник — это четырёхугольники. У квадрата все стороны равны, у прямоугольника стороны равны попарно.
 - Практика. Попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Убедитесь, что они используют геоборд для построения и нахождения периметра фигур. Постепенно усложняйте задания и предоставляйте учащимся возможность объяснить и обосновать свое решение.
- **Уровень выше**
1. Постройте квадрат с периметром 20 см и прямоугольник с таким же периметром. Сравните длины сторон этих четырёхугольников.
 2. Постройте на геоборде фигуру, изображённую ниже, и найдите ее периметр.



- **Уровень соответствует**
 - Постройте на геоборде прямоугольник, у которого длина равна 5 см, а ширина 1 см, и найдите его периметр.
- **Уровень ниже**
 - Дайте задание на построение четырехугольников, не задавая длины сторон. Попросите учащихся найти периметр построенной фигуры.

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка/ неформальное формирующее оценивание**
 - Предложите учащимся построить прямоугольник со сторонами 4 см и 5 см и найти его периметр. Попросите учащихся показать:
 -  — если легко решили задачу;
 -  — если возникли затруднения с решением задачи;
 -  — если учащиеся не понимают задание и не знают, как его выполнить.
- ◆ **Осмотрите** класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Напомните учащимся:
 - для нахождения периметра прямоугольника и квадрата можно использовать геоборд;
 - чтобы найти периметр прямоугольника с помощью геоборда, можно посчитать шаги от штырька к штырьку по границе фигуры. Можно также найти периметр, если составить выражение на сложение длин всех сторон и вычислить его значение.
- ◆ **Домашнее задание**
 - Дайте домашнее задание из учебника.
 - Задания могут быть на построение и нахождение периметра прямоугольника.
 - Учащимся, которые затрудняются, дайте упражнения на построение прямоугольника и квадрата с помощью геоборда.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать целям урока.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ БУМАГИ В ТОЧКУ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОЩАДИ ФИГУР

Название / Тема: Определение площади фигур

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: Учащиеся будут использовать бумагу в точку для определения площади треугольника.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности, бумага в точку (см. Приложение Г.) или бумага в клетку, если нет бумаги в точку.

Важность: Использование различных средств для измерения площади многоугольников облегчает усвоение этого математического понятия; способствует развитию пространственных представлений; изучению понятия *площадь* многоугольников и других выпуклых фигур, что вооружает учащихся важными практическими навыками, которые широко применяются в жизни.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

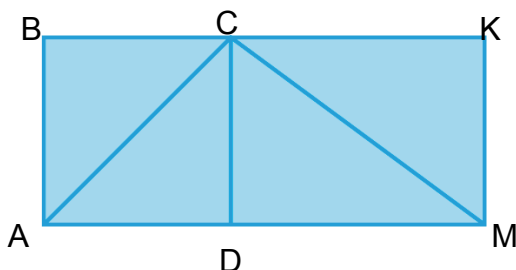
Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Обсуждение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут строить многоугольник с помощью бумаги в точку (См. Приложение Г.) и находить его площадь.

Этап II. Формирование понимания у учащихся.

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в паре или в малой группе вместе. Покажите рисунок и прочитайте задание.



Рассмотрите чертеж и объясните, как найти площадь треугольника АСМ.

- ♦ **Совет учителю.** Проследите за тем, чтобы у учащихся была бумага в точку (см. Приложение Г). Используйте лист бумаги в точку при моделировании так, чтобы учащиеся вместе с вами определяли площадь треугольника, работая на своих листах бумаги в точку.
- ♦ Скажите учащимся, что размер геобордов обычно составляет 5 см на 5 см, поэтому на геоборде невозможно решать более сложные задачи. Тем не менее бумагу в точку можно использовать так же, как геоборд, и чертить линии так, как это делали бы с резинками на геоборде. Бумага в клетку является полезным инструментом для решения более сложных задач.
- ♦ **Введение.** Попросите нескольких детей поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения. Повторите с ними предыдущие знания по теме.
 - Наводящие вопросы:

- Какой ответ вы получили?
- Можете объяснить, как вы нашли площадь треугольника?
- Кто может поделиться другим способом решения задачи?

◆ **Противоположное предположение**

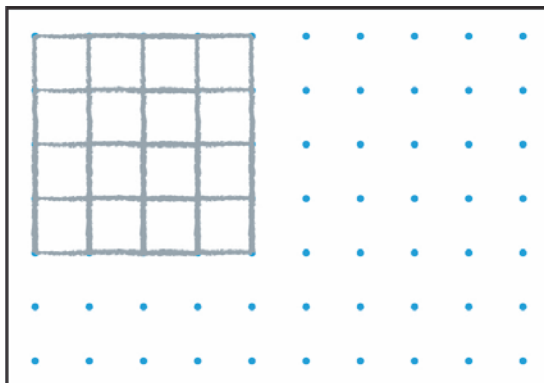
- Скажите учащимся: когда это задание было предложено кому-то из учащихся другой школы, был получен следующий ответ: площадь треугольника АСМ можно найти, измерив и сложив длины сторон АС, СМ и АМ треугольника.
- Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему он / она так сказал / сказала?*
 - Как вы объясните ему / ей, что этот ответ неправильный?

◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача. Сначала покажите учащимся, как работать с бумагой в точку.

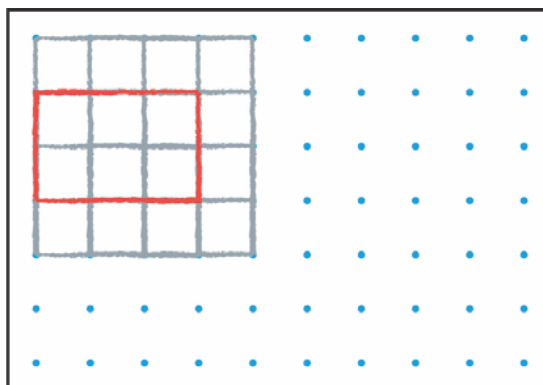
- Скажите: сегодня мы будем использовать лист бумаги в точку, чтобы рассчитать площадь треугольника. Мы помним, что бумага в точку – это бумага, на которой проставлены точки на расстоянии 1 см друг от друга. (*Покажите учащимся, как измеряется расстояние между точками на бумаге в точку.*)



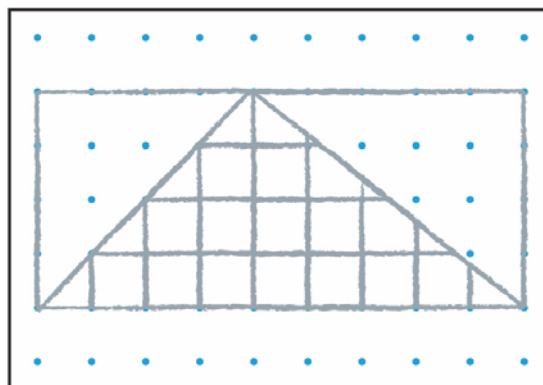
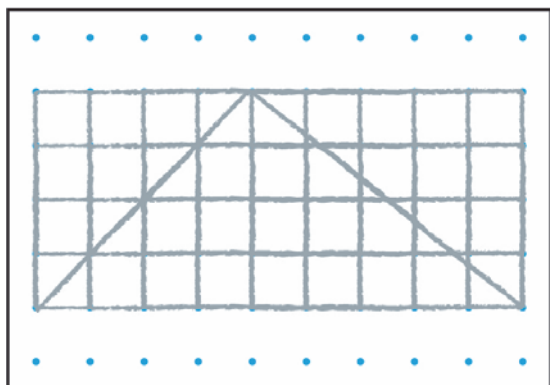
- Чтобы найти площадь фигуры с помощью листа бумаги в точку, можно использовать идею работы с палеткой.
 - Для этого мысленно или карандашом делим лист бумаги в точку на квадраты.



- Построим фигуру на бумаге в точку и посчитаем квадраты внутри фигуры. Их 6, значит, площадь фигуры равна 6 квадратам, или квадратным сантиметрам.



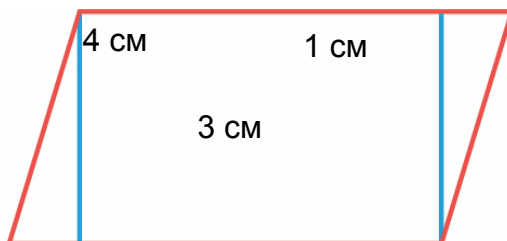
- Теперь постройте квадрат со стороной 3 см и посчитайте квадратики, которые находятся внутри — квадратные единицы. Это будет значением площади квадрата.
- Найдем площадь треугольника АСМ, используя идею работы с палеткой.
- Построим фигуру на листе бумаги в точку.
- Мысленно или карандашом разделим лист бумаги в точку на квадратики (1 см²).



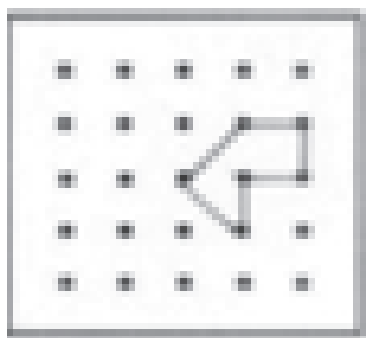
- Посчитаем целые квадратики, которые вошли в треугольник. Их 14.
 - Теперь посчитаем нецелые квадраты. Их 8. Два нецелых квадрата дадут один целый, поэтому разделим 8 на 2 и получим 4 целых квадрата. (Напишите на доске $8 : 2 = 4$.)
 - Сложив все квадраты, получаем выражение $14 + 4 = 18$. Значит, площадь треугольника АСМ равна 18 см².
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Убедитесь в том, что они используют бумагу в точку для построения и нахождения площади фигур. Постепенно усложняйте задания, дайте открытые задачи, предоставьте возможность учащимся находить различные варианты решения задач.
- **Уровень выше.** Дайте учащимся более сложные упражнения для работы с бумагой в точку. Например:
 - Постройте на бумаге в точку прямоугольник, площадь которого равна 24 см². Сколько прямоугольников с такой площадью можно построить?
 - Постройте произвольный прямоугольник на бумаге в точку. Вычислите его площадь. Определите изменение площади прямоугольника с помощью бумаги в точку, если длину и ширину прямоугольника увеличить в 2 раза.

○ **Уровень соответствует**

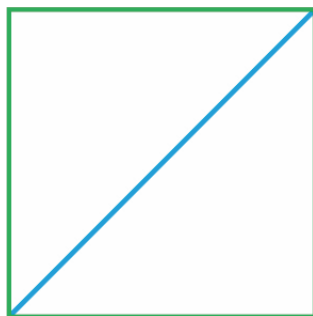
- Найдите площадь четырехугольника, используйте бумагу в точку.
- Можно ли найти площадь четырехугольника другим способом? Объясните свой ответ.



1. Найдите площадь фигуры, приведенной на рисунке.



- **Уровень ниже.** Дайте учащимся упражнения на нахождение с помощью бумаги в точку площади квадрата со стороной 5 см и составляющих его треугольников. Если учащиеся испытывают трудности в использовании бумаги в точку, предложите им вначале поработать на геоборде.



Этап III. Оценивание результатов обучения

◆ **Быстрая проверка** / Неформальное формирующее оценивание.

- Попросите учащихся построить квадрат со сторонами 3 см и найти площадь. Скажите учащимся, чтобы они показали построенный на бумаге в точку квадрат и записанное значение его площади.
- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.

◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.

○ Напомните учащимся:

- бумага в точку похожа на геоборд, её можно использовать для определения площади многоугольников;

- чтобы найти площадь многоугольника с помощью бумаги в точку, можно применить идею работы с палеткой.

◆ **Домашнее задание.**

- Дайте домашнее задание из учебника.
- Задания могут быть на построение и нахождение площади различных фигур: треугольников, четырехугольников, пятиугольников.
- Учащимся, которые затрудняются, дайте упражнения на нахождение площади прямоугольника и квадрата.
- Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать цели урока.





ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОРИЕНТАЦИЯ.

Учащиеся с развитыми навыками пространственного мышления способны легко манипулировать фигурами и мысленно изменять их формы и взаимное расположение. Они понимают, как различные фигуры складываются вместе, и могут составлять (конструировать) известные фигуры. Когда ученик разбивает фигуру на части и конструирует фигуру из частей (см. модуль 7), они демонстрируют навыки пространственного мышления.

В данной главе будут рассмотрены два примера навыков пространственного мышления: понимание взаимного расположения фигур относительно друг друга и умение читать различные схемы.

Взаимное расположение фигур относительно друг друга можно описать с помощью специальных слов, указывающих на расположение объектов на плоскости и в пространстве. При этом будут использованы слова, указывающие на расположение объектов. Эти слова — наречия и предлоги, которые могут описывать положение объекта относительно другого объекта. Приведем несколько примеров таких слов и выражений.

- выше, чем
- ниже, чем
- под
- над
- выше
- ниже
- между
- рядом с
- далеко от
- рядом
- сбоку от
- внутри
- снаружи
- справа от
- слева от
- сверху
- снизу

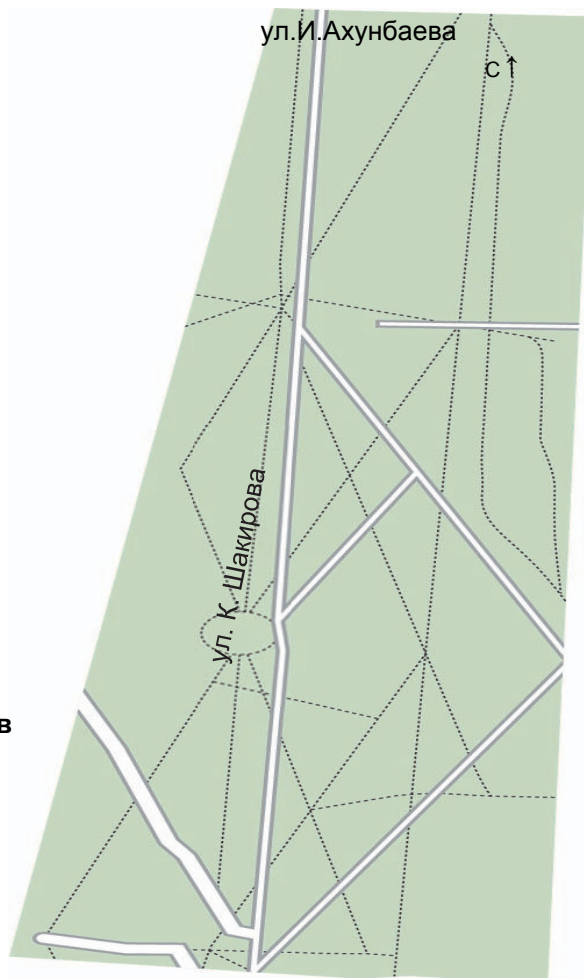
Будет полезно указать учащимся, что некоторые из этих слов означают одно и то же, например «над» и «выше» или «рядом с» и «сбоку от». В то время, как некоторые слова имеют противоположные значения, например «справа» и «слева». Некоторые учащиеся могут испытывать трудности с использованием слов, указывающих на положение «справа» и «слева». Чтобы помочь учащимся в понимании значения этих слов, учителя могут объяснить, что, когда фигура находится справа от другой, она ближе к их правой руке, а когда фигура находится слева от другой, она ближе к их левой руке.

Как только учащиеся поймут слова, указывающие на положение объектов, они смогут использовать этот навык пространственного мышления для поиска местоположения объектов на карте или схеме. Карта, схема — это визуальное представление физического пространства. Схема описывает пространственные соотношения конкретных объектов с использованием условных обозначений или изображений на определенной площади или части площади. Схемы используются в повседневной жизни. Чтение схемы является важным навыком пространственного мышления, который необходимо у учащихся развивать.

Схемы обеспечивают двумерное представление реального мира. Но нужно сказать учащимся, что схема всегда меньше, чем площадь, которую она представляет. Большинство карт включают шкалу масштаба, которая показывает соотношение расстояния на карте с фактическим расстоянием. Например, на схеме парка им. М.К.

Ататюрка 1 сантиметр равен 100 метрам, поэтому каждый сантиметр на схеме является расстоянием в 100 м в парке.

Парк им. М. К. Ататюрка



1 сантиметр = 100 метров

Учащиеся должны уметь на схеме находить объекты или места, расположенные относительно других объектов или мест. Они могут практиковаться в чтении схем своего дома, школы или района, чтобы узнать, как объекты на схеме соотносятся с объектами реального мира.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6 ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОРИЕНТАЦИЯ

Следующие фрагменты примерных уроков развивают навыки пространственного мышления у учащихся. Во фрагменте урока 5 учащиеся будут раскладывать фигуры на плоскости в определенном порядке и использовать слова, указывающие на положение объектов во взаимном расположении фигур.

Во фрагменте урока 6 учащиеся будут использовать схему комнаты, чтобы расположить в ней объекты и назвать их расположение. Данные фрагменты примерных уроков служат основой для будущей работы по чтению карт, определению направлений по карте и созданию карт.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 5 ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОРИЕНТАЦИЯ

Название / Тема: Взаимное расположение геометрических фигур на плоскости.

Целевые классы: 1–2

Цель деятельности: Учащиеся будут располагать фигуры на плоскости в определенном порядке и определять взаимное расположение фигур, используя геометрическую терминологию.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь в клетку, ручка, карандаш и чертежные принадлежности, канцелярские ножницы.

Важность: Учащиеся будут развивать пространственное мышление и математическую речь, выполняя упражнения и изучая правильное использование геометрической терминологии. Эта учебная деятельность направлена на восприятие и воображение, понимание свойств фигур в пространстве, величин, относительного расположения объектов на плоскости и в пространстве.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

Ход урока:

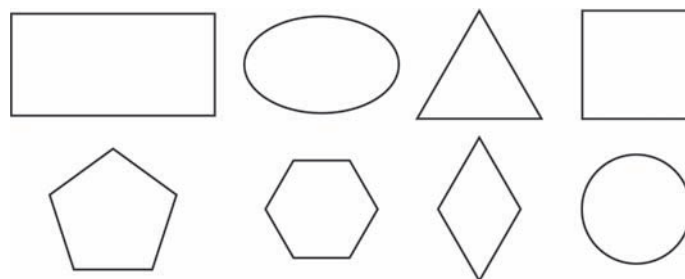
Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут располагать фигуры на плоскости в определенном порядке и называть взаимное расположение фигур на плоскости. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в парах или в малых группах. Заранее подготовьте рисунки геометрических фигур, раздайте их учащимся. Попросите сначала вырезать эти фигуры, а затем выполнить следующее задание.

— Выберите и расположите фигуры на плоскости так, чтобы, квадрат был между кругом и треугольником, а треугольник был слева от ромба.



- ♦ **Совет учителю.** Проследите за тем, чтобы у учащихся были карандаш, ножницы, линейка, клей, листок бумаги и рисунки с фигурами. Выполняя задание, учащиеся могут приклеивать фигуры на листок бумаги, чтобы они не двигались. При моделировании и подведении итогов используйте рабочие материалы так, чтобы учащиеся вместе с вами определяли местоположение фигуры на плоскости.
- ♦ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться ответом и объяснить свое решение.

- Наводящие вопросы:
 - Какое решение вы получили?
 - Можете показать, как вы расположили фигуры на плоскости?
 - Кто может поделиться другим способом решения задачи?

- ◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда это задание было предложено кому-то из учащихся из другой школы, он / она расположил / расположила фигуры, как показано ниже:



- Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему он /она так расположил / расположила эти фигуры?*
 - *Что вы скажете ему / ей?*

- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача. Попросите кого-то из учащихся показать на доске, в какой последовательности нужно расположить фигуры, проговаривая вслух то, что требуется в задании и как он /она его выполняет.

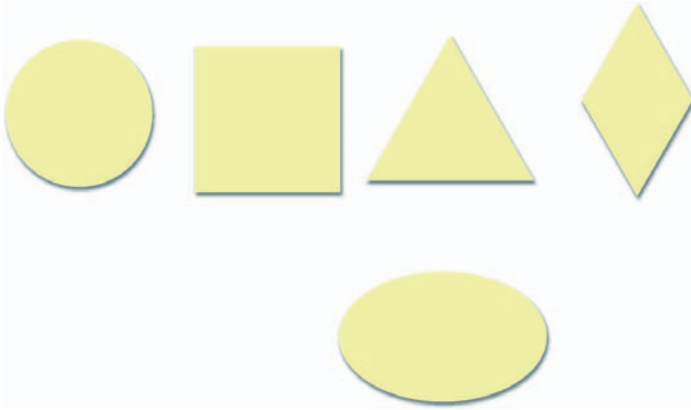
- ◆ Расположите фигуры на плоскости так, чтобы:
 - квадрат был между кругом и треугольником;



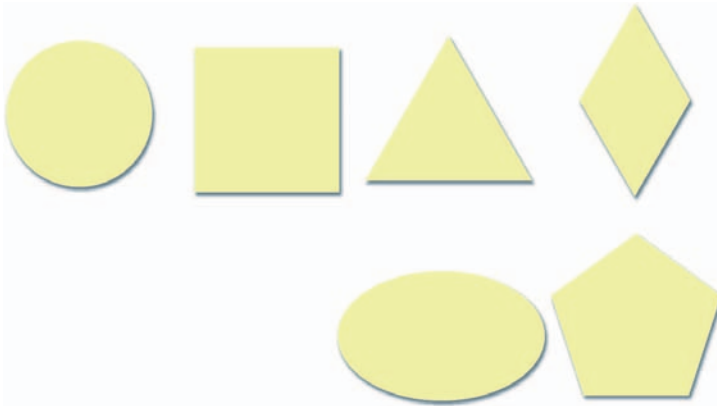
- треугольник был слева от ромба.



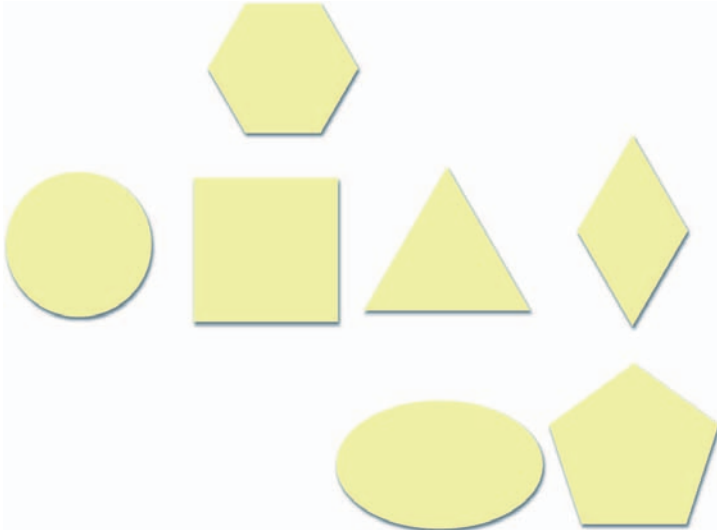
- Предложите учащимся попрактиковаться, а затем дайте задание расположить фигуры следующим образом:
 - треугольник расположен выше овала;



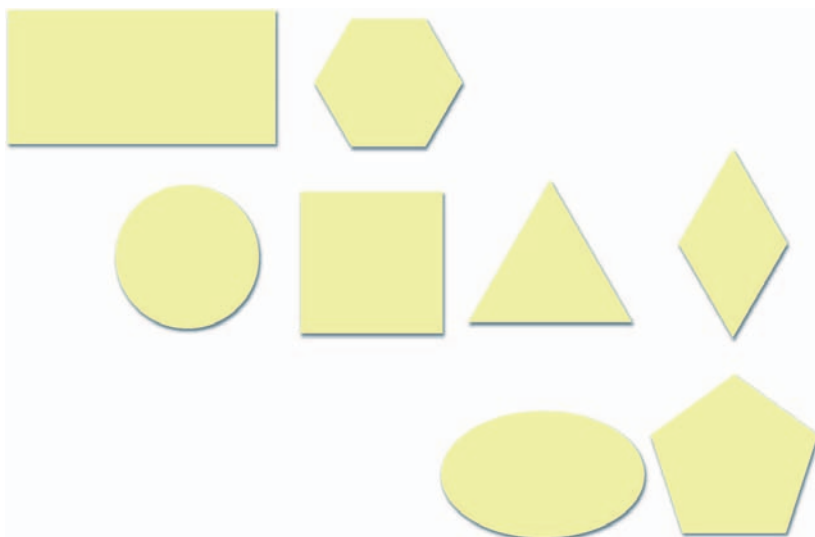
- пятиугольник находится ниже ромба и справа от овала;



- шестиугольник расположен выше квадрата;



- прямоугольник находится выше треугольника, но слева от шестиугольника;

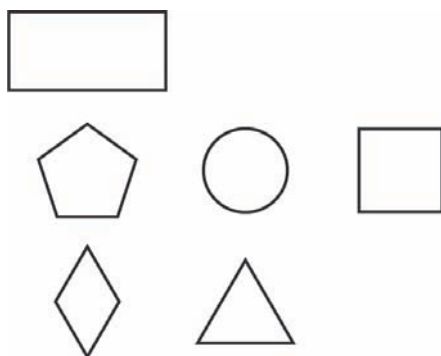


- Важно уметь правильно располагать фигуры на плоскости и называть их взаимное расположение относительно друг друга.
- Практика. Попросите учащихся самостоятельно определить взаимное расположение фигур на плоскости или расположить их в определенном порядке. Учащиеся могут работать в парах, чтобы направлять друг друга.
- **Уровень выше.** В комнате есть книжный шкаф, где в несколько рядов расположены книги. Айгуль спросила у мамы, как ей найти справочник по математике. Мама ответила, что справочник находится на третьей полке, если считать снизу, или на второй, если считать сверху. Кроме того, нужная ей книга — вторая слева, или тринадцатая справа. Определите, сколько полок в книжном шкафу и сколько книг стоит в нужной для Айгуль полке.
- **Уровень соответствует.** Расположите на листе бумаги, вырезанные ранее фигуры так, чтобы круг был между треугольником и прямоугольником, прямоугольник был справа от круга, треугольник — выше овала, но ниже квадрата, пятиугольник — справа от овала и под кругом. Попросите учащихся построить в тетради данные фигуры в названном порядке.
- **Уровень ниже.** Дайте задание на расположение фигур на плоскости, но с меньшим количеством фигур. Например: расположите прямоугольник, квадрат, треугольник и круг так, чтобы прямоугольник был между кругом и квадратом, квадрат был слева от прямоугольника, а треугольник — ниже круга.




Этап III. Оценивание результатов обучения

◆ Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание

- Расположите заранее на доске в определенном порядке фигуры. Например так:



- Дайте учащимся задание в паре определить и назвать фигуры, а затем рассказать их взаимное расположение относительно друг друга.

- Затем попросите учащихся показать:
 -  — если учащиеся легко решили задачу;
 -  — если у учащихся возникли затруднения с решением задачи;
 -  — если учащиеся не понимают задание и не знают, как его выполнить.
- ◆ Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
 - Повторите пройденное и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Важно уметь правильно располагать фигуры на плоскости по заданному соотношению и использовать термины, чтобы описать их взаимное расположение относительно друг друга.
- ◆ **Домашнее задание.**
 - Дайте домашнее задание из учебника.
 - Упражнения могут быть на определение взаимного расположения фигур на плоскости или расположения их в определенном порядке и построение этих фигур в тетради.
 - Учащимся, которые затрудняются, можно дать упражнение на расположение фигур в определенном порядке, но с меньшим количеством фигур.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать цели, поставленной во введении к уроку.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 6 ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОРИЕНТАЦИЯ

Название / Тема: План комнаты

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: Учащиеся научатся правильно располагать и называть местоположение предметов в пространстве, сопоставлять их с геометрическими формами.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: Моделирование разнообразных ситуаций расположения объектов на плоскости и в пространстве способствует овладению учащимися основными пространственными понятиями, развитию навыков свободной ориентации в пространстве. Является основой для развития пространственного мышления, математической речи. Это подготовка к систематическому изучению курса геометрии.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

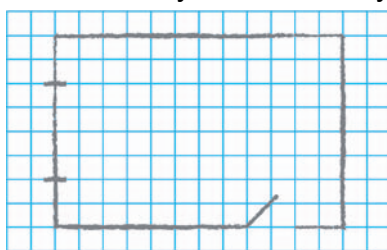
Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

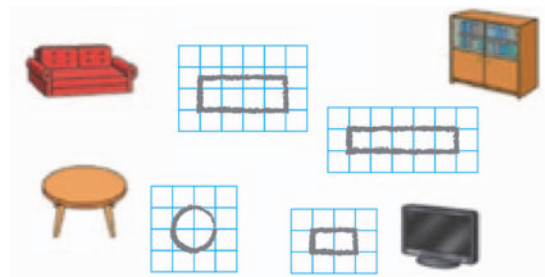
- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что они научатся правильно располагать и называть местоположение предметов в пространстве, сопоставлять их с геометрическими фигурами.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

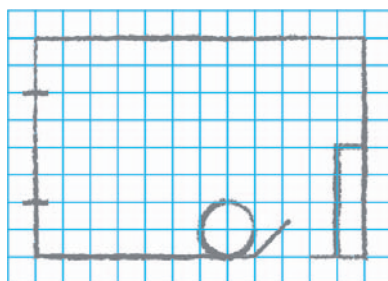
- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в парах или в малых группах. Покажите рисунок и дайте задание:
 - На рисунке изображен план комнаты, на котором 1 кв. м. условно принят за 1 кв. см (1 клетка – в бумаге в клетку).
 - Начертите план комнаты в бумаге в клетку (можно в тетради).



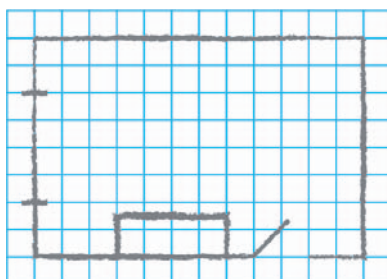
- В комнату поставили диван, стол, книжный шкаф и телевизор. Отметьте на плане место, где стоят эти предметы мебели, если:
 - диван стоит вдоль стены слева от входа;
 - стол стоит напротив окна, но вдоль стены справа от входа;
 - книжный шкаф стоит вдоль стены напротив входа;
 - телевизор стоит напротив дивана, слева от книжного шкафа.



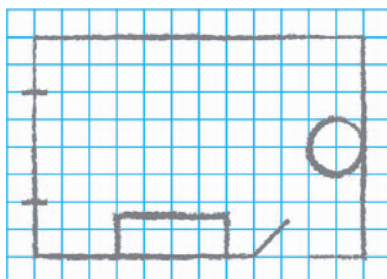
- ◆ **Совет учителю.** Проследите за тем, чтобы у учащихся были карандаш, линейка, циркуль и бумага в клетку (можно тетрадь в клетку). Подготовьте рабочие материалы и используйте их так, чтобы учащиеся могли выполнить план вместе с вами или с кем-нибудь из учащихся.
- ◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:
 - Какой план у вас получился?
 - Можете показать и объяснить, как вы составили этот план?
 - Чем отличается ваш план комнаты от плана других?
 - Кто может поделиться другим способом решения задачи?
- ◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся, что кем-то из учащихся другой школы это задание было выполнено так:



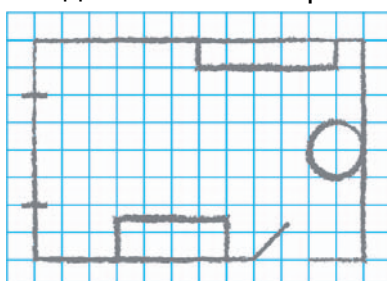
- Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему он / она так сделал / сделала?*
 - *Что вы скажете ему / ей?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как было выполнено задание. Учитель (или кто-то из учащихся) показывает на доске, как нужно располагать на плане комнаты предметы, сопоставляя их с геометрическими фигурами. Он / она объясняет, как выполняет то, что требуется в задании.
 - В комнату поставили диван, стол, книжный шкаф и телевизор. Отмечаем на плане место, где стоят эти предметы мебели и строим там фигуру:
 - диван стоит вдоль стены слева от входа;



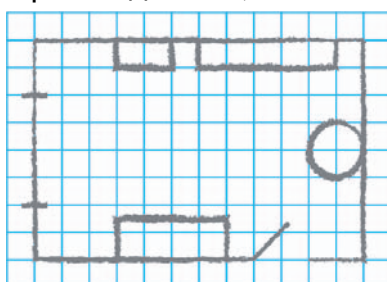
- стол стоит напротив окна вдоль стены справа от входа;



- книжный шкаф стоит вдоль стены напротив входа;



- телевизор стоит напротив дивана, слева от книжного шкафа.



- Мы расположили мебель в плане комнаты.

- Важно уметь правильно располагать и называть местоположение предметов в пространстве и сопоставлять их с геометрическими формами.

◆ **Практика.** Попросите учащихся самостоятельно составить план своей комнаты.

○ **Уровень выше**

- На рисунке представлен план участка с домом и хозяйственными постройками (рис. 1). При входе, слева от ворот, находится дом, а справа — сарай. Площадь, занятая сараем, равна 15 кв. м. За домом — яблоневый сад. В левом верхнем углу на плане — баня. Помимо названных объектов, на участке есть летняя беседка. Определите, какими цифрами обозначены объекты, указанные в таблице. Заполните таблицу.

Объекты	дом	сарай	баня	сад	летняя беседка
Цифры					

- На участке нужно построить бассейн прямоугольной формы, используя свободную площадь. Где лучше всего расположить бассейн? Какую наибольшую площадь можно использовать для бассейна? Объясните

свой ответ (объекты в плане должны находиться от границы забора и друг от друга на расстоянии не менее 1 м).

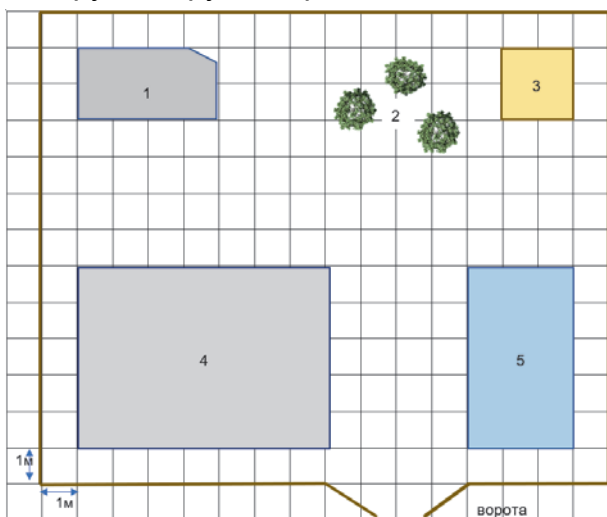
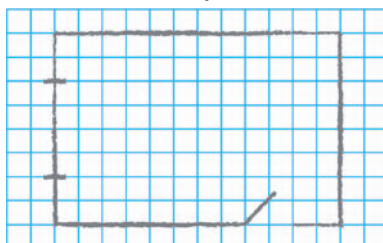


рис. 1

- **Уровень соответствует**
 - Начертите план комнаты в тетради;

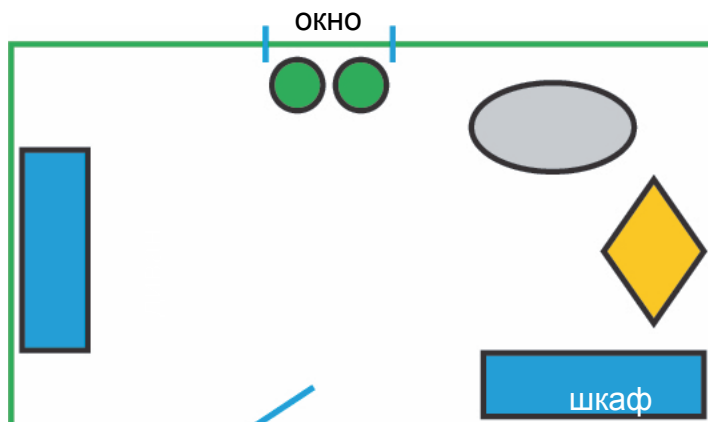





- расположите мысленно в ней 4 или 5 предметов, которые находятся в одной из комнат дома, где вы живете.
- сопоставьте эти предметы с геометрическими фигурами и начертите их на плане комнаты.

- **Уровень ниже**
 - Дайте задание расположить фигуры на плане комнаты, но с меньшим количеством. Например: отметьте на плане место, где стоят диван и шкаф, если диван стоит напротив двери, а шкаф слева от двери.

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка** / Неформальное формирующее оценивание
 - Подготовьте заранее на доске план комнаты и расположите в определенном порядке предметы. Например:



- ◆ Дайте учащимся задание: определите расположение предметов в на схеме, сопоставьте их с геометрическими фигурами и объясните свое решение соседу / соседке по парте.
 - Затем попросите учащихся показать:
 -  — если учащиеся легко решили задачу;
 -  — если у учащихся возникли затруднения с решением задачи;
 -  — если учащиеся не понимают задание и не знают, как его выполнить.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
 - Повторите пройденное и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Скажите: Вы сегодня моделировали разнообразные ситуации расположения предметов в пространстве, составляли план комнаты.
 - Важно уметь правильно располагать и называть местоположение предметов.
- ◆ **Домашнее задание**
 - Дайте домашнее задание из учебника.
 - Упражнения могут быть на моделирование разнообразных ситуаций расположения предметов в пространстве, составление планов.
 - Тем, кто затрудняется, можно дать упражнение на расположение фигур на плане комнаты, но с меньшим количеством предметов.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать цели, поставленной во введении к уроку.



КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПРИМЕНЕНИЯ СТРАТЕГИЙ

Геометрические фигуры и пространственные отношения

Подтема 1. Определение многоугольников и их углов.

Фрагмент примерного урока 1. Геоборд для построения фигур. 1–2 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество моделей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Построение геометрических фигур на плоскости. ● Построение геометрических фигур в пространстве 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика построения геометрической фигуры с использованием геоборда</p>	<p>Стандарты: Содержательные линии / Компетентности</p> <p>1. Пространственные отношения</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Различие многоугольников, расчленение их по группам (2 класс). ● Пространственные представления (1–2 классы). <p>2. Геометрические фигуры</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Простые геометрические фигуры (1 класс). ● Угол. Виды углов (2 класс). ● Прямоугольник. Квадрат (2 класс). ● Многоугольник (1–2 классы). <p>Компетентности 1, 2</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 1 класс <p>K1: 1.1.1; K3: 1.1.3; K4: 1.1.4.</p> <p>K1: 1.2.1; K2: 1.2.2; K3: 1.2.3.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 2 класс <p>K1: 2.1.1; K3: 2.1.3; K4: 2.1.4.</p> <p>K1: 2.2.1; K2: 2.2.2; K3: 2.2.3</p>

Геометрические фигуры и пространственные отношения

Подтема 1. Геоборд. Определение многоугольников и их углов.
Фрагмент примерного урока 2. Виды треугольников. 3–4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество моделей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Умение моделировать фигуры на плоскости. Умение моделировать фигуры в пространстве 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика построения и определения видов треугольников с помощью геоборда</p>	<p>1. Пространственные отношения</p> <ul style="list-style-type: none"> Определение известной и неизвестной части фигуры (3 класс). <p>2. Геометрические фигуры</p> <ul style="list-style-type: none"> Треугольники. Виды треугольников (разносторонний, равнобедренный, равносторонний) (3 класс). <p>Компетентности 1, 2</p> <ul style="list-style-type: none"> 3 класс К1: 3.1.1; К4: 3.1.4. К2: 3.2.2; К4: 3.2.4. 4 класс К4: 4.1.4. К4: 4.2.4.

Геометрические фигуры и пространственные отношения

Подтема 2. Геоборд. Введение в периметр и площадь
Фрагмент примерного урока 3. Периметр фигуры. 1–2 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество моделей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Определение периметра четырехугольников. • Определение периметра фигур на плоскости 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика определения периметра геометрической фигуры с использованием геоборда</p>	<p>1. Пространственные отношения</p> <ul style="list-style-type: none"> • Пространственные представления (2 класс). <p>2. Геометрические фигуры</p> <ul style="list-style-type: none"> • Простые геометрические фигуры (1 класс). • Сумма сторон фигур (1 класс). • Прямоугольник (2 класс). • Прямоугольник и вычисление его периметра (2 класс). <p>4. Величины</p> <ul style="list-style-type: none"> • Единицы измерения длины (1–2 классы). <p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> • Геометрические задачи (периметр многоугольника) (2 класс). <p>Компетентности 1, 2, 4, 6</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1 класс K1: 1.1.1; K3: 1.1.3. K1: 1.2.1; K2: 1.2.2. K1: 1.4.1. • 2 класс K2: 2.1.2; K3: 2.1.3. K1: 2.2.1; K3: 2.2.2. K1: 2.4.1. K2: 2.6.2.

Геометрические фигуры и пространственные отношения

Подтема 2. Геоборд. Введение в периметр и площадь

Фрагмент примерного урока 4. Определение площади фигур. 3–4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная «Множество моделей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Определение площади фигур на плоскости. • Определение площади поверхностей объемных фигур 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика определения площади геометрической фигуры с использованием геоборда</p>	<p>1. Пространственные отношения</p> <ul style="list-style-type: none"> • Нахождение половины, третьей и четвертой части фигуры (3 класс). <p>2. Геометрические фигуры</p> <ul style="list-style-type: none"> • Площадь прямоугольника. Нахождение площади (S) (3–4 классы). • Определение неизвестной стороны прямоугольника по известным стороне и площади (4 класс). <p>4. Величины</p> <ul style="list-style-type: none"> • Единицы измерения площади (3–4 классы). <p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> • Геометрические задачи (площадь прямоугольника) (3–4 классы). <p>Компетентности 1, 2, 4, 6</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 класс K3: 3.1.3; K4: 3.1.4. K3: 3.2.3. K2: 3.4.2. K4: 3.6.4. • 4 класс K1: 4.1.1; K2: 4.1.2. K2: 4.4.2. K1: 4.6.1. K3: 4.6.3.

Геометрические фигуры и пространственные отношения

Подтема 3. Пространственные отношения и пространственная ориентация

Фрагмент примерного урока 5. Взаимное расположение геометрических фигур на плоскости. 1–2 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество моделей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Умение ориентироваться на плоскости. Умение ориентироваться в пространстве 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика расположения фигур на плоскости в заданном соотношении</p>	<p>1. Пространственные соотношения</p> <ul style="list-style-type: none"> Взаимное расположение предметов на плоскости и в пространстве (1 класс). Различие многоугольников, распределение их по группам (2 класс). Пространственные представления (2 класс). <p>2. Геометрические фигуры</p> <ul style="list-style-type: none"> Простые геометрические фигуры (1-класс). Прямоугольник. Квадрат (2 класс). Многоугольники (2 класс). <p>Компетентности 1, 2</p> <ul style="list-style-type: none"> 1 класс K4: 1.1.1. K1: 1.2.1; K2: 1.2.2. 2 класс K1: 2.1.1; K2: 2.1.2. K3: 2.1.3 K1: 2.2.1; K4: 2.2.4.

Геометрические фигуры и пространственные отношения

Подтема 3. Пространственные отношения и пространственная ориентация
фрагмент примерного урока 6. Схема и карты. 3–4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная «Множество моделей»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Умение ориентироваться на плоскости. • Умение ориентироваться в пространстве 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика расположения предметов в пространстве и названия их местоположения</p>	<p>Стандарты: Содержательные линии / Компетентности</p> <p>1. Пространственные соотношения</p> <ul style="list-style-type: none"> • Решение задач на нахождение неизвестной части фигуры (3 класс). <p>2. Геометрические фигуры</p> <ul style="list-style-type: none"> • Нахождение объёмных фигур (куб) (4 класс). • Конструирование объёмных фигур (4 класс). <p>Компетентности 1, 2</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 класс K4: 4.1.4. • 4 класс K3: 4.3.3; K4: 4.1.4. K2: 4.2.2; K4: 4.2.4.



ПРИЛОЖЕНИЕ А ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА ПО МОДУЛЮ

Подтема / Фрагмент примерного урока:

Название / Тема:

Целевые классы:

Цель деятельности: Учащиеся будут ...

Необходимые материалы:

Важность:

Связь с учебником:

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ◆ **Введение.** Краткое представление учащимся информации о том, над чем они будут работать сегодня.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ◆ **Решение задачи.** Выберите задачу для решения с учащимися. Дайте учащимся 2–5 минут, в зависимости от сложности задачи, чтобы они смогли решить ее самостоятельно или в паре. Когда они решают задачу, пройдите по классу, наблюдайте и фиксируйте для себя активность каждого из учащихся.
- ◆ **Обсуждение.** Учащиеся делятся своими решениями, сосредотачиваясь на объяснении и обосновании своего решения. Повторите с ними предыдущие знания по теме.
 - Наводящие вопросы:
 - Какой ответ?
 - Как вы узнали, что ответ _____?
 - Можете объяснить, как вы получили ответ ____?
 - Кто может поделиться с другими учащимися своим способом решения задачи?
- ◆ **Противоположное предположение.** Предложите учащимся альтернативное рассуждение, в котором представлен неверный ответ. Спросите учащихся, что они думают об ответе и что они могут сказать другим учащимся, которые сделали / предложили неверное решение.
 - Скажите учащимся, что вы разговаривали с кем-то из учащихся другой школы, и он / она сказал / сказала, что _____.
 - Спросите учащихся:
 - Вы согласны или не согласны? Почему?
 - Как вы думаете, почему он / она так сказал / сказала?
 - Что вы скажете ему / ей?
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги. Напомните, как была решена задача, опираясь на объяснения учащихся, которые они делали на уроке. При необходимости выполните рисунок на доске, чтобы проиллюстрировать решение задачи.

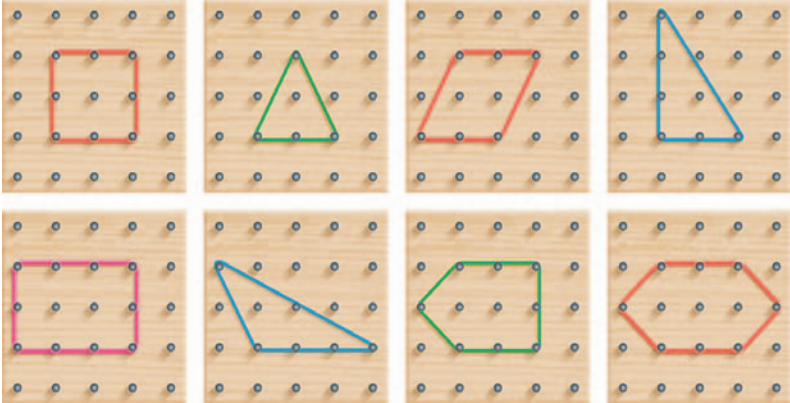
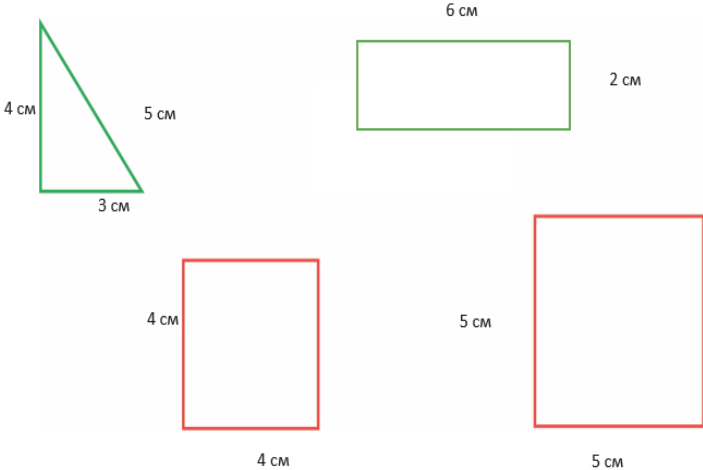
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся решить аналогичную задачу. Вы можете найти ее в учебнике или составить сами. По мере необходимости предлагайте задачи более сложные или более простые.

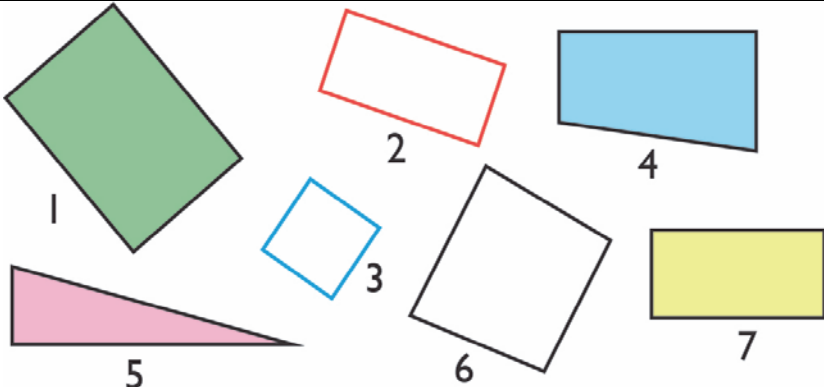
Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка** / Неформальное формирующее оценивание
 - Это возможность быстро определить, насколько хорошо учащиеся поняли содержание урока. Вы можете использовать такие методы, как:
 - большой палец вверх;
 - поднять руку или показать на пальцах;
 - другие.
- ◆ **Повторите** пройденное и привяжите его к цели, изложенной во введении.
 - Напомните учащимся о том, что они узнали сегодня, и скажите, что они продолжают практиковать это.
- ◆ **Домашнее задание**
 - Найдите подходящие задачи в учебнике или составьте задачи сами. Убедитесь, что эти задачи не сложнее решенных в классе и не сосредоточены на другом навыке.

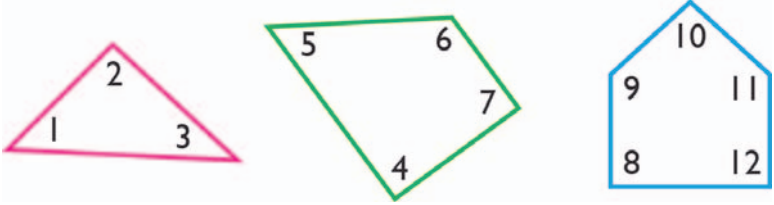
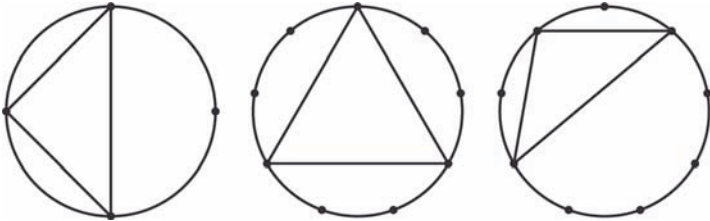


ПРИЛОЖЕНИЕ Б
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Подтема 1. Геоборд. Определение четырехугольников, многоугольников и их углов. Фрагмент примерного урока 1. Геоборд для построения фигур. 1–2 классы		
Задача	Класс	Уровень
 <p>- Постройте на геоборде многоугольники, как показано на рисунке. - Начертите эти многоугольники в тетради</p>	2 класс	Соответствует
 <p>- Определите на «глаз», правильно ли записаны длины сторон треугольников и квадратов. Если найдете ошибки, исправьте и объясните правильное решение. - Постройте в тетради эти фигуры с заданными и исправленными длинами сторон</p>	2 класс	соответствует

Подтема 1. Геоборд. Определение четырехугольников, многоугольников и их углов. Фрагмент примерного урока 1. Геоборд для построения фигур. 1–2 классы		
Задача	Класс	Уровень
 <p>- Проверьте с помощью модели прямого угла, что на рисунке выше расположены все четырехугольники — прямоугольники и что треугольник — прямоугольный. - Найдите среди четырехугольников квадраты. - Постройте эти фигуры на геоборде (или в тетради) и объясните, чем похожи и чем различаются фигуры 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4, 4 и 5, 5 и 6, 6 и 7</p>	2 класс	выше
Постройте прямоугольник, у которого сумма длин двух сторон равна 6 см. Постройте несколько вариантов прямоугольника на геоборде или в тетради	2 класс	выше

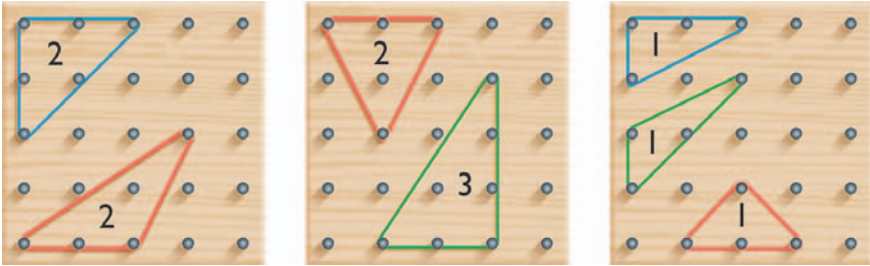
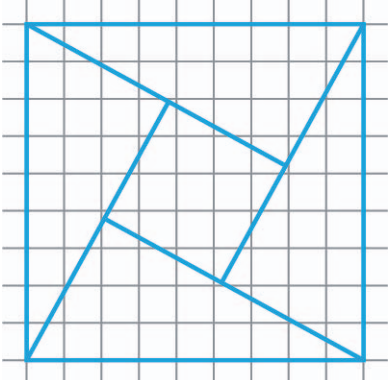
Подтема 1. Геоборд. Определение четырехугольников, многоугольников и их углов Фрагмент примерного урока 2. Виды треугольников. 3–4 классы		
Задача	Класс	Уровень
 <p>- Проведите отрезок в пятиугольнике так, чтобы получились: один треугольник (прямоугольный, или остроугольный, или тупоугольный) и один четырёхугольник. - Сначала используйте геоборд, затем постройте фигуру в тетради. - Покажите полученные прямоугольный, остроугольный, тупоугольный треугольники</p>	3 класс	соответствует

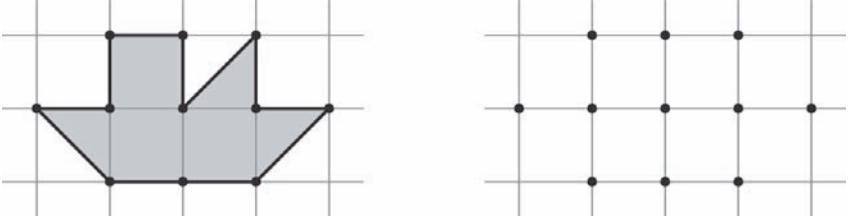
Подтема 1. Геоборд. Определение четырехугольников, многоугольников и их углов		
Фрагмент примерного урока 2. Виды треугольников. 3–4 классы		
Задача	Класс	Уровень
<p>Постройте многоугольники на геоборде, а затем в тетради. Сколько углов в каждом многоугольнике? Какие из них прямые, острые, тупые?</p> 	3 класс	соответствует
<p>Треугольники можно строить на круговых геобордах. Это построенная окружность с центром и равномерно нанесенными точками на окружности. На круговом геоборде построили треугольники.</p>  <p>- Какой из этих треугольников прямоугольный, остроугольный и тупоугольный? - Что вы можете сказать о центре окружности и треугольниках? - Постройте круговой геоборд в тетради, как показано на рисунке, и постройте в нем треугольники: прямоугольный, остроугольный и тупоугольный</p>	3 класс	выше


Подтема 2. Геоборд. Введение в периметр и площадь		
Фрагмент примерного урока 3. Периметр фигуры. 1–2 классы		
Задача	Класс	Уровень
<p>Постройте на геоборде 2 разных прямоугольника так, чтобы периметр каждого был равен 18 см. Постройте там же отрезки, длины которых равны сторонам прямоугольника</p>	2 класс	соответствует
<p>Постройте на геоборде прямоугольник, длина которого 13 см, а ширина 5 см, отделите квадрат со стороной, равной ширине прямоугольника. Определите периметр оставшегося прямоугольника. Постройте эту фигуру в тетради. Запишите периметр прямоугольника с помощью выражения</p>	2 класс	соответствует
<p>Периметр прямоугольника равен 18 см, а длина одной из его сторон равна 4 см. Постройте этот прямоугольник</p>	2 класс	соответствует
<p>Какое из нижеприведенных выражений определяет периметр прямоугольника? Квадрата? $3 + 5 + 3 + 5$; $4 + 4 + 4 + 4$. Постройте эти фигуры на геоборде и в тетради</p>	2 класс	соответствует

Подтема 2. Геоборд. Введение в периметр и площадь Фрагмент примерного урока 3. Периметр фигуры. 1–2 классы		
Задача	Класс	Уровень
<p>Назовите многоугольник, у которого периметр больше. Объясните свой ответ</p>	2 класс	выше
<p>Определи вид каждого треугольника, если его периметр находят так:</p> <ol style="list-style-type: none"> $3 + 4 + 5 = 12$ (см); $3 + 3 + 4 = 10$ (см); $5 + 5 + 5 = 15$ (см). <p>Постройте эти треугольники на геоборде, а затем в тетради</p>	2 класс	выше
<p>Постройте произвольный прямоугольник на геоборде. Вычислите его периметр. Определите изменение периметра прямоугольника с помощью геоборда, если длину и ширину прямоугольника увеличили на 2 см</p>	2 класс	выше
<p>Какой участок земли имеет бóльшую ограду: квадратный со стороной 40 м или прямоугольный со сторонами 40 м и 30 м? Проверь свое решение на геоборде, примите за 10 м расстояние между соседними штырьками</p>	2 класс	выше

Подтема 2. Геоборд. Введение в периметр и площадь Фрагмент примерного урока 4. Определение площади фигур. 3–4 классы		
Задача	Класс	Уровень
<p>На геоборде построены два прямоугольника. Найдите их площади и сравните. Объясните свое решение</p>	3 класс	соответствует

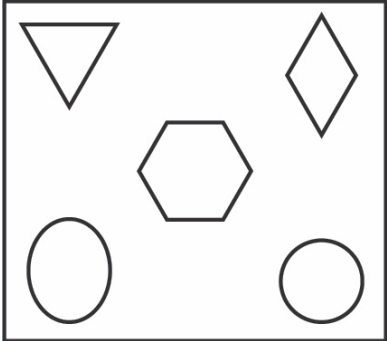
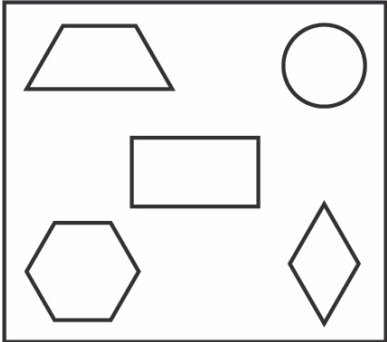
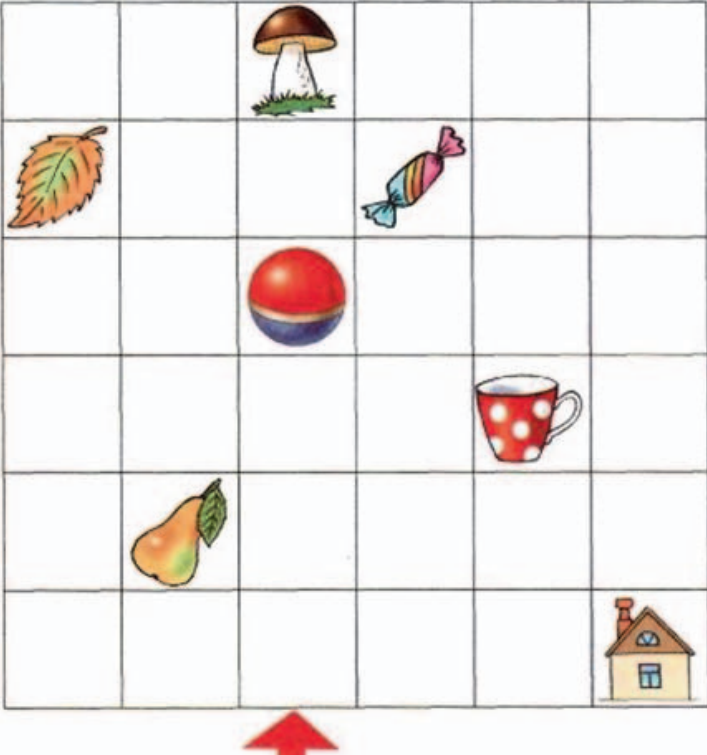
Подтема 2. Геоборд. Введение в периметр и площадь		
Фрагмент примерного урока 4. Определение площади фигур. 3–4 классы		
Задача	Класс	Уровень
Постройте на геоборде квадрат со стороной 4 см и прямоугольник со сторонами 3 см и 5 см. У какой фигуры площадь больше и на сколько?	3 класс	соответствует
Учащемся нужно было начертить и перенести на геоборд прямоугольник со сторонами 6 см и 10 см, а они построили его со сторонами 7 и 9 см (расстояние между штырьками на геоборде равно 1 см). На сколько см ² они ошиблись? Проверьте свое решение на геоборде	3 класс	соответствует
Постройте на геоборде прямоугольник, длина которого 14 см, а ширина 8 см. Если отрезать квадрат со стороной, равной ширине прямоугольника, то чему будет равна площадь оставшегося прямоугольника? Постройте этот прямоугольник в тетради	3 класс	соответствует
Ширина окна прямоугольной формы 5 дм, а длина в 2 раза больше. Вычислите площадь окна. Применяя геоборд, решите задачу из расчета, что одна клетка равна 1 дм ² .	3 класс	соответствует
 <p>Объясните, почему значение площади каждого треугольника равно числу, записанному в треугольнике?</p>	3 класс	выше
 <p>Постройте на геоборде квадрат. Проведите отрезки, получите четыре треугольника и квадрат, как показано на рисунке. Найдите площадь каждой фигуры и сравните эти площади. Объясните свое решение</p>	3 класс	выше
Паучок-ученик натянул паутину между 11 точками так, чтобы его паутинки нигде не пересекались, и в конце вернулся в исходную	3 класс	выше

Подтема 2. Геоборд. Введение в периметр и площадь		
Фрагмент примерного урока 4. Определение площади фигур. 3–4 классы		
Задача	Класс	Уровень
<p>точку. Паук-учитель его похвалил и лишь заметил, что настоящие мастера соблюдают эти же условия, но натягивают «правильную» паутину, у которой никакие отрезки не лежат на одной прямой. Помогите паучку соединить все 11 точек на рисунке «правильной паутиной». Используйте для построения геоборд или бумагу в точку. Найдите площадь обеих фигур и сравните их</p> 		

Подтема 3. Пространственные отношения и пространственная ориентация		
Фрагмент примерного урока 5. Взаимное расположение геометрических фигур на плоскости. 1–2 классы		
Задача	Класс	Уровень
 <p>Назовите расположение каждого предмета относительно домика. Используйте слова «сверху», «внизу», «справа», «слева» для описания расположения предметов</p>	1 класс	соответствует
	1 класс	соответствует

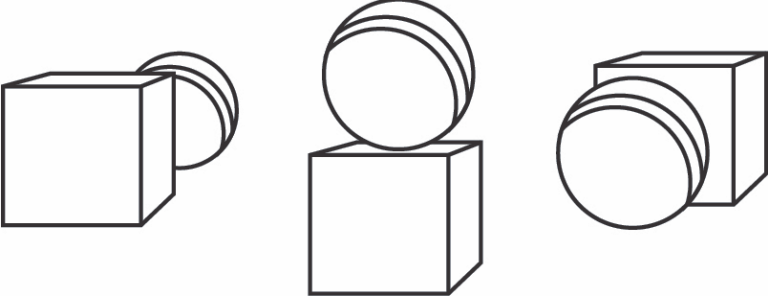
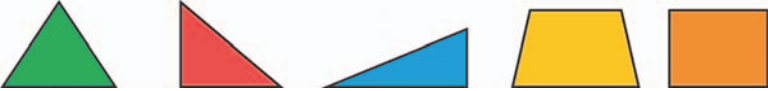
Подтема 3. Пространственные отношения и пространственная ориентация

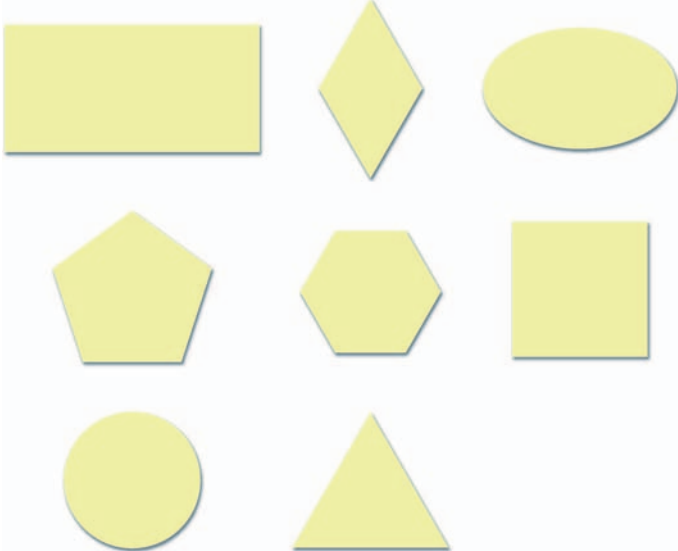
Фрагмент примерного урока 5. Взаимное расположение геометрических фигур на плоскости. 1–2 классы

Задача	Класс	Уровень
 <p>Какая фигура находится в верхнем правом углу? В нижнем левом углу? Что расположили слева от ромба? правее от овала? в центре?</p>		
 <p>Определите местоположение каждой фигуры в квадрате</p>	1 класс	соответствует
	1 класс	соответствует

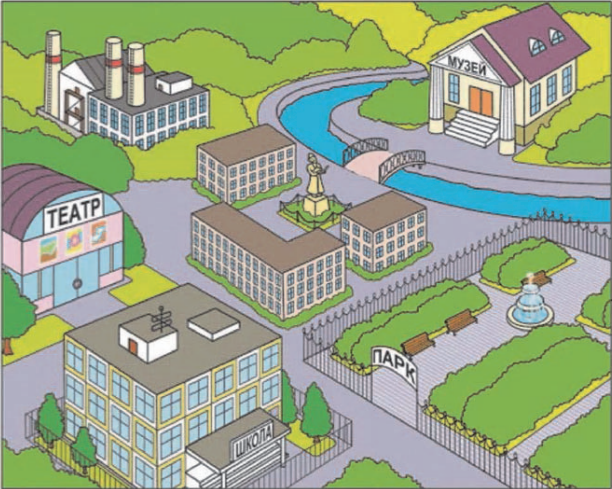
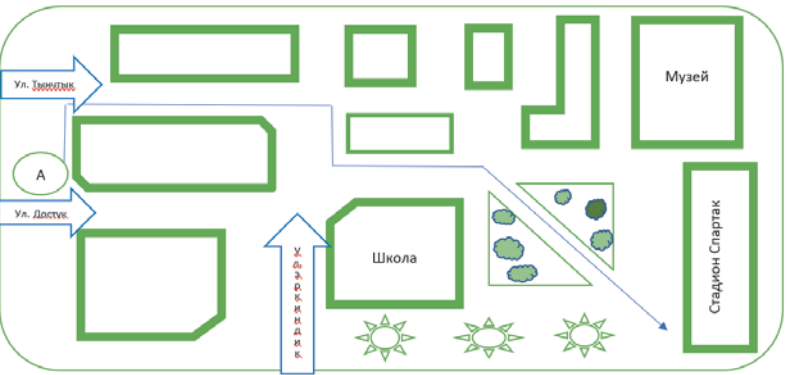
Подтема 3. Пространственные отношения и пространственная ориентация

Фрагмент примерного урока 5. Взаимное расположение геометрических фигур на плоскости. 1–2 классы

Задача	Класс	Уровень
<p>Найдите картинку и назовите ее.</p> <ul style="list-style-type: none">- от стрелки – 1 клетка вверх, 3 направо;- от стрелки – 2 клетки вверх, 1 налево;- от стрелки – 3 клетки вверх, 2 направо;- от стрелки – 4 клетки вверх;- от стрелки – 5 клеток вверх, 2 налево;- от стрелки – 5 клеток вверх, 1 направо;- от стрелки – 6 клеток вверх		
<p>Раскрасьте мяч, который находится перед кубиком, в зеленый свет, за кубиком — в красный свет, на кубике — в желтый цвет</p> 	1 класс	соответствует
<p>Начертите, раскрасьте фигуры и вырежьте их.</p> <p>Расположите снизу зеленый треугольник, а сверху — два маленьких: красный и синий; расположите квадрат слева от зеленого треугольника, а справа — трапецию.</p> <p>Какие фигуры и какого цвета расположены слева от трапеции? Какая фигура справа от квадрата? Какого цвета треугольник снизу? Сколько треугольников сверху?</p> 	2 класс	соответствует
	2 класс	соответствует

Подтема 3. Пространственные отношения и пространственная ориентация		
Фрагмент примерного урока 5. Взаимное расположение геометрических фигур на плоскости. 1–2 классы		
Задача	Класс	Уровень
 <p>Определите расположение фигур относительно друг друга.</p>		

Подтема 3. Пространственные отношения и пространственная ориентация		
Фрагмент примерного урока 6. Схема и карты. 3–4 классы		
Задача	Класс	Уровень
 <p>Рассмотрите картинку и ответьте на следующие вопросы. Где находится школа? Куда направляется мальчик? Девочка? Кто быстрее дойдет до пункта назначения? Объясните почему</p>	3 класс	соответствует

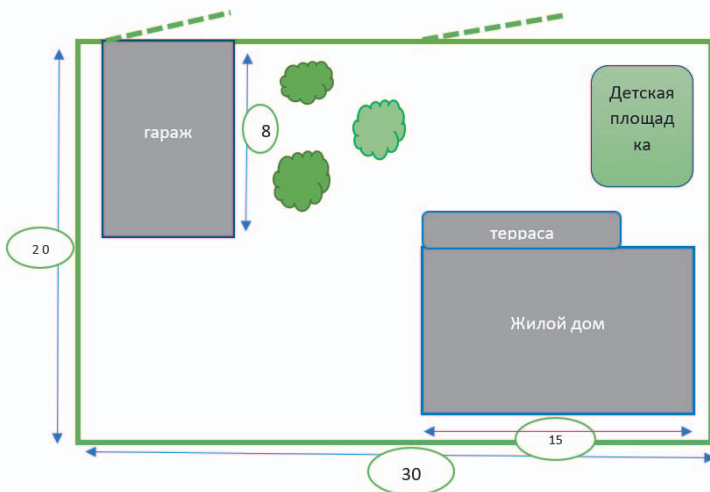
Подтема 3. Пространственные отношения и пространственная ориентация		
Фрагмент примерного урока 6. Схема и карты. 3–4 классы		
Задача	Класс	Уровень
 <p>Дима после школы запланировал поход в музей, затем в парк, а потом домой. Дом находится слева от памятника, напротив музея.</p> <p>Расскажите путь Димы, используя слова «север», «юг», «восток», «запад» или налево, направо, вверх, вниз. Опишите карту города, где живет Дима</p>	3 класс	соответствует
 <p>Расскажите своему другу дорогу до стадиона «Спартак».</p> <p>Назовите улицы и используйте слова «параллельно», «перпендикулярно», направо, налево, вверх, вниз</p>	3 класс	соответствует
	3 класс	выше

Подтема 3. Пространственные отношения и пространственная ориентация
Фрагмент примерного урока 6. Схема и карты. 3–4 классы

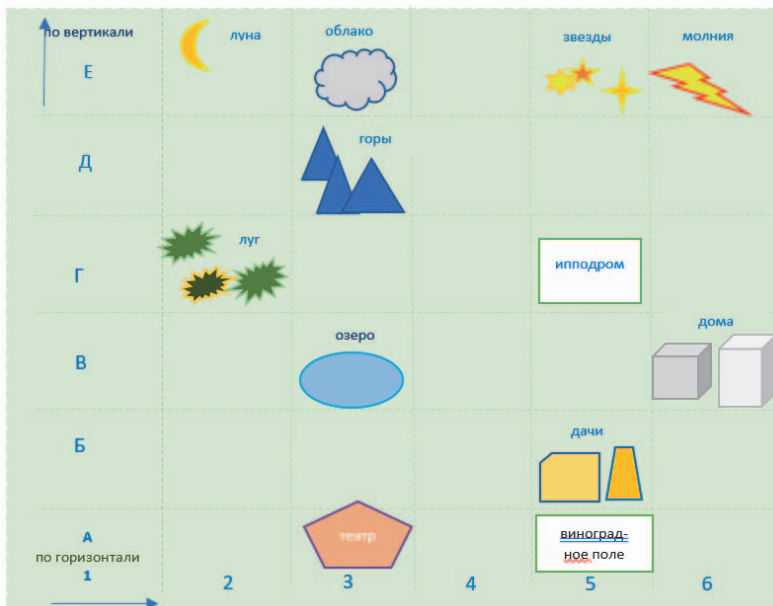
Задача

Класс

Уровень



На рисунке дан план участка с расположенными на нем объектами. На участке хотят построить бассейн, используя свободную площадь. Где лучше всего расположить бассейн? Нарисуйте на плане бассейн и укажите его размеры (предметы в плане должны находиться от границы забора и друг от друга на расстоянии 1 м).



- В каком месте расположен ипподром относительно озера, домов, гор? слева, справа, сверху, снизу?
 - На каком квадрате расположены: горы, звезды, театр, дома?
 Используйте такие слова, как «по вертикали», «по горизонтали» или «2 Г», «5 Е».

4 класс

выше



ПРИЛОЖЕНИЕ В: ПЛАН ДЕЙСТВИЙ

Модуль 8. Фрагменты примерного урока 1 / 2						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду принимать	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что я добавлю / изменю в плане-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Модуль 8. Фрагменты примерного урока 3 / 4

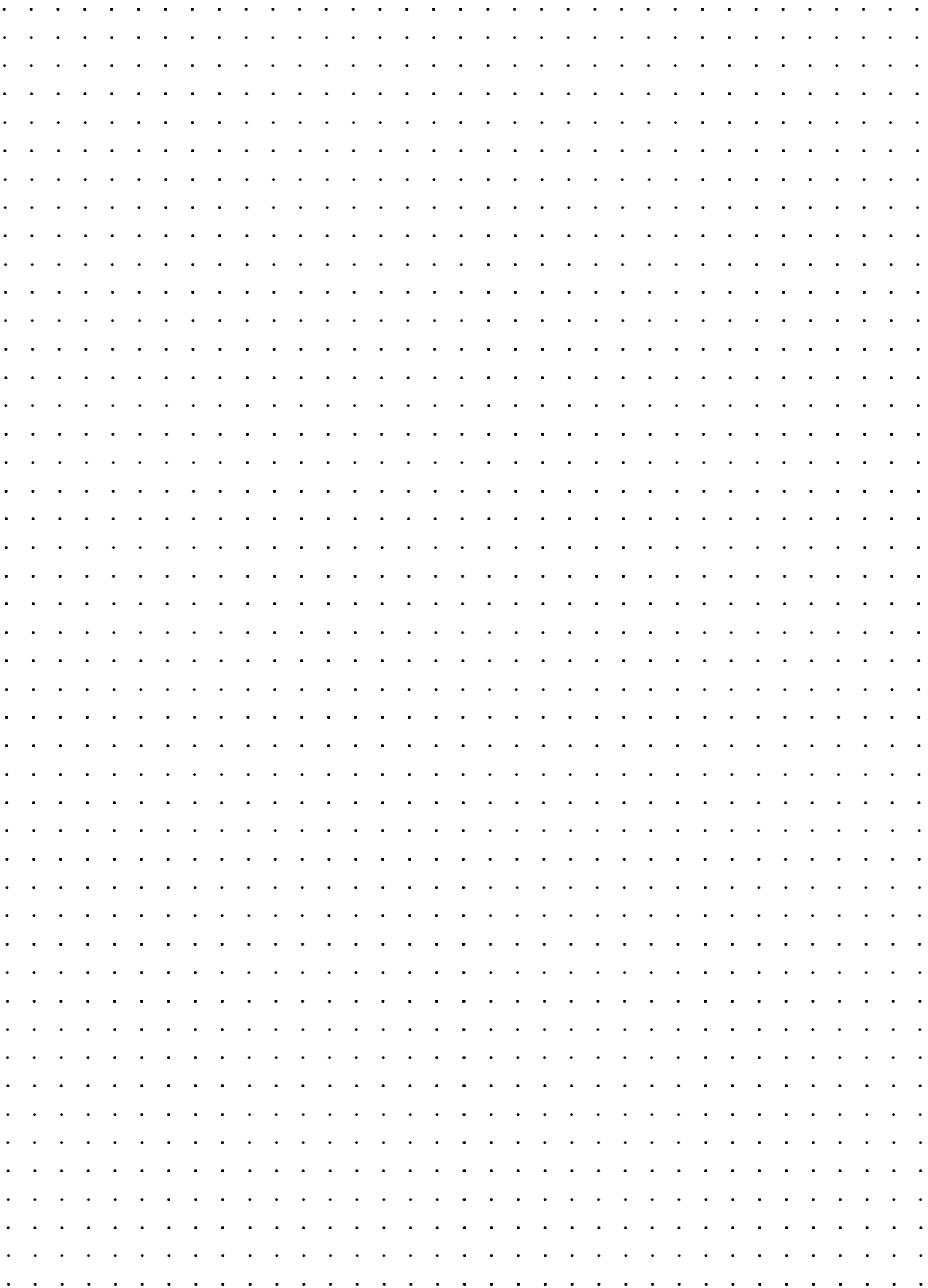
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду менять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что я добавлю / изменю в плане-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Модуль 8. Фрагменты примерного урока 5 / 6

	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду менять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что я добавлю / изменю в плане-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

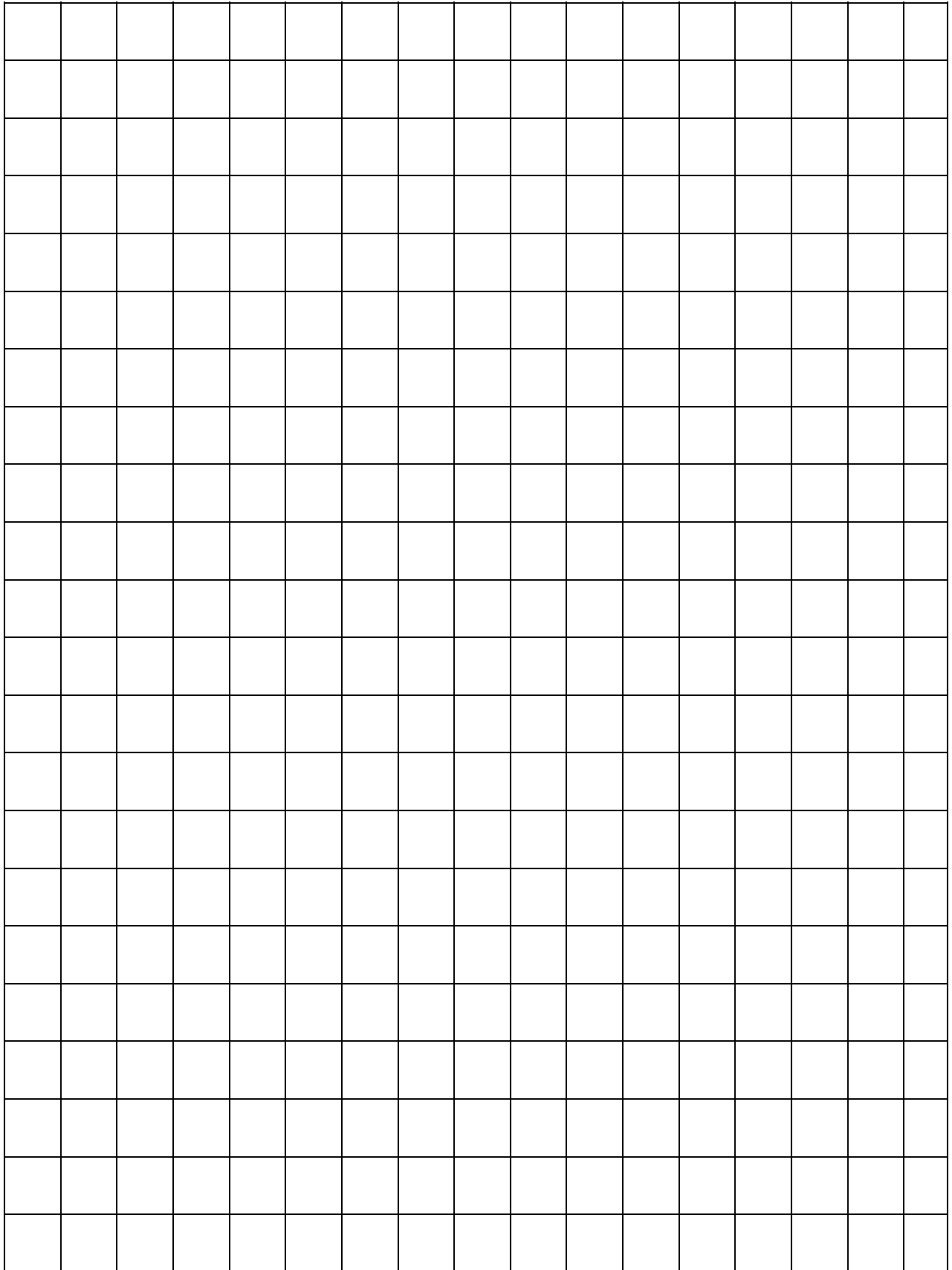


ПРИЛОЖЕНИЕ Г. ШАБЛОН БУМАГИ В ТОЧКУ



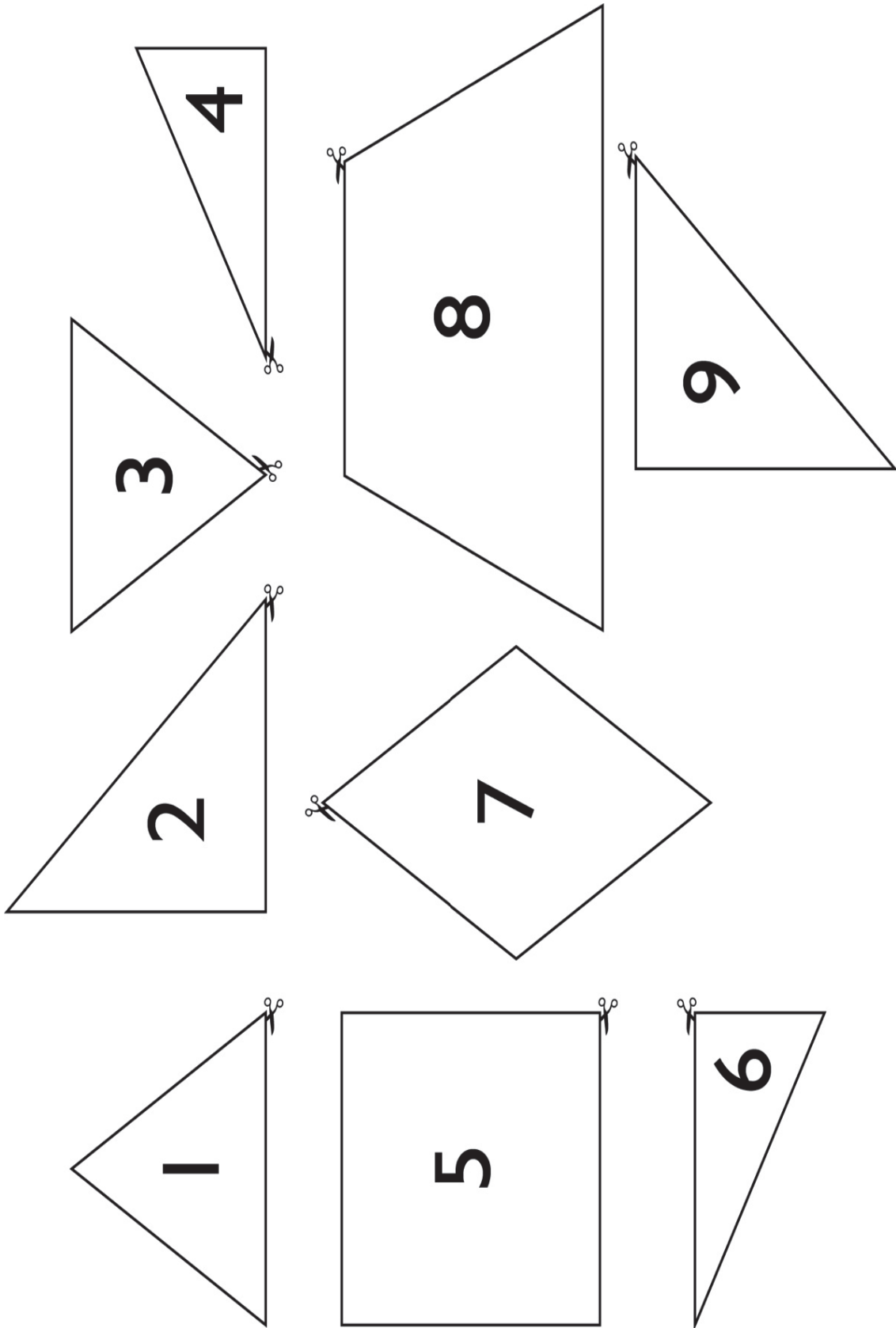


ПРИЛОЖЕНИЕ Д. ШАБЛОН БУМАГИ В КЛЕТКУ (1СМ)

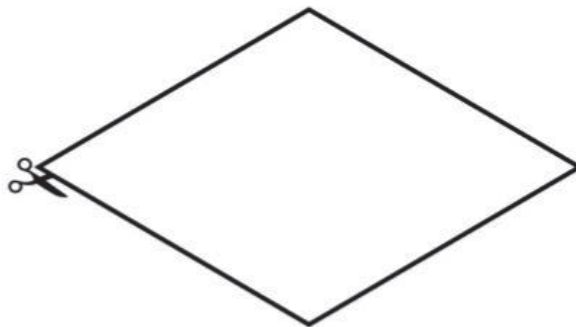
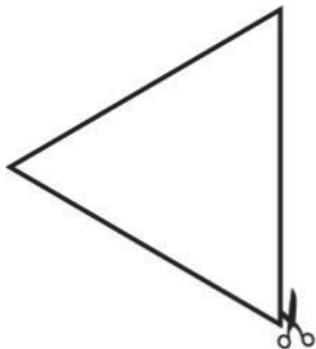




ПРИЛОЖЕНИЕ Е. ШАБЛОН ФИГУР, ВЫРЕЗАННЫХ ИЗ БУМАГИ

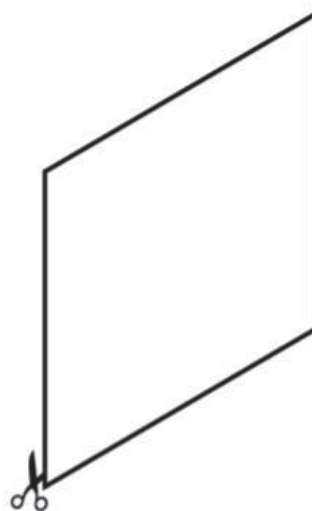
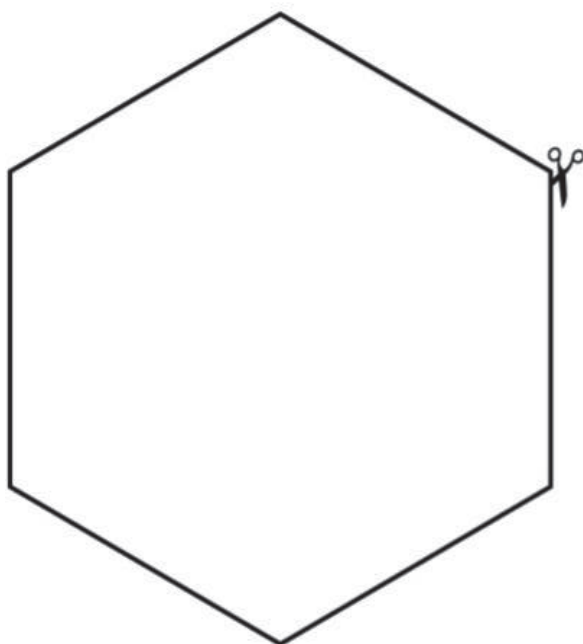


Треугольник



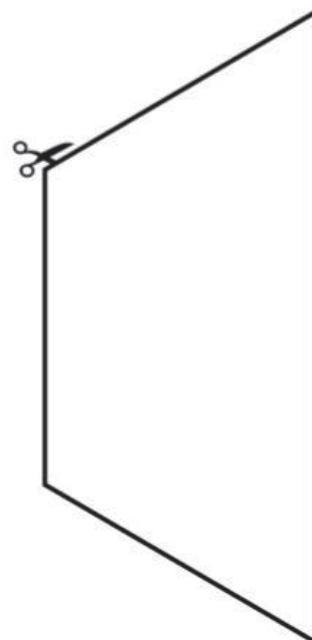
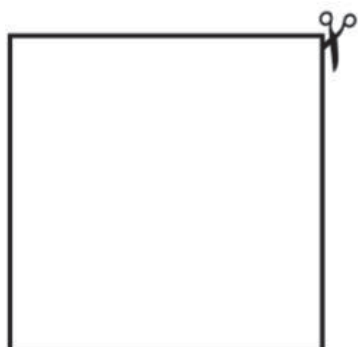
Ромб

Шестиугольник



Параллелограмм

Квадрат

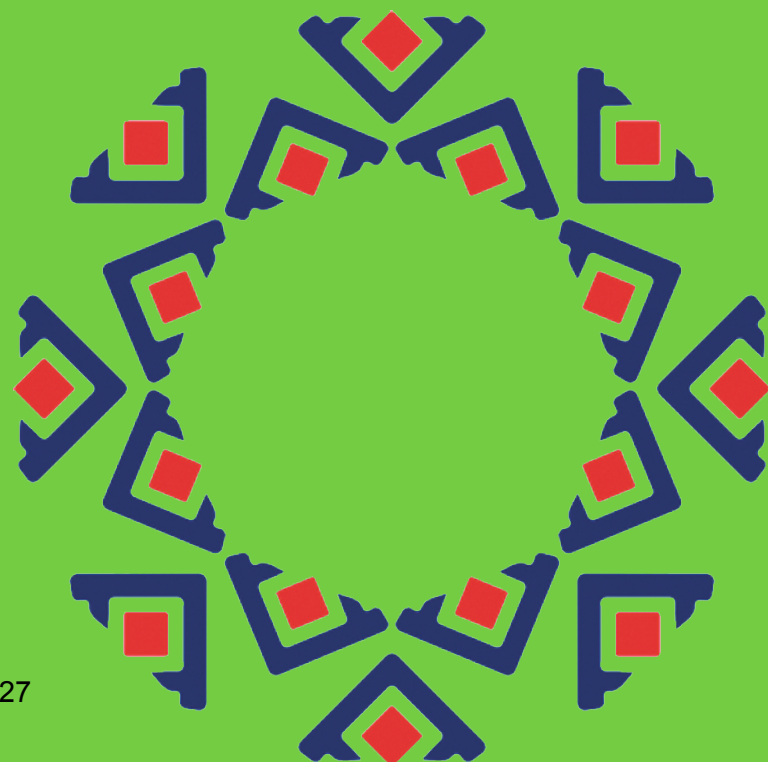


Трапеция

МОДУЛЬ 9 ПО МАТЕМАТИКЕ

ЭЛЕМЕНТЫ АЛГЕБРЫ

ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ



МОДУЛЬ 9 «ЭЛЕМЕНТЫ АЛГЕБРЫ»

Модуль 9 «Элементы алгебры» включает следующие темы:

- ◆ Ожидаемые результаты обучения согласно предметному стандарту по математике начальных классов.
- ◆ Обзор понятия уравнение и его использование для выражения условий текстовых задач.
- ◆ Описание фрагментов примерных уроков, в которых используются уравнения для моделирования условий и решения текстовых задач.
- ◆ Обзор понятия таблицы функциональной зависимости.
- ◆ Описание фрагментов примерных уроков, в которых используются таблицы для определения зависимости между величинами.
- ◆ Обзор определения закономерность: периодическая, возрастающая, убывающая.
- ◆ Описание фрагментов примерных уроков, в которых используются закономерности формирования числовых последовательностей и последовательностей из фигур.
- ◆ Календарно-тематический план по применению стратегий, который показывает, как интегрировать приведенные в модуле фрагменты примерных уроков в обычные уроки по учебнику.
- ◆ Приложение А. Шаблон фрагмента примерного урока.
- ◆ Приложение Б. Дополнительные задачи для самостоятельной работы.
- ◆ Приложение В. План действий.

ЭЛЕМЕНТЫ АЛГЕБРЫ: РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ*

Учебные материалы по элементам алгебры

	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
6. Задачи	<ul style="list-style-type: none"> • Устное составление простых задач с разными сюжетами. • Условие, вопрос, решение задачи. • Простые задачи на увеличение и уменьшение числа, на разностное сравнение. • Задачи на нахождение суммы, остатка, обратные задачи. • Составные задачи на сложение, вычитание 	<ul style="list-style-type: none"> • Простые задачи на увеличение и уменьшение числа в несколько раз, деление по содержанию и на равные части. • Задачи на кратное сравнение («во сколько раз больше», «во сколько раз меньше»). • Составные задачи, содержащие отношения «больше на», «меньше на», «на сколько больше», «на сколько меньше», на нахождение третьего слагаемого. • Решение задач при помощи составления выражения 	<ul style="list-style-type: none"> • Задачи с буквенными данными. • Решение задачи уравнением. • Задачи на нахождение четвертого пропорционального. • Составные задачи на смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение. • Решение задач выражением 	<ul style="list-style-type: none"> • Составные задачи на все арифметические действия, разностное и кратное сравнение. • Задачи на пропорциональное деление. • Задачи на нахождение неизвестных по двум разностям. • Задачи на нахождение доли целого и целого по его доле
7. Выражения	<ul style="list-style-type: none"> • Числовое выражение и его значение. • Нахождение значения выражения с действиями сложения и вычитания. • Выражения с одной скобкой (действия сложения и вычитания) 	<ul style="list-style-type: none"> • Порядок выполнения действий в выражениях. • Нахождение значения выражения с действиями умножения и деления. • Выражение с переменной и нахождение его значения. • Числовое выражение без скобок, с одной скобкой на все арифметические действия 	<ul style="list-style-type: none"> • Выражения с двумя переменными. • Вычисление значения выражений со скобками и без с применением свойств и порядка арифметических действий 	<ul style="list-style-type: none"> • Нахождение значения простейших буквенных выражений. • Вычисление значения выражения со скобками и без с применением свойств и порядка выполнения арифметических действий

Содержательная линия	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
8. Равенство, неравенство и уравнение	<ul style="list-style-type: none"> • Нахождения неизвестного компонента (слагаемого, вычитаемого, уменьшаемого). • Понятия «равенство» и «неравенство». • Сравнение однозначных чисел, однозначных и двузначных чисел. • Сравнение числа и выражения, выражения и выражения 	<ul style="list-style-type: none"> • Простые уравнения на сложение и вычитание, на умножение и деление. • Сравнение чисел, значения выражения с числом 	<ul style="list-style-type: none"> • Простые уравнения на все арифметические действия. • Составные уравнения на сложение и вычитание. • Сравнение двузначных, трехзначных чисел, выражений 	<ul style="list-style-type: none"> • Составные уравнения на все арифметические действия. • Способы решения составных уравнений. • Сравнение чисел, выражений. • Сравнение долей

Примечание*

Ожидаемые результаты обучения учащихся (по ступеням и классам)

В таблице:

- первая цифра означает класс;
- вторая цифра — номер содержательной линии;
- третья цифра — номер компетентности, где К1 — предметная компетентность, К2 — информационная, К3 — социально-коммуникативная, К4 — самоорганизация и разрешение проблем.

Например, 1.1.1. Первая цифра 1 означает 1 класс. Вторая цифра 1 — это содержательная линия «Пространственные отношения». Третья цифра 1 — это К1, т.е. предметная компетентность.

Компетентности	1-класс Учащийся: 1.8.1. называет компоненты действий: сложение и вычитание; 1.6.1. устно составляет и моделирует задачи на сложение и вычитание; 1.7.1. отличает числовое выражение от других математических записей, характеризует числовое выражение (название, как составлено), называет и определяет порядок арифметических действий	2-класс Учащийся: 2.8.1. называет компоненты арифметических действий: сложение, вычитание, умножение и деление; 2.6.1. рассказывает о решении составных задач на нахождение суммы, разности, планирует и устно воспроизводит ход решения задачи; 2.7.1. различает числовое выражение и выражение с одной переменной, характеризует числовое выражение (название, как составлено), называет и определяет порядок арифметических действий в числовых выражениях, содержащих 2 и более арифметических действий, со скобками и без скобок	3-класс Учащийся: 3.8.1. знает компоненты арифметических действий и устанавливает взаимосвязь между ними; 3.6.1. выбирает арифметические действия для решения задачи и объясняет их выбор; определяет число и порядок действий; 3.7.1. называет и определяет порядок арифметических действий в числовых выражениях, содержащих несколько арифметических действий, со скобками и без скобок	4-класс Учащийся: 4.8.1. знает алгоритм нахождения неизвестных компонентов арифметических действий; 4.6.1. анализирует предложенные варианты решения задачи, выбирает из них верные, рассказывает о способах решения составных задач; 4.7.1. соблюдает правила порядка выполнения действий в числовых выражениях, содержащих несколько арифметических действий, со скобками и без скобок
-----------------------	--	--	---	---

К1

Компетентности	1-класс	2-класс	3-класс	4-класс
К2	<p>Учащийся:</p> <p>1.8.2. находит неизвестный компонент сложения, вычитания, решает равенства, неравенства;</p> <p>1.6.2. дополняет условие задачи недостающими данными или вопросом, составляет обратные задачи;</p> <p>1.7.2. находит значение выражения в два действия со скобками и без скобок на сложение и вычитание</p>	<p>Учащийся:</p> <p>2.8.2. находит неизвестные компоненты сложения, вычитания, умножения и деления, решает равенства, неравенства, сравнивает числа разными способами;</p> <p>2.6.2. моделирует условие задачи с помощью предметов, схематических рисунков и схем, выявляет известные и неизвестные величины;</p> <p>2.7.2. находит значения числовых выражений в два и более действий со скобками и без скобок, вычисляет значение выражений с одной скобкой</p>	<p>Учащийся:</p> <p>3.8.2. находит неизвестный компонент в сложных уравнениях, определяет ход решения уравнения, решает равенства, неравенства, сравнивает числа разными способами;</p> <p>3.6.2. моделирует и решает задачи с изменённым текстом, а также самостоятельно составляет текстовые задачи с заданной сюжетной ситуацией;</p> <p>3.7.2. находит значения числовых выражений в несколько действий со скобками и без скобок, вычисляет значения буквенных выражений</p>	<p>Учащийся:</p> <p>4.8.2. решает сложные уравнения, равенства и неравенства, сравнивает числа разными способами;</p> <p>4.6.2. различает виды составных задач, задачи с буквенными выражениями, планирует ход решения задачи; решает составные задачи разными способами, объясняет и обосновывает выбор действия;</p> <p>4.7.2. анализирует составное выражение, выделяет в нём структурные части, используя знание порядка выполнения действий, находит значение выражения в несколько действий со скобками и без скобок</p>
К3	<p>Учащийся:</p> <p>1.8.3. подбирает в равенствах неизвестные компоненты действий, определяет способ нахождения компонентов сложения и вычитания;</p> <p>1.6.3. анализирует решение задач на увеличение, уменьшение числа на несколько</p>	<p>Учащийся:</p> <p>2.8.3. решает изученные типы уравнений с комментированием по компонентам действий и различает способ нахождения их, объясняет решение равенства и неравенства;</p> <p>2.6.3. анализирует решение задачи на нахождение слага-</p>	<p>Учащийся:</p> <p>3.8.3. обосновывает и комментирует решение сложного уравнения на основе взаимосвязи между компонентами, объясняет решение равенства и неравенства;</p> <p>3.6.3. анализирует тексты и решения задач, указывает их сходства и различия;</p>	<p>Учащийся:</p> <p>4.8.3. анализирует особенно-сти решения сложного уравнения, равенства и неравенства;</p> <p>4.6.3. анализирует текст задачи с последующим планированием алгоритма её решения;</p>

Компетентности	1-класс	2-класс	3-класс	4-класс
<p align="center">К4</p>	<p>единиц), на разностное сравнение, на нахождение суммы, остатка; 1.7.3. определяет способы решения выражений в два действия на сложение и вычитание</p>	<p>емого и вычитаемого, уменьшаемого и разности, кратное сравнение, нахождение третьего слагаемого; 2.7.3. решает числовые и буквенные выражения, составляет выражения в соответствии с заданными условиями</p>	<p>3.7.3. самостоятельно анализирует порядок арифметических действий в составных выражениях</p>	<p>4.7.3. обосновывает правильность значений простых и составных выражений; прогнозирует результат вычисления арифметического действия</p>
	<p>Учащийся: 1.8.4. самостоятельно устанавливает связь при нахождении компонентов сложения и вычитания; 1.6.4. по рисункам, схемам, выражениям самостоятельно составляет и решает задачи на увеличение, уменьшение числа на несколько единиц, на разностное сравнение, нахождение суммы и остатка; 1.7.4. самостоятельно составляет выражения в два действия со скобками и без скобок на сложение и вычитание</p>	<p>Учащийся: 2.8.4. самостоятельно составляет простые уравнения с действиями сложения и вычитания, устанавливает связь при нахождении компонентов сложения и вычитания, умножения и деления; 2.6.4. самостоятельно составляет составные задачи и решает их; применяет изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях; 2.7.4. самостоятельно составляет числовые выражения и выражения с переменной</p>	<p>Учащийся: 3.8.4. самостоятельно составляет и решает уравнения, равенства и неравенства, проверяет правильность решения уравнения, используя алгоритм; 3.6.4. самостоятельно посылает способы решения составных задач, контролирует правильность выполнения освоенных способов при решении задач; 3.7.4. самостоятельно составляет простые и составные выражения, буквенные выражения и находит значения выражений</p>	<p>Учащийся: 4.8.4. самостоятельно составляет сложное уравнение, равенство и неравенство, решает их, анализирует и корректирует свои действия; 4.6.4. различает рациональный и нерациональный способы решения задачи; выявляет причину, ошибки в решении задачи и корректирует её, проводит оценку решения; 4.7.4. самостоятельно находит значения составных выражений</p>

ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: УРАВНЕНИЯ



В основе понятия *уравнения* лежит понятие *равенства двух выражений*. «Когда мы развиваем понимание знака равенства как особого отношения, существующего между двумя сторонами уравнения, мы формируем знание, которое позволяет нам выйти за рамки простого выполнения операций над числами для поиска ответов. При этом мы переходим в область алгебры» (Darr, 2003).

Дарр предлагает некоторые способы, с помощью которых учителя могут помочь учащимся начальных классов лучше понять значение знака равенства:

- ◆ Обсуждение истории и значения знака равенства.
- ◆ Использование уравнения типа $2 + 3 = \square + 4$, чтобы у учащихся возникло представление о равенстве.
- ◆ Демонстрация уравнения с одним неизвестным, например $\square + 3 = 7$, с последующим сравнением неизвестного числа с числом 7.
- ◆ Обсуждение вопроса с учащимися, являются ли следующие равенства верными или неверными. Например, $4 = 4$, $8 = 5 + 3$, $3 + 7 = 10 + 1$.
- ◆ Варьирование разных способов представления уравнений. Например, демонстрация разных записей уравнения: $4 + \square = 5$ и $5 = 4 + \square$.

Исследование, проведенное среди учащихся второго класса, показало, что знание знака равенства учащимися является мощным прогностическим (*т.е. основанным на прогнозе*) фактором знания элементов алгебры в 4 классе. «Если алгебра служит привратником у врат будущих академических и экономических успехов учащихся, то, по-видимому, знание знака равенства служит ключом к этим вратам» (Matthews, 2020).

С помощью арифметических действий сложения, вычитания, умножения и деления учащиеся составляют числовые выражения для представления решения задач. Приведем пример. Учащимся предлагается решить следующую задачу: «Фермерша посадила 14 сливовых деревьев утром и несколько сливовых деревьев после полудня. Сколько всего сливовых деревьев она посадила после полудня, если за день были посажены 22 деревьев?». Для решения данной задачи учащиеся могут составить числовое выражение $22 - 14$.

Для поиска ответа на вопрос задачи можно использовать уравнение. *Уравнение* — это равенство, содержащее неизвестное число. Уравнение вида $14 + \square = 22$ можно использовать для представления решения задачи о сливовых деревьях в более ранних классах начальной школы (в 1 и 2 классах), а уравнение вида $14 + x = 22$ можно использовать в более старших классах начальной школы (в 3 и 4 классах).

При изучении уравнений учащимся следует дать понять, что знак равенства не указывает на действие «найти ответ». Учащиеся не должны рассматривать знак равенства как знаки плюс или минус, требующие арифметические действия сложения и вычитания. Знак равенства следует понимать как символ, показывающий связь между двумя выражениями. Учащимся с глубоким осознанием смысла знака равенства будет легче развивать понимание понятия *отношения* в математике.

Когда учащиеся впервые видят запись уравнения, им, может быть, трудно будет понять, что знак равенства означает следующее: значение того, что находится с одной его стороны, является тем же самым, что и с другой. В этой ситуации полезно представить условие и решение задачи в виде уравнений: $14 + \square = 22$ и $22 = 14 + \square$. Таким образом, учащиеся увидят, что порядок записи выражений в

уравнении не имеет значения. Важно то, что выражения, находящиеся по обе стороны этого знака, равны между собой.

Уравнения могут содержать как числовые выражения, так и буквенные, их называют еще алгебраическими выражениями. *Алгебраическое выражение* — это выражение, состоящее из чисел, арифметических действий и неизвестных (переменных). \square и x — это неизвестные (переменные), которые являются простыми алгебраическими выражениями. Равенство со знаком «равно» между алгебраическим (буквенным) выражением $14 + \square$ и числовым выражением 22 дает понятие уравнения, которое утверждает, что есть такое значение неизвестного, при подстановке которого вместо неизвестного получится верное числовое равенство.

Другими словами, знак равенства между числовым выражением $14 + 8$ и алгебраическим выражением \square или « x » дает понятие уравнения, согласно которому сумма $14 + 8$ равна некому неизвестному числу. $14 + 8 = \square$ — это еще один вид уравнения.

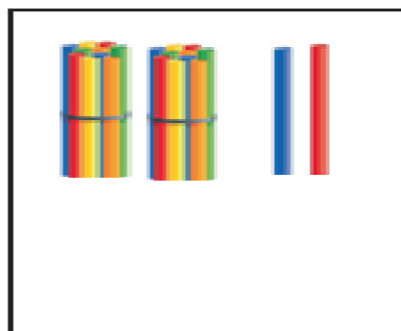
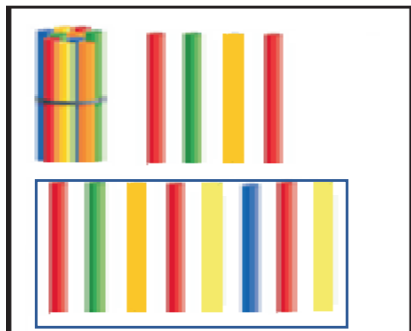
При работе с уравнениями фундаментальным понятием является понятие *неизвестной (переменной)*, которое для учащихся может быть новым и непонятным. Неизвестное может быть обозначено символом типа \square , или «*», или любой буквой. Чаще всего в качестве неизвестных (переменных) используются буквы x и y . Когда значение выражения неизвестно, это неизвестное может быть показано с помощью буквы. Неизвестное остается на месте до тех пор, пока не будет найдено. Как только неизвестное число станет известным, букву можно заменить известным значением. Таким образом, в уравнении $14 + \square = 22$ после того, как найдут ответ 8, неизвестное (переменную) \square можно заменить на число 8. Таким образом уравнение обратится в верное числовое равенство. Или, например, уравнение $14 + 8 = \square$. После того как станет известен ответ 22, неизвестное (переменную) \square можно заменить на 22, т.е. уравнение обратится в равенство $14 + 8 = 22$.

Решение уравнения — это значение неизвестного (переменной), при подстановке которого вместо неизвестного (переменной) уравнение обращается в верное числовое равенство. В случае уравнения $14 + \square = 22$, число 8 обращает уравнение в верное числовое равенство: $14 + 8 = 22$. Итак, число 8 является решением уравнения, или еще называют число 8 корнем уравнения.

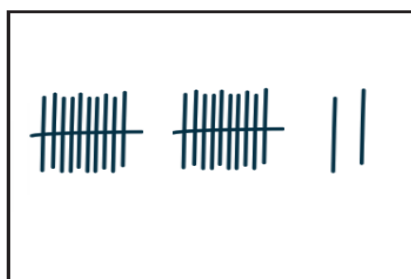
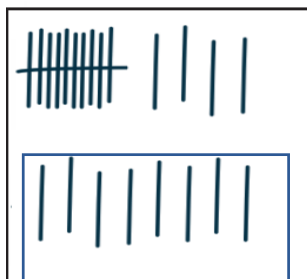
В случае уравнения $14 + 8 = \square$, число 22 обращает уравнение в верное числовое равенство: $14 + 8 = 22$. Число 22 является решением, т.е. корнем данного уравнения. Решить уравнение — значит найти его корень.

Поскольку уравнение используется для представления реальной ситуации, оно является моделью ситуации. Впервые приступая к работе с уравнениями, учащимся полезно рассмотреть уравнение посредством подхода КГА (конкретного – графического – абстрактного представления). «Установление связи уравнений с конкретными материалами, рисунками и другими представлениями условий задач способствует глубокому и гибкому пониманию основополагающих элементов алгебры» (Университет Аризоны, 2011). Представление задачи о сливовых деревьях с помощью КГА показана далее в таблице. Учащиеся переходят от конкретного к графическому и абстрактному представлению. Первоначально они используют связки и палочки. Сначала кладут на стол связку и палочки, символизирующие сливовые деревья, посаженные утром. Под ними располагают палочки-сливовые деревья, посаженные после полудня. А напротив, располагают общее количество посаженных сливовых деревьев. Затем учащиеся таким же образом представляют задачу в тетради, рисуя связки и палочки. Наконец, они могут представить модель задачи с помощью символов в виде уравнения $14 + \square = 22$, поставить найденное число в уравнение и получить верное числовое равенство $14 + 8 = 22$.

Конкретное представление



Графическое представление



Абстрактное представление

$$14 + \square = 22$$

$$14 + 8 = 22$$

Когда учащиеся решают уравнения, составленные по условию задачи, то сначала решают уравнения, показывающие неизвестный результат, например $45 + 32 = \square$. Затем они переходят от таких уравнений к уравнениям, представляющим неизвестное изменение, например $45 + \square = 77$. То же самое с задачами, по условию которых можно составить уравнение с арифметическим действием умножения или деления. Рассмотрим следующую задачу: «Для эксперимента садовник посадил два бобовых семени и удобрил только одно из них. Через неделю бобовый росток без удобрения достиг 4 см в высоту, а удобренный — 12 см. Во сколько раз удобренный бобовый росток выше, чем росток без удобрения?» Уравнение, которое можно составить при моделировании данной ситуации, выглядит так: $4 \odot y = 12$. Обратите внимание учащихся на запись уравнения, представляющего неизвестное изменение, а затем сравните с записью уравнения с неизвестным результатом, в котором ответ представлен в виде неизвестного. При поиске неизвестного множителя учащиеся могут научиться писать соответствующее уравнение на деление, которое заменяет умножение: $y = 12 : 4$.

Моделируя ситуации из реальной жизни или текстовые задачи с помощью уравнений учащиеся развивают навыки элементарного алгебраического мышления, «Решение текстовых задач путем составления уравнений на основе математических понятий и свойств формирует начальные навыки моделирования ситуации, близкой к реальной жизни. Использование математической модели в виде уравнений способствует развитию у учащихся навыков использования математических терминов, информации в виде знаков и символов, решения уравнений, а также готовит их к систематическому изучению курса алгебры» (Букер, 2010).



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 и 2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ. УРАВНЕНИЕ

В следующих фрагментах примерных уроков показаны варианты обучения учащихся решению текстовых задач. Сначала предлагается смоделировать решение текстовой задачи, составив уравнение, а затем найти решение уравнения. Первый фрагмент примерного урока включает моделирование ситуации с неизвестным изменением в задачах на действие сложения и вычитания. Это моделирование расширяется во втором фрагменте примерного урока, в котором предлагается учащимся составить уравнение для представления ситуации с неизвестным изменением в действиях умножения и деления. В обоих фрагментах примерных уроков, работая со знаком равенства и неизвестными в уравнении, учащиеся развивают элементарные навыки алгебраического мышления.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 1: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ. УРАВНЕНИЕ

Название / Тема: Решение задач с помощью составления уравнения. Понятие уравнения

Целевые классы: 1–2

Цель деятельности: Учащиеся будут решать простейшие задачи с помощью составления уравнения.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: Решение текстовых задач с помощью составления уравнений на основе математических понятий и свойств формирует первоначальные навыки моделирования ситуации, близкой к реальной действительности. Использование математической модели в виде уравнений способствует совершенствованию умений учащихся пользоваться математической терминологией, информацией в виде знаков и символов; развитию навыков решения уравнений; готовит к систематическому изучению курса алгебры.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут решать задачи с помощью составления математической модели — уравнения. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в паре или в малой группе и прочитайте следующую задачу.

— У продавца было несколько ящиков с помидорами. Когда он продал помидоры из 4 ящиков, осталось 7 ящиков с помидорами. Сколько ящиков с помидорами было у продавца сначала?




Попросите учащихся написать равенство, содержащее неизвестное (уравнение), которое отражает суть задачи.

- ♦ **Обсуждение.** Попросите нескольких детей поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какое равенство с неизвестным (уравнение) вы написали?*
 - *Можете объяснить, как вы решили задачу?*
 - *Кто может поделиться другим способом решения?*
- ♦ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда эта задача было предложено кому-то из учащихся другой школы, был получен ответ такой: равенством с неизвестным (уравнением) будет $7 - 4$ и в ответе получится 3.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему так было сказано?*
 - *Как вы объясните, что такой ответ является неправильным?*

- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как были решены примеры.
 - Скажите: *чтобы решить эту задачу составим математическую модель задачи.*
 - *Задача состоит в том, что у продавца было несколько ящиков с помидорами, и нам следует найти это количество.*
 - *Количество ящиков с помидорами, которое было вначале – неизвестно, обозначим это количество как пустую клетку □.*
 - *В задаче сказано, что продали помидоры из 4 ящиков. Запишем выражение: $\square - 4$. Это действие также выражает количество того, что осталось после продажи.*
 - *Известно, что осталось 7 ящиков с помидорами, составим равенство: $\square - 4 = 7$. Это равенство выражает математическую модель задачи, оно называется уравнением, где □ – неизвестное число.*
 - *Решим это уравнение. Из какого числа следует вычесть 4, чтобы получить 7? (11)*
 - *Запишем ответ: 11 ящиков с помидорами.*
 - *Важно помнить, чтобы решить задачу можно составить модель в виде уравнения. Уравнение – это равенство, которое содержит неизвестное число. Чтобы решить уравнение, надо найти неизвестное число □, т.е. корень уравнения, а затем проверить верно ли решение уравнения.*
 - *Решение уравнения соотнести с условием и требованием задачи и записать ответ задачи.*
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся выполнить похожие задания из учебника. Задания могут быть на решение задач с помощью уравнений с неизвестным вычитаемым, уменьшаемым или слагаемым.
 - **Уровень выше.** Дайте учащимся более сложные задачи на составление уравнения с неизвестным вычитаемым, уменьшаемым или слагаемым, где в вычислениях требуются 2-3 действия.
 - В вазочку с конфетами добавили 19 конфет. После того как 11 конфет было съедено, осталось 15 конфет. Сколько конфет было в вазочке сначала?
 - В домашнюю библиотеку добавили 17 книг. После того как оттуда взяли для чтения 3 детских и 4 взрослых книги, то осталось 58. Сколько книг было в домашней библиотеке?
 - **Уровень соответствует.** Дайте учащимся задачи на составление уравнения с неизвестным вычитаемым, уменьшаемым или слагаемым.
 - На тарелке было 15 пирожков. После того как за обедом съели несколько пирожков, на тарелке остались 9 пирожков. Сколько пирожков съели за обедом?
 - Алина купила две книги и заплатила за них 27 сомов. Одна книга стоит 10 сомов, а стоимость второй книги Алина забыла. Сколько стоит вторая книга?
 - **Уровень ниже.** Дайте учащимся задачи на сложение и вычитание, которые решаются арифметическим способом составления выражения в одно действие.
 - На одной клумбе распустилось 3 розы, а на другой на 5 роз больше. Сколько роз распустилось на второй клумбе?

- На берегу озера было 7 лодок, а катеров на 5 меньше. Сколько катеров было на берегу озера?

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка** / Неформальное формирующее оценивание
 - Попросите учащихся в паре составить уравнение для решения задачи:
 - *Когда в сумку с овощами добавили капусту массой 3 кг, в сумке стало 12 кг овощей. Сколько килограммов овощей было в сумке сначала?*
 - Затем попросите учащихся показать:
 -  — если легко решили задачу;
 -  — если возникли затруднения с решением задачи;
 -  — если учащиеся не понимают задание и не знают, как его выполнить.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Подведите итоги, сказав учащимся, что одним из удобных способов решения текстовых задач в одно действие на сложение и вычитание является составление уравнений. При этом важно уметь определить, какую математическую модель составить: уравнение с неизвестным слагаемым, или неизвестным вычитаемым, или неизвестным уменьшаемым.
 - Следует помнить, что задача может решаться и другим способом. Решения разными способами отличаются по длине и сложности, но ответ при правильном решении различными способами получается один и тот же.
 - Важно при этом, чтобы каждый учащийся верно и убедительно умел объяснить свое решение.
- ◆ **Домашнее задание**
 - Дайте домашнее задание из учебника.
 - Задания могут быть на решение задач в одно действие с помощью составления уравнений с неизвестным слагаемым, или уменьшаемым, или вычитаемым.
 - Некоторым учащимся можно предложить задачи на составление уравнений более сложной структуры, где при решении следует выполнить 2-3 арифметических действий на сложение и вычитание.
 - Учащимся, которые затрудняются, нужно дать задание решить арифметическим способом задачи в одно действие.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать цели урока.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ. УРАВНЕНИЕ

Название / Тема: Решение текстовой задачи на умножение и деление

Целевые классы: 3-4

Цель деятельности: Учащиеся будут решать задачи на умножение и деление с помощью составления уравнения.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: Решение текстовых задач с помощью составления уравнений на основе математических понятий и свойств формирует первоначальные навыки моделирования ситуации, близкой к реальной действительности. Использование математической модели способствует совершенствованию умений учащихся пользоваться математической терминологией, информацией в виде знаков и символов; развитию навыков решения уравнений; готовит к систематическому изучению курса алгебры.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут решать задачи с помощью составления уравнения. Повторите с ними предыдущие знания по теме.




Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в паре или в малой группе и дайте задание.
 - *54 игрушки разложили в несколько коробок. Сколько коробок понадобилось, если в одной коробке 6 игрушек?*
- Скажите учащимся написать уравнение, которое выражает суть задачи.
- ♦ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Как вы узнали, что ответ 9?*
 - *Можете объяснить, как вы решили задачу?*
 - *Кто может поделиться другим способом решения задачи?*
- ♦ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда это задание было предложено кому-то из учащихся другой школы, был получен следующий ответ: нужно 54 умножить на 6, $54 \cdot 6$.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему так было сказано?*
 - *Как вы объясните, что этот ответ является неправильным?*
- ♦ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.
 - Скажите: *чтобы решить эту задачу нужно составить математическую модель задачи.*

- *Задача состоит в следующем: 54 игрушки следует разложить в несколько коробок так, чтобы в каждой было по 6. Сколько коробок для этого потребуется?*
- *Количество коробок неизвестно, обозначим неизвестное буквой x .*
- *Теперь 54 игрушки разложим в x коробок, запишем $54 : x$.*
- *Это действие выражает количество игрушек в одной коробке.*
- *Также, знаем, что в одной коробке 6 игрушек, записываем равенство $54 : x = 6$. Это и есть математическая модель задачи, и она называется уравнением.*
- $6 \cdot 9 = 54$ или $54 : 9 = 6$.
- *Пишем ответ: 9 коробок.*
- Давайте потренируемся с другой задачей: 32 яблока разложили в несколько тарелок. Сколько тарелок понадобилось, если в одну тарелку вмещается 8 яблок?
 - *Задача состоит в следующем: у нас есть 32 яблока, разложим их по тарелкам, в каждой тарелке по 8 яблок. Сколько тарелок нам потребуется?*
 - *Количество тарелок неизвестно, обозначим неизвестное буквой x .*
 - *32 яблока разложим в x тарелок, запишем действие деления: $32 : x$. Это выражение означает количество яблок в одной тарелке.*
 - *По условию задачи в одну тарелку вмещается 8 яблок, составим равенство: $32 : x = 8$.*
 - *Мы получили уравнение, где неизвестным является делитель.*
 - *Для решения уравнения используем следующее правило: чтобы найти неизвестный делитель, нужно делимое разделить на частное:
 $x = 32 : 8$*
 - *Мы нашли решение (корень) уравнения: $x = 4$.*
 - *Сделаем проверку. Для этого, подставляем вместо x найденное число: $32 : 4 = 8$.*
 - *Нашли значение выражения слева от знака равенства $8 = 8$*
 - *Получили верное числовое равенство. Значит, уравнение решено правильно.*
 - *Запишем ответ задачи: 8 тарелок.*
- Важно помнить, что одним из способов решения задачи является составление подходящей модели в виде уравнения и его решение. Затем соотносим корень уравнения с условием и требованием задачи и записываем ответ задачи.
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся выполнить похожие задания из учебника. Задания могут быть на решение задач с помощью уравнений с неизвестным множителем, или делимым, или делителем.
 - **Уровень выше.** Дайте учащимся задачи на составление уравнений более сложной структуры.
 1. В одну коробку упаковали синие майки, а в другую — белые. Синих маек на 45 больше, чем белых. А всего в двух коробках лежит 650 маек. Сколько маек каждого цвета упаковали в коробки?
 2. Для школы купили одинаковое количество волейбольных и футбольных мячей. За волейбольные мячи заплатили 620 сомов, а за футбольные — 920 сомов. Сколько стоит волейбольный мяч, если один футбольный мяч стоит 230 сомов?

- **Уровень соответствует.** Предложите учащимся задачи, соответствующего уровня.
 1. Привезли 6 коробок краски по 4 банки в каждой. Когда краски распределили по нескольким классам для ремонта, то каждому досталось по 3 банки. Сколько классов отремонтируют?
 2. Несколько книг разложили на 5 полок. В каждой полке стало по 4 книги. Сколько всего было книг?
- **Уровень ниже.** Дайте учащимся задачи на умножение и деление, которые решаются арифметическим способом в одно действие.
 1. Из 30 учащихся сформировали 3 равные группы. Сколько учащихся оказалось в каждой группе?
 2. 15 яблок разделили между детьми, каждому досталось 5 яблок. Сколько детей получили яблоки?
- Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы:
 - *Что неизвестно в задаче?*
 - *Объясните, как вы решили задачу?*

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание**
 - Предложите учащимся в паре составить уравнение для решения задачи. Заранее напишите задачу на доске и прочитайте ее учащимся. Например: «Азамат решил сделать подарок друзьям к празднику «День знаний». Он раздал 27 штук цветных карандашей нескольким друзьям. Каждому досталось по 3 карандаша. Сколько друзей Азамат подарил карандаши?»
 - Затем попросите учащихся показать:
 -  — если легко решили задачу;
 -  — если возникли затруднения с решением задачи;
 -  — если учащиеся не понимают задание и не знают, как его выполнить.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Подведите итоги, сказав учащимся, что одним из удобных способов решения текстовых задач в одно действие на умножение и деление является составление математической модели задачи в виде уравнения. При этом важно уметь определить, какой вид уравнения нужно составить: уравнение с неизвестным множителем, делимым или делителем.
 - Следует помнить, что задача может решаться и другим способом. Решения разными способами отличаются по длине и сложности, но ответ при правильном решении любым способом получается один и тот же.
 - Очень важно при этом, чтобы каждый учащийся верно и убедительно мог объяснить свое решение.
- ◆ **Домашнее задание**
 - Дайте домашнее задание из учебника.
 - Задания могут быть на решение задач в одно действие с помощью составления уравнений с неизвестным множителем, или делимым, или делителем.

- Учащимся, которые затрудняются, дайте задание решить задачи арифметическим способом в одно действие на умножение или деление.
- Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать целям урока.





ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ТАБЛИЦЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ

Многие исследования, например TERC, доказывают, что понимание функциональной зависимости является основой алгебраического мышления. «Наш подход к раннему изучению алгебры был основан на мнении, что в основе алгебраических рассуждений лежит обобщение, зависимость результата арифметического действия от изменения компонентов. Следовательно, его можно рассматривать как функцию, а изучение элементов алгебры может способствовать математическому рассуждению даже среди младших школьников... Мы рассматриваем введение алгебры в начальной школе как переход от конкретных чисел и меры величин к отношениям между множествами чисел и меры величин, особенно функциональным отношениям» (Carragher, 2006).

Во многих ранних исследованиях большое внимание уделено воспитанию функционального мышления. В частности, в работах М. А. Бантовой и др. эта проблема рассматривается с позиции начальной школы. В работе рассматривается поиск новых путей формирования идеи функциональной зависимости. Основным методом для проведения такой работы, автор считает "табличный метод", т. е. специально организованную работу по таблицам, которая позволяет наблюдать изменение величин. Числовой материал таблиц является базой для выявления необходимых связей и зависимостей между величинами. И учебная работа, по мнению автора, имеет перспективное значение, поскольку происходит раннее приобщение младших школьников к идее о функциональной зависимости.

В работах И. Бекбоева, М. И. Моро, Л. Г. Петерсона, В. А. Гуськова, и др. рассмотрен ряд вопросов по проблемам функциональной пропедевтики (*от др.-греч. προπαιδείω — предварительно обучаю*), в частности — вопросы формирования функционального мышления у младших школьников при обучении их арифметическим действиям, которые включают:

- изменение результатов арифметических действий в зависимости от изменения каких-либо его компонентов;
- изменение значения величин (площади, периметра);
- моделирование как средство изучения функциональной зависимости;
- вычислительные упражнения с графическим контролем;
- работу с таблицами, диаграммами и простейшими формулами.

Более того, в предметном стандарте по математике для начальных классов сказано: «В курс начальной математики входят элементы геометрии и алгебраической пропедевтики, которые, по возможности, включаются в систему арифметических знаний, способствуя более высокому уровню усвоения понятий о числе, арифметических действиях и математических отношениях. Математические понятия, свойства, закономерности раскрываются в предмете в их взаимосвязи. Это не только связь между арифметическим, алгебраическим и геометрическим материалом, но и так называемые внутренние связи между различными понятиями курса, свойствами, закономерностями. Так, при изучении арифметических действий раскрываются их свойства, связи и зависимости между их компонентами и результатами. Это дает возможность глубже раскрыть понятие арифметических действий, обогатить детей функциональными представлениями. Такое построение обеспечивает более глубокое усвоение курса, так как учащиеся будут овладевать не только отдельными вопросами курса, но одновременно и связями между ними» (Предметный стандарт по математике в начальных классах. Утвержден приказом МОН КР №866/1 от 17.07.2019). Мы видим, что предметный стандарт по математике предусматривает, кроме арифметических и геометрических

материалов, широкое использование элементов алгебры и учебных материалов, имеющих функциональный характер, и их изучение в глубокой взаимосвязи.

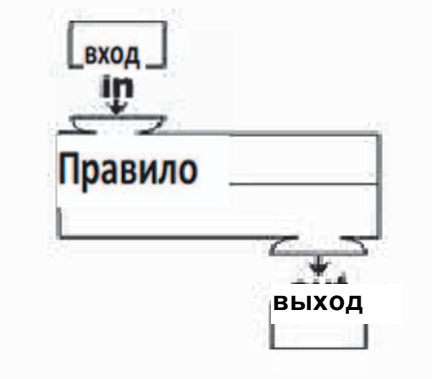
Таким образом, формирование функционального мышления у учащихся следует начинать с младших классов, а с другой стороны – изучение вопросов с функциональным содержанием вызывает определенную трудность у учащихся начальных классов. В этом разделе модуля рассматриваются методические пути пропедевтики понятия функциональной зависимости, предлагаются учебные материалы функционального содержания. Учащиеся развивают свое функциональное мышление по мере изучения табличного способа задания функциональной зависимости и определения правил их заполнения. *Таблица* здесь рассматривается как математическая модель для развития функционального мышления учащихся начальных классов.

Функция — это выражение с переменной, она обладает следующим свойством: для каждого значения переменной, называемого входным значением, существует только единственный уникальный результат, называемый выходным значением. Поскольку функция обладает этим свойством входа-выхода, она может быть представлена как машина или коробка. Учащиеся могут соотнести идею функциональной машины или функциональной коробки с опытом использования банкомата, в котором банковская карта является входом, а деньги — выходом. Ещё один пример — работа торгового автомата, в котором монеты являются входом, а закуски — выходом. Учащиеся могут увидеть, что функциональная коробка работает почти так же, как банкомат или торговый автомат.

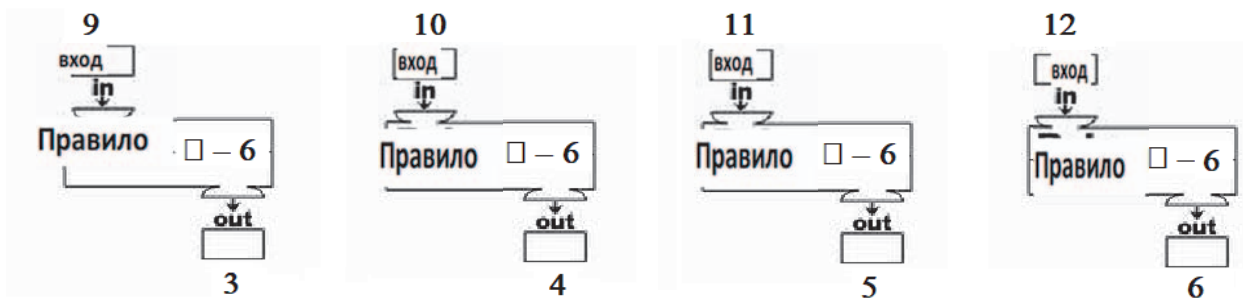
В функциональной коробке выражение с переменной представляет собой правило (закономерность), которое применяется к входным значениям для получения выходных значений. Учащиеся могут представить себе, что функциональная коробка работает следующим образом:

- ◆ число (входное значение) опускается в коробку;
- ◆ коробка изменяет число в соответствии с правилом (записанным в виде выражения);
- ◆ новое число (выходное значение) выходит с другого конца.

Далее приведено визуальное представление функциональной коробки.



Еще один пример функциональной коробки (см. далее) показывает, что происходит с входными значениями в функции. Выполняется правило, которое задается выражением $\square - 6$. Входные значения: 9, 10, 11 и 12. Выходные значения: 3, 4, 5 и 6.



Учащиеся могут перейти от идеи функциональной коробки к идее таблицы функциональной зависимости или далее таблицы (иногда называемой таблицей входного и выходного значений) как удобному способу показа входных и выходных значений функциональной коробки. В приведенной ниже таблице показаны входные и выходные значения для функции, представленной в виде выражения $\square - 6$. Числа в первом столбце — это входные значения, а числа во втором столбце означают выходные значения.

$\square - 6$	
ВХОД	ВЫХОД
9	3
10	4
11	5
12	6

Знакомство с таблицей с последующим ее заполнением — это полезный способ для учащихся, который способствует пониманию числовой закономерности. Учащиеся начальных классов могут выявить закономерность, сначала увидев изменения в результатах арифметического действия сложения при постоянном изменении одного из компонентов. Например, таблица, приведенная далее, может быть описана с помощью правила: «к числу прибавить 5», или $\square + 5$. Обратите внимание, что таблицы функционально зависимости могут быть показаны либо в виде вертикальных таблиц с входными и выходными значениями в столбцах, либо в виде горизонтальных таблиц с входными и выходными значениями в строках.

$\square + 5$	
ВХОД	ВЫХОД
2	7
4	9
6	11
8	13
10	15

$\square + 5$	ВХОД	2	4	6	8	10
	ВЫХОД	7	9	11	13	15

В старших начальных классах учащиеся могут продолжить использование, определение и составление закономерностей, содержащих арифметические действия умножения или деления. Например, работа с таблицами содержащие правила $\square \cdot 7$ или $\square : 2$.

Этот прогресс был формализован и усилен в исследованиях с участием учащихся начальных классов. «Функциональное мышление является подходящим способом введения алгебраических понятий в начальной школе. Мы ... разработали прогрессию знаний функционального мышления» (McEldoon, 2010). Авторы исследования предложили следующую последовательность этапов с четырьмя уровнями функционального мышления.

- ◆ **Уровень 1.** Применить правило, т.е. использовать данное правило для определения выходного значения.
- ◆ **Уровень 2.** Распознать правило, т.е. определить следующее выходное значение в функциональной последовательности.
- ◆ **Уровень 3.** Составить и использовать словесное правило, т.е. составить явное словесное правило; заполнить таблицу недостающими значениями.
- ◆ **Уровень 4.** Составить правило, используя символы, т.е. разработать конкретное правило, записанное символами.

Для учащихся использование таблиц может служить полезной стратегией решения задач. Таблица позволяет учащимся увидеть закономерности и отношения и может помочь решить текстовую задачу. Рассмотрим текстовую задачу.

В лесу белка бежит со скоростью 5 метров в секунду, а мышь — со скоростью 3 метра в секунду. Предположим, что белка и мышь побежали наперегонки. Мышь стартовала на 10 метров впереди белки. Сколько секунд потребуется белке, чтобы догнать мышь?

В задаче мышь бежит медленнее, чем белка, но зато у мыши есть в запасе 10 метров. Создание двух таблиц и их сравнение — это эффективный способ решения данной текстовой задачи. Чтобы заполнить таблицу пробега мыши, учащиеся могут использовать следующие рассуждения: мышь стартует на 10 метров впереди белки, поэтому в момент времени 0 секунд мышь находится на расстоянии 10 метров от белки. После старта за каждую секунду мышь пробегает 3 метра. Таким образом, через 1 секунду мышь прибавляет 3 метра к своей дистанции: $10 + 3 = 13$ метров. В момент времени, равный 2 секундам, мышь находится на расстоянии $10 + 3 + 3 = 16$ метров от точки старта белки и так далее.

Время (секунды)	0	1	2	3	4	5	6
Расстояние, которое пробежала мышь (метры)	10	13	16	19	22	25	28

Используя тот же ход рассуждений, учащиеся могут заполнить таблицу пробега белки. В момент времени 0 секунд белка находится в точке старта, т.е. дистанция пробега равна еще 0 метров. За каждую следующую секунду белка прибавляет к своей дистанции 5 метров. Итак, в момент времени 1 секунда белка находится на расстоянии 5 метров от точки старта, а в момент времени 2 секунды белка пробегает $5 + 5 = 10$ метров и так далее.

Время (секунды)	0	1	2	3	4	5	6
Расстояние, которое пробежала белка (метров)	0	5	10	15	20	25	30

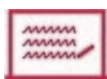
Сравнивая значения в двух таблицах, учащиеся увидят, что и мышь, и белка на 5 секунде оказались в одной точке (в одном месте) на расстоянии 25 метров от точки старта белки. Итак, ответом решения текстовой задачи является: белке потребуется 5 секунд, чтобы догнать мышь.

Учащиеся могут определить закономерность для нахождения расстояния, которое пробежала белка, посмотрев на правила вычисления, выполненные для заполнения таблицы. Они установят, что по мере того, как число секунд увеличивается на 1, расстояние, которое пробегает белка, увеличивается на 5 метров. Итак, таблица пробега белки выглядит аналогично таблице умножения на 5: $5 \cdot 1 = 5$, $5 \cdot 2 = 10$, $5 \cdot 3 = 15$ и так далее. Из этого наблюдения учащиеся сделают вывод, что правило для нахождения расстояния, которое пробежала белка, можно представить выражением $5 \cdot \square$.

Однако учащимся может быть трудно определить правило для нахождения расстояния в таблице, где представлены скорость и время пробега мыши. Это может произойти потому, что в таблице приведены суммы значений длины расстояний, которые мышь пробегает каждую секунду и имеющиеся в запасе значения длины дистанции (10 метров). Возможно, будет полезно переписать эти суммы в таблице так, как показано ниже, выделив постоянное число 10 и значения длины расстояний, которые пробегает мышь:

Время (секунды)	0	1	2	3	4	5	6
Расстояние, которое пробежала мышь (метры)	10	10 + 3	10 + 6	10 + 9	10 + 12	10 + 15	10 + 18

При записи суммы таким образом учащиеся смогут распознать число, каждый раз прибавляемое к 10, как значения умножения на 3: $3 \cdot 1 = 3$, $3 \cdot 2 = 6$, $3 \cdot 3 = 9$ и так далее. Таким образом, можно сформулировать и записать правило для определения расстояния, которое пробежала мышь, как $10 + 3 \cdot \square$.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 и 4 ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ ВЫРАЖЕНИЯ

Во фрагментах примерных уроков 3 и 4 показано, как можно у учащихся развивать функциональное мышление, исследуя и создавая таблицы, чтобы представлять заданные правила и записывать их. Во фрагменте примерного урока 3 учащимся предлагается изучить, как работает функциональная коробка, и использовать это понимание для создания таблиц и их заполнения недостающими значениями заданных выражений. Во фрагменте примерного урока 4 показано, как развивать функциональное мышление учащихся в соответствии с уровнем 4. Учащимся предлагается создать таблицы для представления модели текстовых задач. Затем учащиеся учатся использовать значения, данные в таблице, для записи правила символами (буквенные выражения или выражения с переменными), которое объясняет, как изменяется величина в зависимости от другой.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3: ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ ВЫРАЖЕНИЯ

Название / Тема: Выражение и его значение

Целевые классы: 1–2

Цель деятельности: Учащиеся будут составлять таблицу значений выражений.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: Определение некоторого правила, допускающего изменение ответа при изменении количественных данных в задаче, является функциональной пропедевтикой учащихся начальных классов. Эта деятельность также способствует развитию навыков математического моделирования. Составление таблицы и заполнение его значениями выражения способствует пониманию младшими школьниками идеи изменчивости величин согласно определенному правилу.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они научатся составлять таблицу значений выражения. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Заранее подготовьте модель картонной коробки и карточки с числами. Начертите таблицу на доске. Положите карточку с числом 1 в коробку и достаньте из коробки карточку с числом 4. Занесите их в таблицу. Затем проделайте эти действия с числами 3 и 5, последовательно вынимая 6, 8. Положите в коробку карточку с числом 7 и спросите учащихся: какое число должно выйти из коробки?
 - Попросите учащихся поработать в паре или в малой группе. Покажите коробку и скажите:
В коробку подается число. Коробка обрабатывает это число, затем отправляет на выход.
 - Дайте задание:
В коробку последовательно ввели числа, а на выходе из коробки числа были разные: вначале ввели число 1 — вышло число 4; затем ввели число 3 — вышло 6; потом ввели число 5 — вышло число 8. Сейчас ввели число 7. Какое число должно выйти из коробки?



- ◆ **Обсуждение:** попросите нескольких детей поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.

- **Наводящие вопросы:**

- *Какой ответ вы получили?*
- *Можете объяснить, как вы решили эту задачу?*
- *Что происходит с числами в коробке?*

- **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда эта задача была предложена кому-то из учащихся другой школы, был получен такой ответ: в коробку ввели число 7, и вышло число 7.

- Спросите учащихся:

- *Вы согласны или не согласны? Почему?*
- *Как вы думаете, почему так было сказано?*
- *Как вы объясните, что этот ответ является неправильным?*

- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как были решены примеры. Прodelайте вместе с учащимися действия, которые описаны в задании, используя картонную коробку.

- Скажите:

- *Нарисуем вместо коробки таблицу из 2-х строк. Запишем эти числа в первой строке таблицы. Так как это не одинаковые числа, а разные, условно обозначу их окошком (пустым квадратиком): □.*

□	1	3	5	7	9	11	13

- Спросите:

- *Как вы думаете, что произошло в коробке? Что случилось с каждым числом в коробке? (к каждому числу прибавилось 3)*
- *Запишем это в виде выражения □ + 3.*
- *Заполним вторую строку таблицы.*

□	1	3	5	7	9	11	13
□ + 3	4	6	8	10			

- *Какое число получим, если в коробку положим 9, 11, 13? (12, 14, 16)*

□	1	3	5	7	9	11	13
□ + 3	4	6	8	10	12	14	16

- *Эту таблицу назовем таблицей значений выражения.*
- *Важно знать, что □ + 3 — это выражение, определяющее правило, по которому можно найти измененные числа при выходе из коробки.*

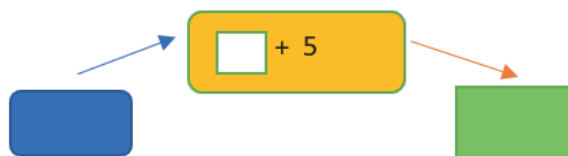
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся выполнить похожие задания из учебника. Задания могут быть на определение правила и его запись в виде выражения, а затем заполнение таблицы значений выражения или на нахождение введенных в коробку или измененных коробкой чисел.

- **Уровень выше.** Дайте учащимся более сложные задачи на определение правила и составление выражений. Например:

- *В полдень термометр показал температуру 25°C, а затем каждые два часа она опускалась на p °C. Заполните таблицу значений выражения, показывающую изменение температуры при $p = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$. Какую температуру показывал термометр в полночь?*

- **Уровень соответствует.** Предложите учащимся задачи на определение правила и составление выражений. Например:
 - В коробку последовательно ввели числа 10, 11, 12, 13, 14, 15. На выходе получили числа 3, 4, 5, 6, 7, 8. Назовите правило, по которому изменились числа и запишите его в виде выражения. Составьте таблицу и заполните его.
 - Предложите учащимся задачи на определение значений выражения и на определение значения \square в выражении, а затем — заполнение таблицы значений выражения. Например:

— *Вычислительная машина работает так:*



— *Какие числа получатся на выходе из машины, если в нее ввели числа: 7, 9, 3, 5, 1, 11?*

— *Какие числа ввели в машину, если на выходе получили числа: 25, 15, 17, 21, 19, 23?*

- **Уровень ниже.** Дайте учащимся задание на заполнение таблицы значений выражения.

\square	1	2	3	4	5	6	7
$\square + 4$							

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание**
 1. Заранее подготовьте на доске таблицу и попросите учащихся найти значения выражения и заполнить таблицу:

\square	6		12	15			24
$\square - 5$		4			13	16	

 - Попросите учащихся показать на пальцах числа, которые они записали в таблице.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Подведите итоги, сказав учащимся, что сегодня на уроке они устанавливали правила, допускающие изменение ответа при изменении заданных чисел, и составляли таблицу для записи этих чисел.
 - Таблица помогает найти значение выражения, обозначенное пустым окошком (квадратиком). Для нахождения значения выражения вместо пустого окошка подставляем заданное значение, вычисляем получившееся числовое выражение и записываем ответ в соответствующий столбец.
- ◆ **Домашнее задание.**
 - Дайте домашнее задание из учебника.
 - Задания могут быть на определение правила с последующей его записью в виде выражения, а затем заполнение таблицы значений выражения.

- Учащимся, которые затрудняются, дайте задачи на заполнение таблицы с заданным выражением.
- Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать цели урока.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 4: ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ ВЫРАЖЕНИЯ

Название / Тема: Составление буквенных выражений

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: Учащиеся будут составлять буквенные выражения для решения задачи.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: Моделирование решения задач в виде буквенного выражения (выражения с переменной), определение правила, допускающего изменение ответа при изменении количественных данных в задаче, является функциональной пропедевтикой учащихся начальных классов. Составление таблицы и нахождение значений выражения, составленной по условию задачи способствуют пониманию младшими школьниками идеи изменчивости величин в числовом множестве в соответствии с определенным правилом.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут составлять буквенные выражения для решения задачи. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в парах или в малых группах и дайте задание.

Для похода туристы закупили 96 банок консервов. В день они расходовали по 8 банок. Сколько банок консервов останется за k дней похода?

Через сколько дней у туристов закончатся консервы?

- ♦ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.

- **Наводящие вопросы:**

- *Какой ответ вы получили?*
- *Можете объяснить, как вы нашли то, что останется за k -дней похода?*
- *Кто может поделиться другим способом решения задачи?*

- **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда это задание было предложено кому-то из учащихся другой школы, был получен такой ответ: нужно из 96 вычесть 8, а затем из 88 вычесть k , $88 - k$.

- Спросите учащихся:

- *Вы согласны или не согласны? Почему?*
- *Как вы думаете, почему так было сказано?*
- *Как вы объясните, что этот ответ является неправильным?*

- ♦ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как были решены примеры.

- Скажите:

- В день туристы расходовали 8 банок с консервами. Запишем: $96 - 8 = 88$ (банок) останется к концу 1 дня похода;
- $96 - 8 \cdot 2 = 80$ (банок) — столько останется к концу 2 дня похода;
- $96 - 8 \cdot 3 = 72$ (банок) — столько останется к концу 3 дня похода.
- Мы можем найти, сколько останется банок с консервами и к концу следующих дней похода. Нужно выполнить аналогичные действия.
- По результатам вычисления, можно заполнить таблицу.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
96	88	80	72	64	56	48	40	32	24




- Нам надо узнать, сколько банок с консервами останется за k дней похода.
 - Какие изменения мы видим в числах первой и второй строки?
 - Мы видим, что по мере увеличения чисел в первой строке, числа во второй строке уменьшаются на 8, начиная с 96.
 - Чтобы определить правило, по которому мы можем узнать количество оставшихся консервов за любой день похода, нужно количество дней похода умножить на 8, поскольку в день расходуется 8 банок: $8 \cdot k$.
 - Затем также, как вычисляли раньше, вычитаем это выражение из первоначального количества банок, из 96.
 - Запишем: $96 - 8 \cdot k$. Итак, за k дней похода останется $96 - 8 \cdot k$ банок консервов. Запишу ответ: $96 - 8 \cdot k$ (банок консервов).
 - Полученное выражение позволит вычислить, сколько останется банок с консервами за любое количество дней похода.
- Продолжите:
- Составим таблицу и посчитаем, через сколько дней у туристов закончатся консервы. Для этого вместо k подставляем числа (дни), вычисляем значение числового выражения и записываем в соответствующий столбец.
 - Перебираем числа, пока значение выражения не будет равно 0.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$96 - 8 \cdot k$	88	80	72	64	56	48	40	32	24	16	8	0

- Итак, у туристов через 12 дней похода закончится запас консервов. Запишу ответ: 12 дней.
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся выполнить похожие задания из учебника. Задания могут быть на моделирование решения задачи в виде буквенного выражения, а затем заполнение таблицы значений выражения.
- **Уровень выше.** Задайте учащимся более сложные задачи на составление буквенного выражения и вычисление значения выражения. Например:
- Велосипедист ехал со скоростью 7 км / ч. Сколько километров проехал велосипедист за время a ? Составьте выражение для решения задачи и найдите его значение при $a = 1; 2; 4$.
 - Велосипедист ехал первый час со скоростью 6 км/ч, затем a часов — со скоростью 8 км / ч. Сколько километров проехал велосипедист за все время? Составьте выражение для решения задачи и найдите его значение при $a = 1; 2; 4$.
- **Уровень соответствует.** Дайте учащимся задачи на составление буквенного выражения и вычисления значения выражения. Например:

- Для математического кружка купили калькуляторы по 14 сомов. Сколько сомов было израсходовано на членов кружка? Запишите выражение, в котором a означает количество учащихся. Составьте таблицу и посчитайте расходы на 1, 2, 3, 4, 5, ... ,10 учащихся.
- В одной пачке находится 24 тетради. За одну неделю Айгуль расходует 3 тетради. Сколько тетрадей в пачке останется за k недель у Айгуль? Составьте таблицу и узнайте, за сколько недель Айгуль использует все тетради?
- **Уровень ниже.** Дайте учащимся задачи, где для решения следует составить числовые выражения и найти их значения. Например:
 - У Алины 90 сомов. Каждый день на обед в школьной столовой она тратит 15 сомов. Сколько денег останется у Алины через 2 дня?
- Пока ученики работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Что нужно найти в задаче?*
 - *Объясните, почему вы так решили задачу?*

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание**
 - Попросите учащихся составить модель следующей задачи в виде выражения.
У новорожденного братишки Бакыта рост 48 см. Каждый месяц он прибавляет в росте 3 см. Какой рост будет у малыша через 2 месяца, k месяцев?
 - Скажите учащимся показать:
 -  — *если легко решили задачу;*
 -  — *если возникли затруднения с решением задачи;*
 -  — *если учащиеся не понимают задание и не знают, как его выполнить.*
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное умение на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Подведите итоги, сказав учащимся, что они сегодня на уроке работали с буквенными выражениями для решения задачи.
 - Создание таблицы и нахождение значений выражения, составленной по условию задачи, позволило увидеть множество решений.
- ◆ **Домашнее задание.**
 - Дайте домашнее задание из учебника.
 - Задания могут быть на моделирование решения задачи в виде буквенного выражения, а затем заполнение таблицы значений выражения.
 - Учащимся, которые затрудняются, дайте задачи, где для решения следует составить числовые выражения и следует найти их значения.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать цели урока.



ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ



Когда расположение чисел, фигур или объектов в некоторой последовательности изменяется в соответствии с определенным правилом, то это расположение является *закономерностью*. Выявление закономерностей (или выявление правила расположения чисел, фигур др. в последовательности) является важным навыком в математике. «Цель раннего математического образования должна включать формирование у учащихся понимания с математической точки зрения закономерностей в последовательности чисел, фигур или др. Они должны не только воспринимать закономерность в рисунке на платье, но и описывать его в конкретных терминах и символах... Если дети понимают закономерности, они смогут их описать, воспроизвести, продолжить, заполнить недостающие элементы и создать новые закономерности» (Гинзберг, 2017). Понимание возрастающих (убывающих) закономерностей является важным компонентом в развитии алгебраического мышления учащихся, который прокладывает путь к более глубокому пониманию алгебры.


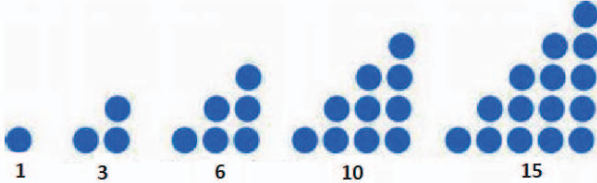
Закономерности условно разделим на два типа — повторяющиеся и возрастающие / убывающие (еще их мы называем повторяющиеся и возрастающие / убывающие последовательности). Повторяющиеся закономерности продолжают повторяться в соответствии с определенным правилом. Например, закономерность, показанная далее на рисунке, является повторяющейся закономерностью, в которой есть правило: треугольник, квадрат, пятиугольник. В ряду треугольник, квадрат, пятиугольник число сторон в каждой фигуре увеличивается. Этот порядок из фигур является повторяющейся закономерностью.



Далее в таблице приведены примеры повторяющихся закономерностей и их описание (правило).

Повторяющаяся закономерность	Правило								
	Последовательность сердечко — звездочка — сердечко повторяется								
	Последовательность фигур квадрат — треугольник — круг повторяется								
<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">1</td> <td style="padding: 2px 10px;">3</td> <td style="padding: 2px 10px;">5</td> <td style="padding: 2px 10px;">1</td> <td style="padding: 2px 10px;">3</td> <td style="padding: 2px 10px;">5</td> </tr> </table>	1	3	5	1	3	5	Последовательность чисел 1, 3, 5 повторяется		
1	3	5	1	3	5				
<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">100</td> <td style="padding: 2px 10px;">89</td> <td style="padding: 2px 10px;">78</td> <td style="padding: 2px 10px;">67</td> <td style="padding: 2px 10px;">100</td> <td style="padding: 2px 10px;">89</td> <td style="padding: 2px 10px;">78</td> <td style="padding: 2px 10px;">67</td> </tr> </table>	100	89	78	67	100	89	78	67	Последовательность чисел 100, 89, 78, 67 повторяется
100	89	78	67	100	89	78	67		

Возрастающие / убывающие закономерности состоят из серий взаимосвязанных чисел или фигур, в которых каждое новое число или фигура связаны с предыдущим по определенному правилу или свойству, которые можно обнаружить. Чтобы понять возрастающую / убывающую закономерность, учащиеся должны определить, по какому правилу связаны числа или фигуры в закономерности. Далее в таблице показаны различные типы возрастающих закономерностей. Обратите внимание, что в таблице в некоторых закономерностях (последовательностях) числа уменьшаются, а не увеличиваются.

Возрастающая / убывающая закономерность	Правило														
	Количество квадратов увеличивается на 2 от одной фигуры к другому														
	Количество квадратов увеличивается на 3, затем на 4, затем на 5 от одной фигуры к другому														
	Число кружочков в следующей фигуре получается при прибавлении целых чисел кружочков 2, 3, 4, 5 и т. д. к числу кружочков в предыдущей фигуре														
<table border="1" data-bbox="167 703 646 748"> <tr> <td>1</td> <td>5</td> <td>9</td> <td>13</td> <td>17</td> </tr> </table>	1	5	9	13	17	Числа увеличиваются на 4 от предыдущего числа к следующему									
1	5	9	13	17											
<table border="1" data-bbox="167 782 646 827"> <tr> <td>40</td> <td>32</td> <td>24</td> <td>16</td> <td>8</td> </tr> </table>	40	32	24	16	8	Числа уменьшаются на 8 от предыдущего числа к следующему									
40	32	24	16	8											
<table border="1" data-bbox="167 884 742 929"> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>11</td> <td>16</td> </tr> </table>	1	2	4	7	11	16	Следующее число получается при последовательном прибавлении целых чисел 1, 2, 3, 4, 5, и т. д. к предыдущему числу								
1	2	4	7	11	16										
<table border="1" data-bbox="359 997 646 1304"> <thead> <tr> <th colspan="2">□ x 5</th> </tr> <tr> <th>ВХОД</th> <th>ВЫХОД</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>25</td> </tr> </tbody> </table>	□ x 5		ВХОД	ВЫХОД	1	5	2	10	3	15	4	20	5	25	В таблице числа увеличиваются на 5 от предыдущего числа к следующему
□ x 5															
ВХОД	ВЫХОД														
1	5														
2	10														
3	15														
4	20														
5	25														

Возрастающая закономерность не обязательно должна быть закономерностью, в которой значение изменения (прироста) является постоянным. Возрастающие закономерности также могут иметь и возрастающие изменения. Другими словами, значения параметров, влияющие на изменение, являются возрастающим. Приведенная далее закономерность, в которой число звездочек каждый раз удваивается, является возрастающей закономерностью. В свою очередь, увеличиваются и параметры изменения: число звездочек увеличивается сначала на 1, затем на 2, а затем на 4.



Одна из распространенных ошибок, которую учащиеся часто совершают при поиске правила установления закономерности, заключается в проверке только первых звеньев для выявления связи. Например, закономерность в приведенной ниже таблице сначала выглядит как «умножение на 2» при переходе от первого

звена ко второму. Но это правило не применимо при рассмотрении второго и третьего звеньев. Напомните учащимся: чтобы установить закономерность, надо понять, как связаны между собой числа или фигуры, а затем следует проверить выявленное правило для всех перечисленных звеньев.

Звено	1	2	3	4	5
Число	6	12	18	24	30

В проведенных исследованиях были обобщены ключевые положения, которые необходимы для развития у учащихся функционального мышления:

- ◆ Учащиеся описывают и продолжают ряд возрастающей / убывающей закономерности, определяя последовательное изменение между звеньями.
- ◆ Учащиеся понимают, что отношение между звеньями закономерности может быть описано с помощью определенного правила.
- ◆ Учащиеся могут описать конкретное правило для возрастающей / убывающей закономерности словами или с помощью выражений, содержащих символ или букву, чтобы показать, как изменяется каждое последующее звено.
- ◆ Учащиеся понимают значение переменной в возрастающей закономерности.
- ◆ Учащиеся могут связать две изменяющиеся величины в возрастающей / убывающей закономерности, используя выражение, равенство, таблицу или схему.

«Сначала учащимся, может быть, довольно сложно найти правило для возрастающих / убывающих закономерностей. Однако исследовательский проект обнаружил, что последовательность уроков, где обучение начиналось с простых закономерностей и переходило к более сложным, способствовала постепенному развитию функционального мышления учащихся» (Wilkie, 2014).



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6: ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ

В следующих фрагментах примерных уроков учебная деятельность направлена на развитие функционального мышления учащихся. Учащиеся выполняют задание на продолжение закономерности, выявление правил, по которым выстроены последовательности, включая возрастающие / убывающие закономерности. Во фрагменте примерного урока 5 учащиеся изучают числовые последовательности, чтобы определить закономерность. Во фрагменте примерного урока 6 учащиеся работают с последовательностями из фигур, чтобы определить правило, связывающее звенья в этих закономерностях.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ

Название / Тема: Числовые последовательности

Целевые классы: 1–2

Цель деятельности: Учащиеся будут определять правила построения числовых последовательностей.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: Закономерность — это повторяющиеся устойчивые взаимосвязи в числах, свойствах, явлениях объектов. На уроке математики, при рассмотрении закономерностей следует определить некоторое правило, согласно которому в последовательности чисел или фигур следует производить шаги по их повторению, или изменений, или замещению. Эти учебные деятельности способствуют глубокому пониманию связи между числами, развитию навыков моделирования и является основой изучения понятия функции.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут находить пропущенные числа в числовой последовательности, продолжат её согласно определенному правилу. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в паре или в малой группе и дайте задание.

— *Найдите правила, по которым записаны числа в двух строках.
Продолжите ряды чисел.*

16	25	34						
6	14	22						

- **Совет учителю.** Заранее подготовьте таблицы с числовыми последовательностями. Моделируйте выполнение задания, так чтобы учащиеся вместе с вами заполняли таблицы.
- ♦ **Обсуждение.** Попросите нескольких детей поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - **Наводящие вопросы:**
 - *Какие числа вы получили в первой строке?*
 - *Как вы получили, следующие числа в первой и во второй строках 34 и 22?*
 - *Можете объяснить, как вы продолжили ряд чисел?*
 - *Кто может поделиться другим способом решения?*
 - **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда эта задача была предложено кому-то из учащихся другой школы, таблица была заполнена так:

16	25	34	35	36	37	38	39	40
----	----	----	----	----	----	----	----	----

6	14	22	23	24	25	26	27	28
---	----	----	----	----	----	----	----	----

- Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему он / она так решил / решила?*
 - *Как вы объясните, что этот ответ является неправильным?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как были решены примеры.

- Скажите:
 - *чтобы понять и установить правило в числовой последовательности в первой строке, сделаем следующие действия.*
 - *Найдем разность между двумя рядом стоящими числами 16 и 25. Разность этих чисел равна 9.*
 - *После 25 следует число 34, разность равна 9.*
 - *Придем к выводу: следующее число получим, прибавляя к предыдущему число 9.*
 - *Итак, правило (закономерность) состоит в прибавлении к предыдущему числу число 9.*
 - *Используем это правило для определения следующего числа в числовой последовательности. $34 + 9 = 43$; $43 + 9 = 52$. Аналогично продолжим ряд:*

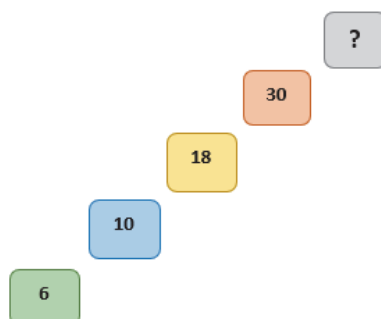
16	25	34	43	52	61	70	79	88
----	----	----	----	----	----	----	----	----

- *Для определения правила в числовой последовательности во второй строке поступим также: найдем разность первых двух чисел 6 и 14, а затем 22 и 14.*
- *Правило, которое действует в числовой последовательности во второй строке, заключается в следующем: к предыдущему нужно прибавить 8. Или, заметим, что следующее число меньше предыдущего. Из последующего вычитаем предыдущее число, получаем 8.*
- *Используем это правило для проверки следующего числа, а затем установим это правило для продолжения числовой последовательности.*
- *Итак, продолжаем ряд:*

6	14	22	30	38	46	54	62	80
---	----	----	----	----	----	----	----	----

- *Можно заметить, что разница в числах в первом столбце этих двух строк равна 10, а во втором — 11. Это разница в следующих столбцах будет 12, 13, ... (вы можете спросить учащихся, почему?).*
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся выполнить похожие задания из учебника. Дайте задание на определение правила в числовой последовательности и продолжение числового ряда или записать пропущенные числа в таблице чисел.

- **Уровень выше.** Дайте учащимся более сложное задание на последовательности из чисел или фигур. Например:
 - Определите правило в последовательности чисел и продолжите ее. Составьте другую числовую последовательность по найденному правилу.



- **Уровень соответствует.** Дайте учащимся задание:
 - на определение правила и продолжение последовательности чисел: 2, 3, 5, 8, ... ;
 - на определение правила, по которому составлена таблица, и запись пропущенных чисел.

39	33	27						
----	----	----	--	--	--	--	--	--

- **Уровень ниже.** Предложите учащимся упражнения на определение правила по которому составлены числовые последовательности, продолжение и заполнение пропущенных чисел. Например:
 - Назовите пропущенные числа и продолжите ряд до 60:
3, 6, 9, 12, 18..., 21, 24, ..., 30, ...

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание**
 - Заранее запишите этот или подобную числовую последовательность на доске. Попросите учащихся определить правило, по которому составлена числовая последовательность, найти и показать на пальцах лишнее число в этом ряду: 7, 14, 19, 21, 25, 28, 35.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Подведите итоги, сказав учащимся, что они сегодня на уроке выполняли упражнения с числовыми последовательностями.
 - Важно уметь выявить правило, установленное в числовой последовательности, и по этому правилу продолжить ее или найти пропущенные числа.
- ◆ **Домашнее задание**
 - Дайте домашнее задание из учебника.
 - Задания могут быть на определение правила в числовой последовательности и по этому правилу продолжить ее, или восстановить пропущенные числа.

- Учащимся, которые затрудняются, дайте упражнения на определение правила в числовых последовательностях, которые начинаются с однозначных чисел, и разница между числами выражается меньшими числами, затем на продолжение числового ряда и заполнение пропущенных чисел.
- Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать целям урока.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ

Название / Тема: Закономерности с фигурами

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: Учащиеся будут выделять закономерности в последовательности чисел и фигур.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: Решение задач на выделение и установление математических закономерностей активизируют такие мыслительные операции, как анализ и синтез, сравнение, обобщение, классификация, аналогия. Активизирование и оптимизация этих операций — одно из важных условий развития творческого мышления учащихся и подготовка к систематическому изучению курса математики в основной школе.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут решать задачи, в которых нужно выделить закономерности в последовательности чисел и фигур и дорисовать следующую фигуру в этом ряду.
 - Нужно напомнить, что закономерность — это последовательность, построенная по определённому правилу. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в паре или в малой группе и дайте задание:
— *Нарисуйте следующую фигуру в заданной последовательности на рисунке.*



- **Совет учителю.** Рисунок можно заранее подготовить на доске или на плакате.
- ♦ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - **Наводящие вопросы:**
 - *Какую фигуры вы получили?*
 - *Можете объяснить, как вы выполнили это задание и получили ответ: фигура в форме квадрата, сторона которого содержит 5 кружочек?*
 - *Кто может поделиться другим способом решения?*

- **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда это задание было предложено кому-то из учащихся другой школы, был получен такой ответ: следующей фигурой в последовательности будет квадрат, сторона которого содержит 3 кружочка.



- Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему был получен такой ответ?*
 - *Кто из вас считает, что этот ответ является правильным? Объясните, почему вы так думаете.*
 - *Как вы объясните, что этот ответ является неправильным?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как были решены примеры.

- Скажите:
 - *Чтобы решить эту задачу, внимательно смотрим на ряд фигур.*
 - *Устанавливаем, что первая фигура – кружочек. Следующие фигуры составлены из кружочков определенным образом. Каждая следующая фигура больше, чем предыдущая.*
 - *На чем основана закономерность, по какому правилу нарисованы фигуры?*
 - *Первая фигура состоит из одного кружочка. Во второй фигуре кружочки расположены по 2 в равных по количеству строках и столбцах; в третьей по 3 и в следующей по 4 кружочка.*
 - *Строки и столбцы каждой следующей фигуры в форме квадрата содержат на один кружочек больше, чем в предыдущей. Числа, которые выражают общее количество кружочков строк и столбцов каждой фигуры идет «на увеличение».*
 - *Проверяем наше предположение еще раз, чтобы увидеть, что правило соблюдается.*
 - *В следующей фигуре будут расположены по 5 кружочков в каждой строке или столбце. При этом количество строк и столбцов будут равны тоже 5. Рисуем фигуру.*
 - *Мы видим, что правило соблюдается, строки или столбцы фигуры содержат на 1 кружочек больше, чем предыдущая фигура и искомая фигура в форме квадрата больше по размеру.*



- *Задачу можно решить другим способом.*

- *Посчитаем общее количество кружочков в первой, второй, третьей и четвертой фигуре. Для этого считаем кружочки в строках и столбцах, затем умножаем их. $1 \cdot 1$, $2 \cdot 2$, $3 \cdot 3$, $4 \cdot 4$. Теперь, следующим будет произведение $5 \cdot 5$.*
- *Запишем: 1, 4, 9, 16, 25. Этот ряд чисел является числовой последовательностью (закономерностью). В ней соблюдается правило: каждое число натурального ряда умножается на самого себя.*
- *Убедившись, что правило соблюдается, мы можем точно сказать, что следующей фигурой будет фигура в форме квадрата, в котором 25 кружочков, или фигура в форме квадрата, сторона которого содержит 5 кружочков.*

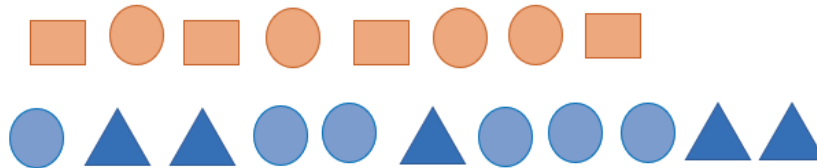
♦ **Практика.** Попросите учащихся выполнить похожие задания из учебника (или задания, подготовленные учителем на доске или карточках).

○ **Уровень выше.** Дайте учащимся более сложные задачи на определение закономерностей в последовательности фигур. Например:

1. Определите правило, по которому построены фигуры и постройте следующую фигуру.



2. Найдите ошибку в последовательности из фигур и постройте следующую фигуру.

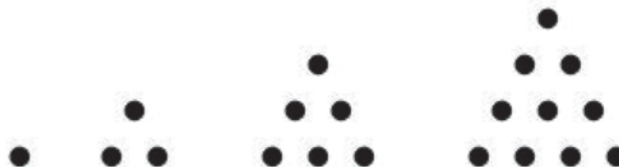


○ **Уровень соответствует.** Дайте ученикам задачи на определение закономерностей в ряду фигур. Например:

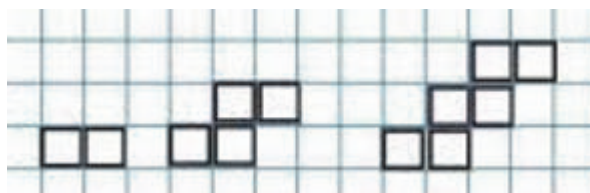
1. Треугольники расположили в определенном порядке. Сколько треугольников будет в следующей фигуре? Нарисуйте эти треугольники.



2. Кружочки расположили в виде треугольников по определенному правилу. Нарисуйте следующий треугольник, а затем запишите числовую последовательность, подсчитав кружочки. Сколько кружочков будет в 5-м треугольнике?



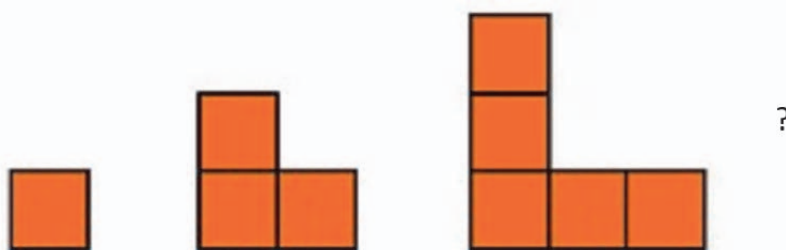
- **Уровень ниже.** Предложите учащимся менее сложные задачи на поиск закономерностей в ряду фигур: на определение простейшей закономерности из фигур, где фигуры увеличиваются на одно и то же количество элементов. Например: *найдите правило и нарисуйте следующую фигуру в ряду.*






- Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Что изменяется при переходе от первой фигуры ко второй фигуре?*
 - *Объясните, почему вы нарисовали такую фигуру?*

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание**
 - Покажите учащимся готовый рисунок:



- Спросите у учащихся:
 - *Какую фигуру нужно нарисовать, соблюдая правило в последовательности фигур?*
 - *Какое правило вы заметили?*
- Скажите учащимся показать:
 -  — если легко решили задачу;
 -  — если возникли затруднения с решением задачи;
 -  — если учащиеся не понимают задание и не знают, как его выполнить.
- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с целью, которая была изложена во введении.
 - Подведите итоги. Скажите учащимся: сегодня на уроке мы научились находить правила (закономерности) в последовательностях с фигурами.
 - Для этого мы пробовали догадаться, на чем основана последовательность, т.е. по какому правилу расположены фигуры. Проверяли наши предположения одно за другим, чтобы увидеть, какое правило соблюдается. Убедившись, что «задуманное» правило соблюдается, мы смогли точно назвать следующие элементы ряда фигур.

- Следует помнить, что часто задача может решаться несколькими способами. Решения разными способами отличаются по длине и сложности, но ответ при правильном решении любым способом получается один и тот же.
- Следует отметить, что иногда учащиеся могут заметить и установить различные правила (закономерности) при построении одного и того же ряда, если отсутствуют дополнительные условия. Очень важно при этом, чтобы каждый учащийся верно и убедительно объяснил свое решение.
- ◆ **Домашнее задание**
 - Дайте домашнее задание из учебника.
 - Задания могут быть на установление правил (закономерностей) в расположении геометрических фигур, предметов, букв и др., связанных с их количеством, формой.
 - Или можно предложить придумать правила и нарисовать ряд фигур согласно этого правила.
 - Учащимся, которые затрудняются, дайте упражнения на построение последовательности фигур по одному несложному критерию (количество, цвет, форма).
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать цели урока.



КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ

Элементы алгебры

Подтема 1. Математическая модель задачи. Уравнение
Фрагмент примерного урока 1. Решение задач с помощью составления уравнения. Понятие уравнения. 1–2 классы.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество множеств»</p> <p>Вторичная: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Составление простейших уравнений для решения задач на сложение и вычитание; Решение задач на умножение и деление с помощью составления уравнений 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика решения задач на сложение и вычитание с помощью составления математической модели задачи — уравнения</p>	<p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> Составление задачи на сложение, вычитание (1 класс). <p>8. Равенство, неравенство и уравнение</p> <ul style="list-style-type: none"> Нахождения неизвестного компонента (слагаемого, вычитаемого, уменьшаемого) (1 класс). Простые уравнения на сложение и вычитание (2 класс). <p>Компетентности 6, 8.</p> <ul style="list-style-type: none"> 1 класс <p>КЗ: 1.6.3; К1: 1.8.1.</p> <ul style="list-style-type: none"> 2 класс <p>КЗ: 2.6.3; К2: 2.8.2; КЗ: 2.8.3.</p>

Элементы алгебры

Подтема 1. Математическая модель задачи. Уравнение
Фрагмент примерного урока 2. Решение текстовой задачи на умножение и деление. 3–4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарт: содержательные линии / компетентивности
<p>Основная: «Множество множителей»</p> <p>Вторичная: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Составление простейших уравнений для решения задачи на умножение и деление. Решение составных задач с помощью составления уравнений 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняет учитель]	<p>Практика решения задач на умножение и деление с помощью составления математической модели задачи — уравнения</p>	<p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> Решение задачи уравнением (3 класс). <p>8. Равенство, неравенство и уравнение</p> <ul style="list-style-type: none"> Простые уравнения на все арифметические действия (3 класс). <p>Компетентивности 6, 8</p> <ul style="list-style-type: none"> 3 класс К1: 3.6.1; К3: 3.6.3. К1: 3.8.1; К4: 3.8.4. 4 класс К1: 4.6.1; К3: 4.6.3; К4: 4.6.4. К1: 4.8.1. <p>♦</p>

Элементы алгебры

Подтема 2. Функциональные таблицы

Фрагмент примерного урока 3. Выражение и его значение. 1–2 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарт: содержательные линии / компетентности
<p>Основная: «Множество моделей»</p> <p>Вторичная: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Понимание правил, допускающих изменение ответа при изменении количественных данных в задаче. Усвоение идеи функциональной зависимости 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<ul style="list-style-type: none"> Практика составления буквенных выражений. Заполнение таблицы значений выражения 	<p>5. Арифметические действия</p> <ul style="list-style-type: none"> Компоненты сложения и вычитания, взаимосвязь между ними (1 класс). Таблица вычитания и сложения однозначных чисел (1 класс). <p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> Составление задачи на сложение, вычитание (1 класс). <p>7. Выражения</p> <ul style="list-style-type: none"> Выражение с переменной и нахождение его значения (2 класс). <p>Компетентности 5, 6, 7</p> <ul style="list-style-type: none"> 1 класс <p>K1: 2.7.1; K2: 1.5.2; K3: 1.5.3. K3: 1.6.3.</p> <ul style="list-style-type: none"> 2 класс <p>K2: 2.7.2; K3: 2.7.3.</p>

Элементы алгебры

Подтема 2. Функциональная таблица

Фрагмент примерного урока 4. Составление буквенных выражений. 3–4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарт: содержательные линии / компетентности
<p>Основная: «Множество множеств»</p> <p>Вторичная: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Определение правил, допускающих изменение ответа при изменении известных данных в задаче. Усвоение понятия функции 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<ul style="list-style-type: none"> Практика составления буквенного выражения. Заполнение таблицы значений выражения 	<p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> Решение задач с помощью составления выражения (3 класс). <p>7. Выражения</p> <ul style="list-style-type: none"> Нахождение значения простейших буквенных выражений (4 класс). <p>Компетентности 6, 7</p> <ul style="list-style-type: none"> 3 класс K1: 3.6.1; K4: 3.6.4. 4 класс K1: 3.7.1; K4: 3.7.4. 4 класс K1: 4.7.1; K2: 4.7.4.

Элементы алгебры

Подтема 3. Определение закономерности

Фрагмент примерного урока 5. Числовые последовательности. 1–2 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарт: содержательные линии / компетентности
<p>Основная: «Множество множеств»</p> <p>Вторичная: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Определение закономерности в последовательности чисел. Моделирование решения задач в виде буквенных выражений 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<ul style="list-style-type: none"> Практика определения закономерности в числовой последовательности; нахождения пропущенных чисел в числовом ряду; в продолжении числовой последовательности в соответствии с определенным правилом 	<p>2. Числа и вычисления</p> <ul style="list-style-type: none"> Числа от 1 до 20. Нумерация (1 класс). Нумерация. Числа от 1 до 100 (2 класс). <p>Компетентность 3</p> <ul style="list-style-type: none"> 1 класс К1: 1.3.1; К3: 1.3.2; К4: 1.3.4. 2 класс К1: 2.3.1; К4: 2.3.4.

Элементы алгебры

Подтема 3. Определение закономерности

Фрагмент примерного урока 6. Закономерности с фигурами. 3–4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарт: содержательные линии / компетентности
<p>Основная: «Множество множеств»</p> <p>Вторичная: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Определение закономерности в последовательности чисел. Понимание закономерности в числовой последовательности. Развитие навыков моделирования в виде буквенных выражений 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика определения закономерности в ряду чисел и фигур;</p> <ul style="list-style-type: none"> в продолжении последовательности в соответствии с определенным правилом 	<p>1. Пространственные отношения</p> <ul style="list-style-type: none"> Сравнивает известной и неизвестной части фигуры (4 класс). <p>2. Числа и вычисления</p> <ul style="list-style-type: none"> Нумерация. Числа от 1 до 1000 (3 класс). <p>Компетентности 1, 3, 5</p> <ul style="list-style-type: none"> 3 класс <p>K1: 3.3.1; K4: 3.3.4. K2: 3.5.2.</p> <ul style="list-style-type: none"> 4 класс <p>K1: 4.3.1; K2: 4.3.4. K4: 4.1.4. K2: 4.5.2.</p>



ПРИЛОЖЕНИЕ А ШАБЛОН ФРАГМЕНТА ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ

Подтема / Фрагмент примерного урока:

Название / Тема:

Целевые классы:

Цель деятельности: Учащиеся будут ...

Необходимые материалы:

Важность:

Связь с учебником:

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Краткое представление учащимся информации о том, над чем они будут работать сегодня. Повторение предыдущих знаний по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

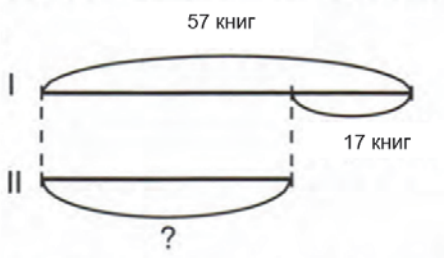
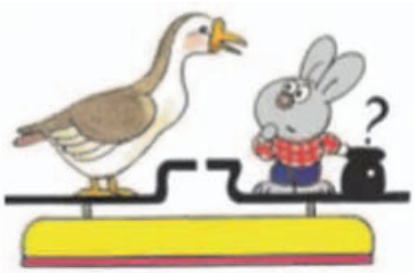
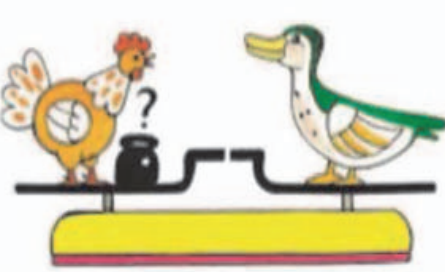
- ♦ **Решение задачи.** Выберите задачу для решения. Дайте учащимся 2–5 минут, в зависимости от сложности задачи, чтобы они смогли решить ее самостоятельно или в паре. Когда они решат задачу, пройдитесь по классу, наблюдайте и фиксируйте для себя активность каждого из учащихся.
- ♦ **Обсуждение.** Учащиеся делятся своими решениями, сосредотачиваясь на объяснении и обосновании своего решения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ?*
 - *Как вы узнали, что ответ _____?*
 - *Можете объяснить, как вы получили ответ _____?*
 - *Кто может поделиться с другими учащимися своим способом решения задачи?*
- ♦ **Противоположное предположение.** Предложите учащимся контррассуждение, в котором представлен неверный ответ. Спросите учащихся, что они думают об ответе и что они могут сказать другим учащимся, которые сделали / предложили неверное решение.
 - Скажите учащимся, что вы разговаривали с кем-то из учащихся другой школы и услышали такой ответ: _____.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему был получен такой ответ?*
 - *Что вы скажете ему / ей?*
- ♦ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги для класса, как была решена задача, опираясь на объяснения учащихся, которые они делали ранее. При необходимости выполните рисунок на доске, чтобы проиллюстрировать решение задачи.
- ♦ **Практика.** Попросите учащихся решить аналогичную задачу. Вы можете найти ее в учебнике или сами составить. По мере необходимости предлагайте задачи более сложные или более простые.

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка** / Неформальное формирующее оценивание
Это возможность быстро понять, насколько хорошо учащиеся поняли содержание урока. Вы можете использовать такие методы, как:
 - большой палец вверх;
 - поднять руку и показать пальцами;
 - другие.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с целью, изложенной во введении.
 - Напомните учащимся о том, что они узнали сегодня, и скажите, что они продолжат практиковать это.
- ◆ **Домашнее задание**
 - Найдите подходящие задачи в учебнике или составьте их сами для учащихся, которые будут практиковать дома.
 - Убедитесь, что эти задачи не сложнее, не сосредоточены на другом навыке.



ПРИЛОЖЕНИЕ Б
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Подтема 1. Математическая модель задачи. Уравнение		
Тема. Решение задач с помощью составления уравнения. Понятие уравнения		
Задача	Класс	Уровень
Составьте уравнение по условию задачи и решите ее		
Алина купила две книги. Одна книга стоит <input type="text"/> сомов, а другая — 10 сомов. Алина заплатила за них 27 сомов. Сколько стоила первая книга?	2	соответствует
Дамира задумала число. Если от этого числа вычесть 35, то получится 38. Какое число задумала Дамира?	2	соответствует
Составьте уравнение по схеме задачи и решите ее. 	2	соответствует
1.  Масса гуся 6 кг, а кролика — 2 кг. Составьте равенство и найдите вес гири.	2	соответствует
2.  Масса курицы 3 кг, а утки 5 кг. Какой вес у гири, которая стоит на весах?		
В вазочку с конфетами добавили 18 конфет. После того как 10 конфет было съедено, осталось 12 конфет. Сколько конфет было в вазочке сначала?	2	выше

Подтема 1. Математическая модель задачи. Уравнение		
Тема. Решение задач с помощью составления уравнения. Понятие уравнения		
Задача	Класс	Уровень
У Азамат было 90 сомов. Он купил одну лепешку и пирожок за 20 сомов. Домой он принес 43 сомов сдачи. Сколько он заплатил за лепешку?	2	выше
Айгуль прочитала за первый и второй дни равное количество страниц книги, а на третий день — оставшиеся 17 страниц. Сколько страниц читала Айгуль в первый день и во второй, если в книге всего 69 страниц?	2	выше

Подтема 1. Математическая модель задачи. Уравнение		
Тема: Решение текстовой задачи на умножение и деление		
Задача	Класс	Уровень
В каждую из 12 коробок упаковали одинаковое число ёлочных игрушек. Сколько игрушек в одной коробке, если всего их 86?	3 класс	соответствует
У Алены было 54 фотографии, которые были сделаны на летних каникулах. Она приклеила их в альбом, поровну на каждую страницу. Сколько страниц альбома было занято photographиями, если на каждую страницу помещается 6 фотографий?	3 класс	соответствует
В одну коробку упаковали синие майки, а в другую — белые. Синих маек на 38 больше, чем белых. А всего в двух коробках лежало 427 маек. Сколько маек каждого цвета упаковали в коробки?	3 класс	выше
За 6 дней Мая собрала 48 листьев для своего гербария. Сколько листьев девочка соберет за 9 дней, если она собирает каждый день одинаковое количество листьев?	3 класс	выше
Лика купила одинаковое количество тетрадей и ручек. За тетради она заплатила 180 сомов, а за ручки — 270 сомов. Сколько стоит одна тетрадь, если одна ручка стоит 30 сомов?	4 класс	соответствует
У мальчика в коллекции было 24 кыргызские марки и 40 российских марок. Он поместил их в альбом, поровну на каждую страницу. Российские марки заняли на 2 страницы больше, чем кыргызские. Сколько страниц было занято российскими марками?	4 класс	выше
С двух деревьев собрали 79 кг яблок, причем с одного дерева собрали на 15 кг меньше, чем со второго. Сколько килограммов яблок собрали с каждого дерева?	4 класс	выше
Одна из сторон прямоугольника в 3 раза больше другой. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 96 см	4 класс	выше
В магазине за день продали два вида ткани: 48 м атласа и 36 м бархата по одинаковой цене. За атлас получили на 8400 сомов	4 класс	выше

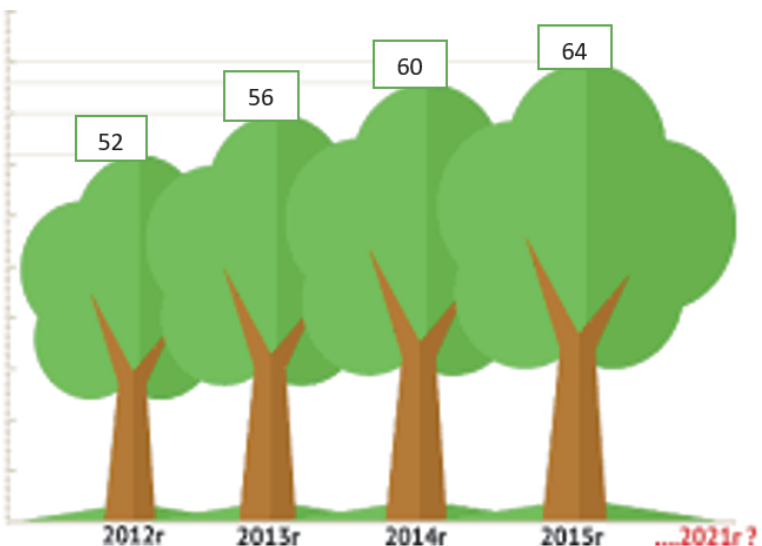









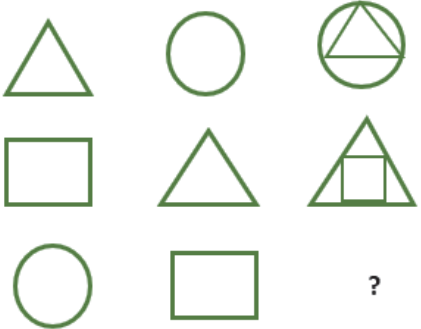
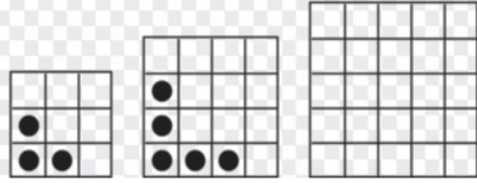

Подтема 1. Математическая модель задачи. Уравнение		
Тема: Решение текстовой задачи на умножение и деление		
Задача	Класс	Уровень
больше, чем за бархат. Сколько денег получили за два вида ткани в этот день?		

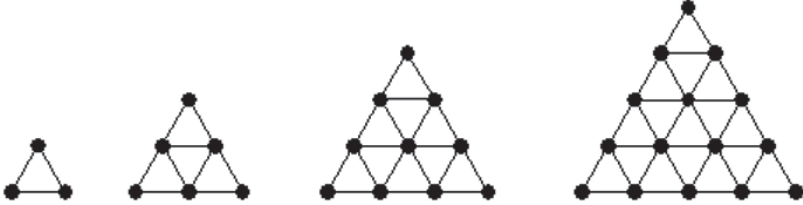


Подтема 2. Таблица значений выражения																																										
Тема: Выражение и его значение																																										
Задача	Класс	Уровень																																								
В коробку последовательно ввели числа, а на выходе из коробки числа были разные. Вначале ввели число 1 — вышло число 5. Затем ввели число 2 — вышло 6. Потом ввели число 3 — вышло число 7. Сейчас ввели число 4. Какое число должно выйти из коробки? Запишите выражение и объясните правило, по которому изменились числа	2 класс	соответствует																																								
Вычислительная машина работает так: $\square + 2 - 4$ Какие числа будут получаться на выходе из машины, если на вход будут поступать одно за другим такие числа: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10?	2 класс	соответствует																																								
При вычислении значения выражения $a - 5$ получили следующие ответы: 27, 22, 17, 12, 7, 2. При каких значениях a получены эти ответы?	2 класс	соответствует																																								
Заполните таблицы: <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">a</td> <td style="width: 10%;">1</td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;">3</td> <td style="width: 10%;">4</td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;">6</td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> </tr> <tr> <td>a + 4</td> <td></td> <td>6</td> <td></td> <td></td> <td>9</td> <td></td> <td>11</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">a</td> <td style="width: 10%;">1</td> <td style="width: 10%;">2</td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;">4</td> <td style="width: 10%;">5</td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;">7</td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> </tr> <tr> <td>10 - a</td> <td></td> <td></td> <td>7</td> <td></td> <td></td> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	a	1		3	4		6				a + 4		6			9		11			a	1	2		4	5		7			10 - a			7			4				2 класс	выше
a	1		3	4		6																																				
a + 4		6			9		11																																			
a	1	2		4	5		7																																			
10 - a			7			4																																				
Карлсон два дня ел плюшки. В первый день он съел 17 плюшек, а во второй день на a плюшек меньше. Сколько плюшек съел Карлсон во второй день? Составьте выражение и вычислите его значение при $a = 2$; $a = 8$. Объясните свое решение	2 класс	выше																																								
Бублик стоит 8 сомов, что на a сомов меньше, чем булочка. Сколько стоит бублик и булочка вместе? Составьте выражение для решения задачи. Найдите значение выражение при $a = 2$; $a = 3$. Объясните свое решение	2 класс	выше																																								

Подтема 2. Таблица значений выражения Тема: Составление буквенных выражений																																												
Задача	Класс	Уровень																																										
В школьной столовой на каждого учащегося начального класса предусмотрен завтрак в 50 сомов. Запишите выражение, которое означает расходы на завтрак, где a — количество учащихся. Составьте функциональную таблицу и заполните ее для различных значений a . Объясните смысл найденных значений выражения	3 класс	соответствует																																										
Заполните таблицу <table border="1" style="margin-bottom: 10px;"> <tr><td>v</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td>4</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$v \cdot 3$</td><td></td><td></td><td>9</td><td></td><td></td><td>18</td><td>21</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>c</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$36 : c$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td>3</td><td>18</td><td>1</td></tr> </table>	v	1	2		4	5						$v \cdot 3$			9			18	21				c	1	2	3	4	6					$36 : c$						4	3	18	1	3	соответствует
v	1	2		4	5																																							
$v \cdot 3$			9			18	21																																					
c	1	2	3	4	6																																							
$36 : c$						4	3	18	1																																			
Поезд шел несколько суток. Впервые сутки он прошел 900 км, а в последующие дни на 80 км больше, чем в первые сутки. Запишите выражение, с помощью которого можно найти пройденное расстояние за двое суток, за пять суток, за b суток	4	выше																																										
За 1 час работы бульдозер разровнял 78 квадратных метров дороги. Сколько квадратных метров дороги разровняет бульдозер за x часов, если будет работать с прежней производительностью? Вычислите выполненную работу за полдня, т.е. за 4 часа; за день, т.е. 8 часов; за 2 дня	4 класс	соответствует																																										
Туристы за время путешествия должны были проехать на велосипеде 450 км. Они едут в среднем со скоростью 15 км / ч. Какое расстояние туристам останется проехать за t часов путешествия? Составьте выражение для решения задачи. Заполните таблицу и по таблице найдите значение выражение при $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Объясните свое решение	4 класс	выше																																										
Ученик читает книгу в 240 страниц и ежедневно прочитывает по 12 страниц. Сколько страниц останется ученику прочитать за d дней? За сколько дней ученик прочитает половину книги, всю книгу? Может ли ученик прочитать книгу за 21 день?	4 класс	выше																																										

Подтема 3. Определение закономерности		
Тема: Числовые закономерности		
Задача	Класс	Уровень
Запишите числа, которые пропущены в этом ряду. 6, 7, 8, □, □, □, 12, 13, □, □, 16.	1 класс	соответствует
Найдите пропущенные числа: 1, 7, 13, ..., 24, ..., 36, ..., 48.	2 класс	соответствует
Закончите числовую последовательность: 99, 88, 77, ..., ..., ...	2 класс	соответствует
Составьте числовую закономерность из 10 чисел, где каждое число равно сумме двух предыдущих. 2, 3, 5, 8, ...	2 класс	выше
Определите закономерность. Найдите лишние числа: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 25, 28, 32, 33, 36, 40.	2 класс	выше
В вазу положили конфеты. Мама в первый день взяла одну, потом — 4, в третий день — 7 конфет. Леля в эти же дни брала — 6, 5 и 4. Сколько конфет мама и дочь возьмут вместе в пятый день?	3 класс	соответствует
Продолжите числовую закономерность до 100: 3, 7, 12, 18, 25, 33, 42, 52, 63, ...	3 класс	выше
Определите закономерность в числовой последовательности и продолжите ряд до 100: 3, 7, 12, 18, 25, 33, 42, 52, 63, ...	3 класс	выше
Определите правило в числовой последовательности и продолжите ряд до 100: 1, 12, 22, 31, ...	3 класс	выше
Домой купили сливы, всего 90 штук. Семья ела их 4 дня с определенной закономерностью. Папа – 2, 5, 8 Мама – 1, 3, 5 Азамат – 3, 6, 9 Сколько слив съели на 4-ый день? Сколько слив осталось?	3 класс	выше

Подтема 3. Определение закономерности
Тема: Закономерности с фигурами

Задача	Класс	Уровень						
 <p>Какой высоты (в см) будет деревце в 2021 г., если закономерность роста не изменится?</p>	4 класс	соответствует						
<p>Найдите закономерность и дополните таблицу</p> <table border="1" data-bbox="167 1054 1125 1156"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>							4 класс	соответствует
								
<p>Установите закономерность и нарисуйте очередную фигуру</p> 	4 класс	соответствует						
<p>Кружочки расставили в определенном порядке. Сколько кружочков будет в следующем квадрате? Нарисуйте эти кружочки</p> 	4 класс	соответствует						
<p>Дорисуйте следующую фигуру</p> 	4 класс	соответствует						
<p>Установите закономерность и нарисуйте очередную фигуру</p>	4 класс	выше						

Подтема 3. Определение закономерности		
Тема: Закономерности с фигурами		
Задача	Класс	Уровень
<p>↑ □ △ ▯ □ ▯ ...</p>		
<p>Определите правило, по которому построены фигуры, и постройте следующую фигуру</p> 	4 класс	выше
<p>Определите правило, по которому построены фигуры, и постройте следующую фигуру</p> 	4 класс	выше
<p>Определите правило, по которому построены фигуры, и постройте следующие две фигуры</p> 	4 класс	выше



ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПЛАН ДЕЙСТВИЙ

Модуль 9. Фрагменты примерного урока 1 / 2						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду приходить	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что я добавлю / изменю в плане-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

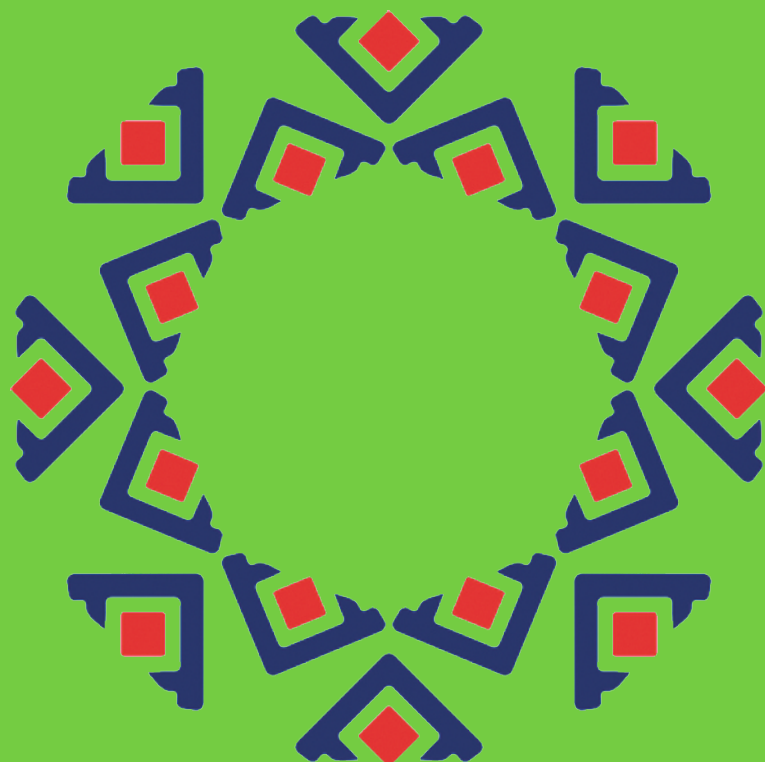
Модуль 9. Фрагменты примерного урока 3 / 4						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду менять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что я добавлю / изменю в плане-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Модуль 9. Фрагменты примерного урока 5 / 6						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду менять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что я добавлю / изменю в плане-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

МОДУЛЬ 10 ПО МАТЕМАТИКЕ

АНАЛИЗ ДАННЫХ

ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ



МОДУЛЬ 10 «АНАЛИЗ ДАННЫХ»

Модуль 10 «Анализ данных» включает следующие темы:

- ◆ Обзор стратегии обучения «Множество моделей» и второстепенных стратегий обучения (стр. iii-xiv).
- ◆ Обзор темы «Анализ данных».
- ◆ Анализ данных: результаты обучения согласно предметному стандарту по математике для начальных классов.
- ◆ Обзор темы «Чтение и извлечение информации из пиктограмм и столбчатых диаграмм».
- ◆ Введение во фрагменты уроков, которые предоставляют учащимся возможность практики в чтении и извлечении информации из пиктограмм и столбчатых диаграмм.
- ◆ Обзор темы «Анализ пиктограмм и столбчатых диаграмм для дополнения недостающими данными».
- ◆ Введение во фрагменты уроков, которые предоставляют учащимся возможность анализировать пиктограммы и столбчатые диаграммы для дополнения их недостающими данными.
- ◆ Обзор темы «Построения пиктограмм и столбчатых диаграмм».
- ◆ Введение во фрагменты уроков, которые предоставляют учащимся возможность строить пиктограммы и столбчатые диаграммы.
- ◆ Календарно-тематический план по применению стратегий, который показывает, как интегрировать фрагменты примерных уроков в обычные уроки по учебнику.
- ◆ Библиография.
- ◆ Использованные учебники.
- ◆ Приложение А. Шаблон фрагмента примерного урока.
- ◆ Приложение Б. Дополнительные задачи для самостоятельной работы.
- ◆ Приложение В. План действий.

ОБЗОР ТЕМЫ «АНАЛИЗ ДАННЫХ»



Сегодня каждому члену нашего общества приходится сталкиваться с большим потоком информации, с таблицами и диаграммами, описывающими особенности и тенденции изменения окружающей действительности. Поэтому он должен ориентироваться в этом потоке информации, а это значит уметь анализировать и обрабатывать информацию, принимать обоснованные решения в различных жизненных ситуациях, связанных со статистикой. Для понимания смысла даже самых простых средних показателей, таких как среднее арифметическое, необходимы определенные знания. К тому же сообщения средств массовой информации чаще всего содержат средние показатели: средняя температура, средняя зарплата, средняя урожайность, средний доход... Умение ориентироваться в этих показателях помогают человеку делать правильные выводы, принимать адекватные решения. «Полноценное существование гражданина в сложном вариативном и многоукладном обществе непосредственно связано с правом на получение информации, с ее доступностью и достоверностью, с правом на осознанный выбор, который невозможно осуществить без умения делать выводы и прогнозы на основе анализа и обработки зачастую неполной и противоречивой информации» (Бунимович Е. А.). Для каждого учащегося развитие статистического мышления может стать одним из способов развития личности, возможностью занять определенную гражданскую позицию на основании анализа политической информации, социальных прогнозов, экономических проектов, результатов опроса общественного мнения и т.п.

Еще в прошлом веке академик Б.В.Гнеденко не раз отмечал важность формирования статистического мышления у учащихся начальной школы. Он писал: «Мы не имеем право лишать наших школьников более широкого взгляда на жизнь. Интересы развития всех направлений науки требуют введения в школьное образование элементов статистического мышления». В другой своей работе он подчеркивал: «Я убежден, что статистический образ мышления, столь важный в любой практической и научной деятельности, должен систематически прививаться учащимся на школьных уроках, начиная с 6–7 года обучения».

В Кыргызской Республике в проект образовательной программы (1993 г.), а затем в стандарты, программы по математике для общеобразовательных организаций (с 1997 г.), утвержденную Министерством образования и науки Кыргызской Республики, была введена самостоятельная содержательная линия «Элементы теории вероятностей и математической статистики». Она включает следующие важные параметры: сквозное и целенаправленное развитие понятий теории вероятностей и математической статистики; возрастные возможности восприятия вероятностно-статистических идей учащимися; возможности организации статистических исследований; практическая направленность содержания обучения элементам теории вероятностей и математической статистики.

Следует отметить, что формирование статистического мышления у младших школьников является основой для их дальнейшего успешного обучения в основной школе. Простейшие навыки чтения таблиц и диаграмм позволяют обнаружить некоторые закономерности наблюдаемых явлений, увидеть за формами представления статистических данных конкретные свойства явлений с присущими им особенностями и причинными связями. Знакомство со статистическими методами анализа и обработки данных, развитие вероятностной интуиции существенно меняет общие взгляды учащихся на окружающий мир, что будет способствовать гибкому переходу от начального к основному общему образованию.

Согласно определению, *данные* — это информация, обычно выраженная в числах и собранная в ходе наблюдений, интервью и опросов. Сбор, анализ и представление числовых данных составляют раздел математики, называемый статистикой. Простыми словами, *статистика* — это изучение количественных и качественных данных.

Статистика и анализ данных включают представление и интерпретацию данных для выявления полезной информации и принятия решений. Анализ данных помогает учащимся развить качества, необходимые для того, чтобы стать компетентными, хорошо информированными гражданами, которые могут использовать данные для моделирования и решения проблем, возникающих в трудовой деятельности и в повседневной жизни. В недавнем подкасте Джон Пуллингер, резидент Международной ассоциации официальной статистики, высказал мнение, что понимание и использование данных является базовым правом человека: «... без статистики мы ограничены в своих возможностях также, как если бы у нас не было других прав... Теперь, когда данные являются действительно широко распространенным товаром в мире, право на получение достоверных данных приобретает еще большую значимость, если мы хотим быть полноценными деятельными людьми ...» (Международный статистический институт, 2020).

В докладе «Руководство по обучению и оцениванию в области статистического образования (GAISE)» говорится, что одной из важных целей обучения анализу данных является оказание поддержки учащимся в развитии статистического мышления и использовании его для решения задач. (American Statistical Association, 2017). В этом документе названы четыре составляющие, присущие решению статистических задач:

1. Формулирование вопросов.
2. Сбор данных.
3. Анализ данных.
4. Интерпретация результатов анализа.

В этом же документе определены три уровня для каждой составляющей. На первоначальном, базовом уровне у учащихся формируется представление о данных как о числах, которые передают определенную информацию. Таким образом, учащиеся узнают, что данные используются для моделирования (исследования) реального мира. Они учатся распознавать данные в окружающей действительности, задаваться вопросами, связанными с их предпочтениями. Например, «В какую спортивную игру любит играть большинство учащихся в нашем классе?» Учащиеся могут подумать и предположить, какие данные следует собрать, чтобы найти ответы на подобные вопросы. Затем они учатся применять модели, такие как таблицы и диаграммы, чтобы провести анализ собранных данных и использовать его результаты для ответа на поставленные вопросы. Очень важно, чтобы учащиеся приобрели опыт непосредственного сбора данных.

Однако, чтобы научиться анализировать и интерпретировать данные, не всегда требуется заниматься их сбором. «Учителя должны использовать естественно сложившиеся ситуации, в которых учащиеся могут заметить закономерность в некоторых данных и поставить вопросы. Например, в один из дней, во время ежедневной проверки посещаемости уроков, учащиеся наблюдают отсутствие в классе многих учащихся. Учитель может воспользоваться этой ситуацией для того, чтобы учащиеся смогли сформулировать вопросы, на которые можно ответить с помощью имеющихся данных о посещаемости учащихся» (GAISE, 2017).

Таким образом, использование четырех составляющих решения статистических задач является конечной целью в обучении анализу данных и определенным прогрессом в развитии навыков у учащихся начальных классов. «Анализ данных подразумевает одну большую идею: классифицировать, организовать, представить и использовать информацию, — для того чтобы поставить вопросы и ответить на них. Процесс развития навыков анализа данных охватывает развитие навыков классификации, подсчета и представления данных» (Sagama, 2008). Далее в таблице приведен пример прогресса в развитии навыков представления данных у учащихся начальных классов.

Учащийся	Класс	Прогресс в обучении анализу данных	Пример
Сайра	5 лет	Сортировка предметов по заданному свойству	Сортирует пуговицы по цвету или по размеру
Надыр	1	Сортировка предметов по двум и более свойствам	Сортирует пуговицы по размеру с учетом их цвета
Тимур	2	Классификация и подсчет. Таблицы и диаграммы с перечислением всех случаев	Сортирует пуговицы по количеству отверстий; <ul style="list-style-type: none"> – считает пуговицы для определения их количества в каждой группе (по количеству отверстий); – составляет таблицу или диаграмму с использованием символов для представления каждой группы
Кира	3	Построение диаграммы по итогам классификации данных и представление данных по категориям	<ul style="list-style-type: none"> – Проводит опрос о количестве пуговиц, имеющихся у учащихся в классе; – составляет таблицу подсчета для классификации ответов; – составляет диаграмму для отображения результатов
Да-миан	4	Организация и отображение данных путем составления таблиц и диаграмм посредством как простых числовых сводных материалов (подсчетов, таблиц и таблиц подсчета), так и графических способов представления данных; сравнение части данных и формулирование утверждения о всех данных в совокупности	<ul style="list-style-type: none"> – Составляет таблицу или диаграмму, отражающую информацию о том, у скольких учащихся на одежде есть пуговицы определенного цвета; – использует эти данные для определения наиболее распространенного цвета пуговиц

В соответствии с последовательностью (прогрессом) развития навыков анализа данных в первой теме модуля 10 рассматриваются способы представления данных в виде таблиц, пиктограмм и столбчатых диаграмм. Во второй теме рассматривается вопрос о том, как учащиеся могут узнать, что с помощью таблицы и диаграммы можно представлять один и тот же набор данных, научиться легко разбираться в обоих способах и переходить от одного к другому. В последней теме рассматривается, как учащиеся представляют данные в виде пиктограмм и столбчатых диаграмм.

Говорят, что 90 процентов данных в современном мире были созданы только за последние несколько лет. По этой причине обучение учащихся пониманию и анализу данных стало жизненно важным способом подготовки их к требованиям высшего образования и рынка труда. Значение этого вопроса невозможно переоценить. Кстати, недавно был издан публичный призыв к продвижению информационной грамотности: «... мы призываем к революции в образовании, поставив информационную грамотность в его основу, интегрированную во все системы образования. Предоставляя учащимся возможность эффективно использовать данные, мы готовим их к принятию более эффективных решений и ведению более безопасной, информированной и продуктивной жизни» (ECD, 2020).

АНАЛИЗ ДАННЫХ: РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ*

Учебные материалы по анализу данных

Содержательная линия	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
<p>4. Величины</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Единицы измерения длины: сантиметр (см), дециметр (дм). • Единицы измерения массы: килограмм (кг). • Измерение вместимости. Литр (л). • Соотношения между единицами измерения, их преобразование и сравнение 	<ul style="list-style-type: none"> • Единицы измерения длины: миллиметр (мм), метр (м). • Таблица единиц длины. • Время и его измерение: минута (мин), час (ч). • Определение времени по часам. • Стоимость: сом, тыйын. • Соотношение между единицами измерения, их преобразование и сравнение 	<ul style="list-style-type: none"> • Единицы измерения массы: грамм (г), килограмм (кг). • Единицы измерения времени: год, месяц, сутки. • Календарь. • Единицы измерения площади: см², дм², м². • Соотношения между единицами измерения, их преобразование и сравнение. • Арифметические действия с величинами 	<ul style="list-style-type: none"> • Единица измерения массы: центнер (ц), тонна (т). • Единицы измерения длины: километр (км). • Единицы измерения времени: секунда (сек), век. • Единицы измерения площади: мм², км², ар, гектар. • Таблица единиц длины, площади, массы, времени. • Соотношения между единицами измерения, их преобразование и сравнение. • Арифметические действия с величинами

Содержательная линия	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
<p>6. Задачи</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Устное составление простых задач с разными сюжетами. • Условие, вопрос, решение задачи. • Простые задачи на увеличение и уменьшение числа, на разностное сравнение. • Задачи на нахождение суммы, остатка, обратные задачи. • Составные задачи на сложение, вычитание 	<ul style="list-style-type: none"> • Простые задачи на увеличение и уменьшение числа в несколько раз, деление по содержанию и на равные части. • Задачи на кратное сравнение («во сколько раз больше», «во сколько раз меньше»). • Составные задачи, содержащие отношения «больше на», «меньше на», «на сколько больше», «на сколько меньше», на нахождение третьего слагаемого. • Задачи с величинами (цена, количество, стоимость). • Геометрические задачи (длина ломаной, периметр многоугольника). • Решение задач при помощи составления выражения 	<ul style="list-style-type: none"> • Задачи с буквенными данными. • Решение задачи уравнением. • Задачи, содержащие зависимость между величинами. • Задачи на нахождение четвертого пропорционального. • Составные задачи на смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение. • Решение задач выражением 	<ul style="list-style-type: none"> • Составные задачи на все арифметические действия, разностное и кратное сравнение. • Задачи с единицами измерения: движение, стоимость, работа. • Задачи на пропорциональное деление. • Задачи на нахождение известных по двум разностям. • Задачи на нахождение доли целого и целого по его доле

Содержательная линия	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
8. Равенство, неравенство и уравнение	<ul style="list-style-type: none"> Нахождение неизвестного компонента (слагаемого, вычитаемого, уменьшаемого). Понятия «равенство» и «неравенство». Сравнение однозначных чисел, одноклассных и двузначных чисел. Сравнение числа и выражения, выражения и выражения 	<ul style="list-style-type: none"> Простые уравнения на сложение и вычитание, на умножение и деление. Сравнение чисел, значения выражения с числом 	<ul style="list-style-type: none"> Простые уравнения на все арифметические действия. Составные уравнения на сложение и вычитание. Сравнение двузначных, трехзначных чисел, выражений 	<ul style="list-style-type: none"> Составные уравнения на все арифметические действия. Способы решения составных уравнений. Сравнение чисел, выражений. Сравнение долей

Ожидаемые результаты обучения учащихся (по ступеням и классам)

В таблице:

- первая цифра означает класс;
- вторая цифра — номер содержательной линии;
- третья цифра — номер компетентности, где К1 — предметная компетентность, К2 — информационная, К3 — социально-коммуникативная, К4 — самоорганизация и разрешение проблем.

Например, 1.1.1. Первая цифра 1 означает 1 класс. Вторая цифра 1 — это содержательная линия «Пространственные отношения». Третья цифра 1 — это К1, т.е. предметная компетентность.

Компетентности	1-класс	2-класс	3-класс	4-класс
К1	<p>Ученик</p> <p>1.4.1. Понимает и называет единицы измерения длины (см, дм), массы (кг), вместимости (литр). Называет единицы площади.</p> <p>1.6.1. Устно составляет и моделирует задачи на сложение и вычитание.</p> <p>1.8.1. Называет компоненты действий: сложение и вычитание</p>	<p>Ученик</p> <p>2.4.1. Знает и обозначает единицы измерения длины (мм, см, дм, м), времени (минута, час), единицу измерения массы (кг), единицу вместимости (литр).</p> <p>2.6.1. Рассказывает о решении составных задач нахождение суммы, разности, планирует и устно воспроизводит ход решения задачи.</p> <p>2.8.1. Называет компоненты арифметических действий: сложение, вычитание, умножение и деление</p>	<p>Ученик</p> <p>3.4.1. Знает и различает величины длины, массы, времени (сутки, неделя, месяц, год), площади и их единицы измерения.</p> <p>3.6.1. Выбирает арифметические действия для решения задачи и объясняет их выбор; определяет число и порядок действий.</p> <p>3.8.1. Знает компоненты арифметических действий и устанавливает взаимосвязь между ними</p>	<p>Ученик</p> <p>4.4.1. Соотносит единицы измерения величин. Выбирает необходимую единицу площади для вычисления площадей фигур.</p> <p>4.6.1. Анализирует предложенные варианты решения задачи, выбирает из них верные. Рассказывает о способах решения составных задач.</p> <p>4.8.1. Знает алгоритм нахождения неизвестных компонентов арифметических действий</p>
К2	<p>Ученик</p> <p>1.4.2. Выявляет общий принцип измерения величин, использует его для измерения, переводит единицы измерения длины в мелкие и крупные.</p> <p>1.6.2. Дополняет условие задачи недостающими данными или вопросом.</p>	<p>Ученик</p> <p>2.4.2. Переводит единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия (сложение, вычитание) с единицами измерения (длина, масса, время).</p> <p>2.6.2. Моделирует условие задачи с помощью предметов, схематических рисунков</p>	<p>Ученик</p> <p>3.4.2. Переводит единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия (сложение, вычитание) с величинами (длина, масса, время, площадь).</p> <p>3.6.2. Моделирует и решает задачи с изменённым текстом, а также самостоятельно составляет текстовые</p>	<p>Ученик</p> <p>4.4.2. Переводит единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия (сложение, вычитание, умножение, деление) с величинами (длина, масса, время, площадь).</p> <p>4.6.2. Различает виды составных задач, задачи с буквенными выражениями,</p>

Компетентности	1-класс	2-класс	3-класс	4-класс
<p style="text-align: center;">К3</p>	<p>Составляет обратные задачи.</p> <p>1.8.2. Находит неизвестный компонент сложения, вычитания, решает равенства, неравенства</p> <p>Ученик</p> <p>1.4.3. Различает величины и соотносит их единицы измерения.</p> <p>1.6.3. Анализирует решение задач на увеличение, уменьшение числа на несколько единиц), на разностное сравнение, нахождение суммы, остатка.</p> <p>1.8.3. Подбирает в равенствах неизвестные компоненты действий, определяет способ нахождения компонентов сложения и вычитания</p>	<p>и схем, выявляет известные и неизвестные величины.</p> <p>2.8.2. Находит неизвестные компоненты сложения, вычитания, умножения и деления, решает равенства, неравенства, сравнивает числа разными способами</p> <p>Ученик</p> <p>2.4.3. Анализирует выполненные арифметические действия с единицами измерения.</p> <p>2.6.3. Анализирует решение задачи на нахождение слагаемого и вычитаемого, уменьшаемого и разности, кратное сравнение, нахождение третьего слагаемого.</p> <p>2.8.3. Решает изученные типы уравнений с компонентами по компонентам действий и различает способ нахождения их, объясняет решение равенства и неравенства</p>	<p>задачи с заданной сюжетной ситуацией.</p> <p>3.8.2. Находит неизвестный компонент в сложных уравнениях, определяет ход решения уравнения. Решает равенства, неравенства, сравнивает числа разными способами</p> <p>Ученик</p> <p>3.4.3. Исследует ситуации, требующие перехода от одних единиц измерения к другим.</p> <p>3.6.3. Анализирует тексты и решения задач, указывает их сходства и различия.</p> <p>3.8.3. Обосновывает и комментирует решение сложного уравнения на основе взаимосвязи между компонентами, объясняет решение равенства и неравенства</p>	<p>планирует ход решения задачи. Решает составные задачи разными способами, объясняет и обосновывает выбор действия.</p> <p>4.8.2. Решает сложные уравнения, равенства и неравенства, сравнивает числа разными способами</p> <p>Ученик</p> <p>4.4.3. Знает и различает способ перевода единиц измерения в мелкие и крупные.</p> <p>4.6.3. Анализирует текст задачи с последующим планированием алгоритма её решения.</p> <p>4.8.3. Анализирует особенности решения сложного уравнения, равенства и неравенства</p>

Компетентности		1-класс	<p>Ученик</p> <p>1.4.4. Приводит примеры соотношения между единицами измерения каждой из величин из величин в жизненных ситуациях.</p> <p>1.6.4. По рисункам, схемам, выражениям самостоятельно составляет задачу и решает задачу. (на увеличение, уменьшение числа на несколько единиц), на разностное сравнение, на нахождение суммы, остатка.</p> <p>1.8.4. Самостоятельно устанавливает связь при нахождении компонентов сложения и вычитания</p>	2-класс	<p>Ученик</p> <p>2.4.4. Рассказывает о соотношении между единицами измерения каждой из величин, используя жизненные ситуации.</p> <p>2.6.4. Самостоятельно составляет составные задачи и решает их. Применяет изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях.</p> <p>2.8.4. Самостоятельно составляет простые уравнения с действиями сложения и вычитания, устанавливает связь при нахождении компонентов сложения и вычитания, умножения и деления</p>	3-класс	<p>Ученик</p> <p>3.4.4. Приводит примеры использования величин в повседневной жизни. Действий.</p> <p>3.6.4. Самостоятельно применяет способы решения составных задач. Контролирует правильность выполнения изученных способов при решении задач.</p> <p>3.8.4. Самостоятельно составляет и решает уравнения, равенства и неравенства. Проверяет правильность решения уравнения, используя алгоритм</p>	4-класс	<p>Ученик</p> <p>4.4.4. Самостоятельно использует таблицы соотношения единиц измерения величин при выполнении арифметических действий.</p> <p>4.6.4. Различает рациональный и нерациональный способы решения задачи. Выявляет причину, ошибки в решении задачи и корректирует её, оценивает свою работу</p> <p>4.8.4. Самостоятельно составляет сложное уравнение, равенство и неравенство, выполняет решение, анализирует и корректирует свои действия</p>
К4									

ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ЧТЕНИЕ И ИЗВЛЕЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ ИЗ ПИКТОГРАММ И СТОЛБЧАТЫХ ДИАГРАММ



Учащиеся сталкиваются со всеми видами данных в своей повседневной жизни. Например, меню ресторанных блюд и их цены, информация о пищевых свойствах продукта на коробке с хлопьями, программа передач с указанием времени их выхода в эфир. Данные часто представляются в таблицах и диаграммах, поэтому важно учащимся уметь читать и понимать информацию, представленную таким образом. Существует множество видов таблиц и диаграмм, но у них есть некоторые общие черты.

Самый простой способ представления данных — это составление таблицы. Данные в таблице представлены в строках и столбцах, которые имеют названия, объясняющие, что означают эти данные. Таблицы также могут быть озаглавлены, что облегчит интерпретацию данных учащимися. Записи в строках и столбцах таблицы могут быть графическими (например, рисунки), текстовыми или числовыми. Изучая содержание строк и столбцов, учащиеся могут считывать данные в таблице и отвечать на вопросы, касающиеся информации, представленной в ней.

В приведенных далее таблицах показаны три различных способа представления данных о спортивных играх, в которые любят играть учащиеся класса N.

1. Любимые виды спорта учащихся класса N						
Вид спорта	Имя					
	Галина	Бакай	Арина	Эрнис	Тимур	Надира
Катание на коньках						
Волейбол						
Плавание						
Футбол						

2. Любимые виды спорта учащихся класса N	
Вид спорта	Учащиеся
Катание на коньках	II
Волейбол	III
Плавание	I
Футбол	IIII

3. Любимые виды спорта учащихся класса N	
Вид спорта	Количество учащихся
Катание на коньках	2
Волейбол	3
Плавание	1
Футбол	5

Приведенная таблица с метками подсчета, которые выглядят как: I, II, ..., называется таблицей подсчета, или схемой подсчета. *Таблица подсчета* — это полезный способ сбора данных в ходе опроса, наблюдения или измерения. В ходе опроса или в каком-то наборе данных метки подсчета указывают на частоту, количество случаев или итоговое количество по каждой категории в опросе или в наборе данных.

Еще одна модель, которую учащиеся могут использовать для представления данных — это пиктограмма. *Пиктограмма* — это отображение данных с помощью символов, каждый из которых представляет собой определенное количество элементов в наборе данных. Пиктограмма имеет название и может содержать ключ к данным, который показывает, какое количество элементов означает каждый символ. На приведенной далее пиктограмме показано общее количество учащихся в классе, которые занимаются различными любимыми видами спорта. Обратите внимание, что это самый простой тип пиктограммы для понимания учащимися, потому что в ключе один символ представляет одного учащегося. Подсчет в пиктограмме можно использовать для поиска ответов на такие вопросы, как, например, «Каким видом спорта занимается наименьшее количество учащихся в классе?»

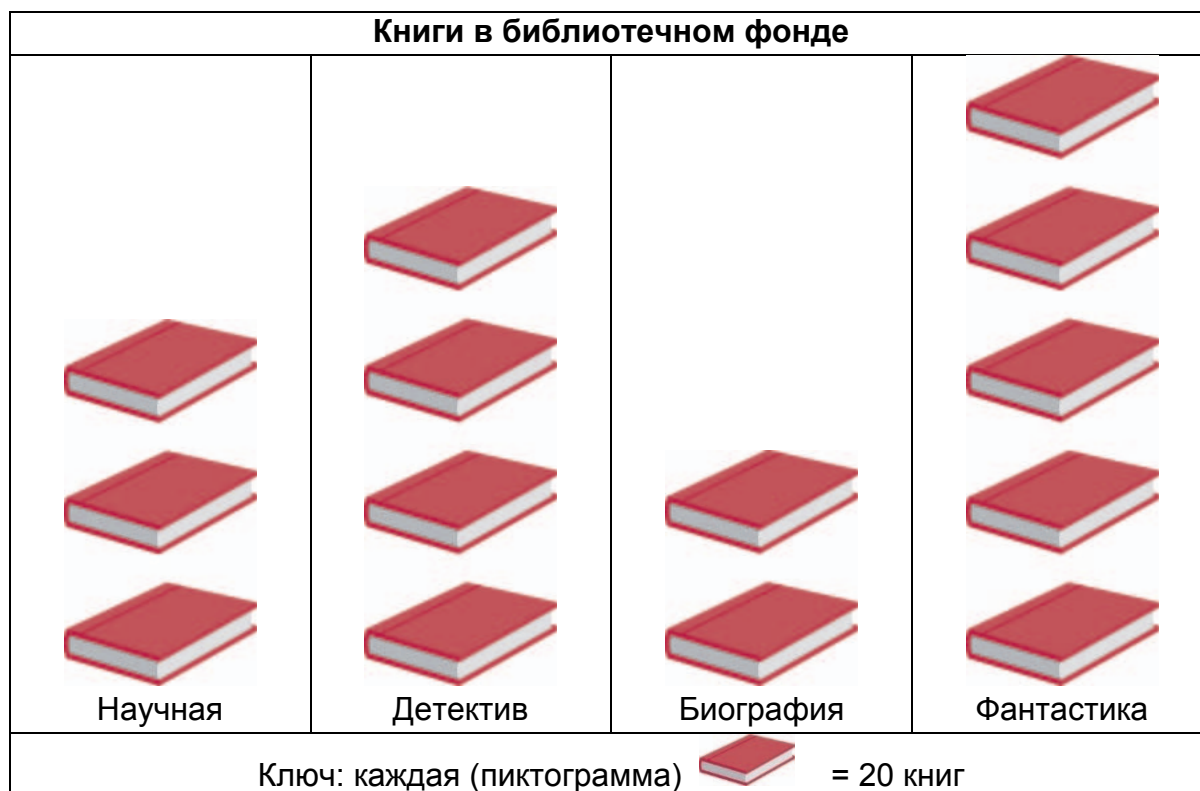


Другие виды вопросов, которые можно задать к пиктограмме с целью получения информации, могут быть, например, следующими:

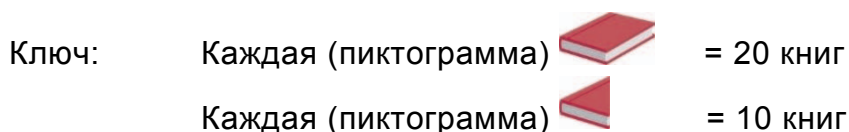
- Сколько учащихся любят кататься на коньках? (чтение диаграммы)
- Какой вид спорта оказался самым популярным в классе и сколько учащихся его выбрали? Или: какой вид спорта выбрали большинство учащихся класса? (чтение диаграммы)
- Скольким учащимся нравится играть в волейбол и плавать? (сложение)
- На сколько больше учащихся любят играть в футбол, чем в волейбол? (вычитание)
- Сколько всего учащихся было опрошено об их любимом виде спорта? (сложение)

Пиктограммы могут быть представлены горизонтально, как показано на приведенном ранее рисунке, но могут быть изображены и вертикально. Следует в обучении создавать возможности для учащихся практиковаться в чтении как горизонтальных, так и вертикальных пиктограмм.

После того, как учащиеся будут уже уверенно отвечать на вопросы, поставленные к простым пиктограммам, где один символ означает один элемент данных, можно переходить к пиктограммам, в которых 1 символ представляет собой более одного элемента данных. Например, ключ к приведенной далее пиктограмме показывает, что один символ равен 20 книгам.



Ключ в некоторых пиктограммах может также включать информацию о том, что означает половина символа:

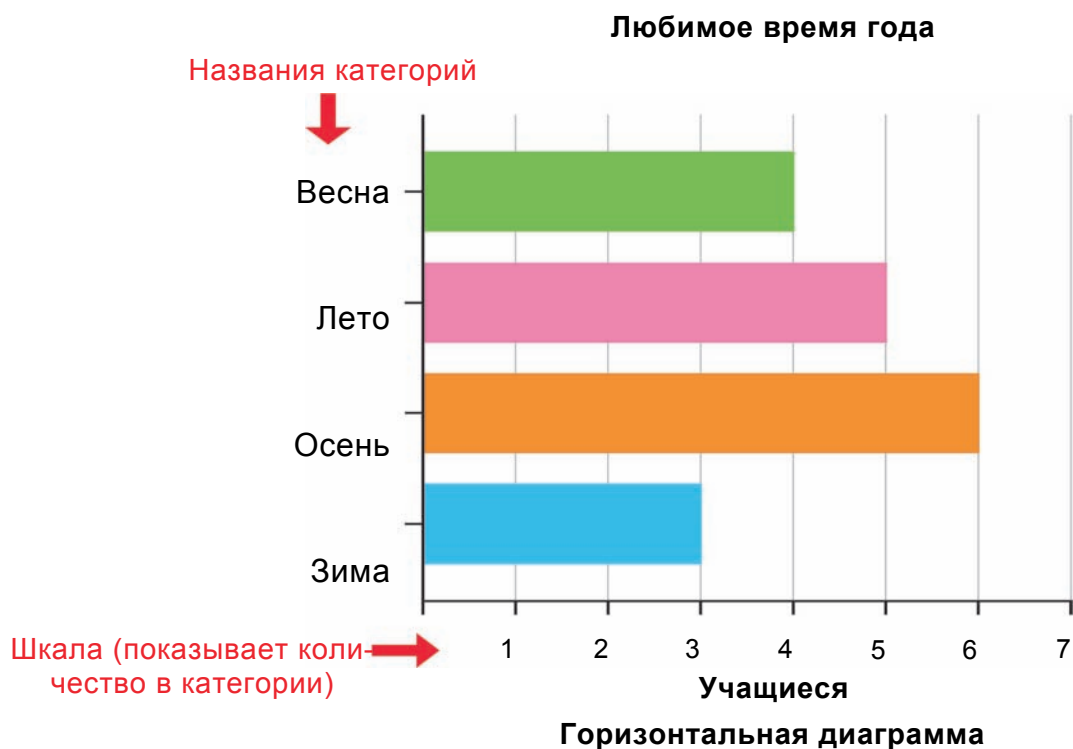


Распространенная ошибка, которую учащиеся совершают при чтении пиктограмм, заключается в том, что они забывают о необходимости посмотреть ключ к пиктограмме и интерпретируют каждый символ как 1 элемент данных. Другие типичные ошибки допускаются при подсчете и чтении символов не той категории пиктограммы, т.е. не соответствующим требованиям задания.

Столбчатые диаграммы, или *гистограммы* – это еще одно важное представление данных, которое учащиеся должны понимать и уметь использовать. Столбчатой диаграммой называется графическое изображение статистических данных в виде диаграммы, представленной столбцами, распределенными по количествен-

ному признаку. Столбчатые диаграммы полезны, когда нужно показать относительные суммы в различных категориях данных. Они помогают учащимся наглядно увидеть, какая категория имеет наибольшее или наименьшее количество. В столбчатой диаграмме используются столбцы одинаковой ширины для представления сумм в определенных категориях (или признаках) данных. Высота / длина столбцов отражает суммы в категориях данных. Чем выше столбец, тем больше количество данных в этой категории.

Столбики столбчатые диаграммы могут быть изображены горизонтально или вертикально. В горизонтальной столбчатой диаграмме категории перечислены на вертикальной оси диаграммы, а длины столбцов измеряются по горизонтальной оси диаграммы. Числа на горизонтальной оси — это значение измеряемой величины (длины / высоты и др.). В вертикальной столбчатой диаграмме, наоборот, категории представлены на горизонтальной оси, а шкала находится на вертикальной оси. В диаграммах обычно задают масштаб так, чтобы могли поместиться все данные. Далее приведено оба вида столбчатой диаграммы — горизонтальная и вертикальная, отображающие данные о любимом времени года, выбранном учащимися.





То, что столбчатая диаграмма включает в себя шкалу, делает чтение диаграммы более сложным, чем чтение пиктограммы, в которой учащиеся просто ведут счёт или вычисления, чтобы найти общее количество. Чтобы прочесть и понять информацию, представленную столбчатой диаграммой, учащиеся должны найти интересующую их категорию, а затем двигаться вертикально или горизонтально от верхушки столбца к шкале для нахождения соответствующего значения. Шкала в столбчатых приведенных диаграммах состоит из меток с шагом, равным 1 единице. Шкалы могут быть также с шагом 2, 5, 10, 20, 100, и т. д. единиц. Учащиеся должны практиковаться в чтении столбчатых диаграмм с различными шкалами, чтобы выработать уверенный навык работы с ними.

Другая трудность в работе со столбчатыми диаграммами состоит в том, что высота / длина столбцов может находиться между отметками на шкале. В этом случае делается приблизительный расчёт высоты / длины столбца, т.е. расстояние между числами на шкале оценивается «на глаз». Опять же, важен практический опыт работы с такими столбчатыми диаграммами, высоту / длину которых находят, сделав приблизительную оценку.

Учителя могут задавать такие же вопросы к столбчатым диаграммам, как и к пиктограммам: на чтение диаграммы, сложение и вычитание значений, соответствующих категорий на диаграмме. Например, к приведенной столбчатой диаграмме «Любимое время года» учителя могут задать следующие вопросы:

- Какое время года является самым любимым для большинства учащихся? (чтение диаграммы)
- Сколько учащихся выбрали весну как самое любимое время года? (чтение диаграммы)
- У скольких учащихся весна и лето любимое время года? (сложение)
- На сколько больше количество учащихся, выбравших лето, чем количество учащихся, выбравших зиму? (вычитание)

- Если каждый учащийся выбрал только 1 сезон, то сколько учащихся указали свое любимое время года? (сложение)

Учащиеся могут испытывать трудности, когда они впервые сталкиваются с диаграммами и учатся работать с ними. Ниже перечислены распространенные ошибки, которые могут допустить учащиеся.

- Учащиеся могут не обратить внимания на название категорий. Могут прочесть и выделить не ту информацию из диаграммы, что в свою очередь приведет к неправильному ответу на вопрос.
- При нахождении высоты / длины столбца учащиеся могут двигаться по горизонтали или вертикали к соответствующей шкале не по прямой линии и при этом неправильно прочитать значение высоты / длины. Использование линейки или листа бумаги может помочь учащимся правильно найти высоту / длину столбцов.
- В столбчатых диаграммах со шкалой, где шаг не равен единице, учащиеся могут не обратить внимания на записанные значения в шкале и найти количество, просто подсчитывая отметки на шкале. Следовательно, они могут получить неверный ответ.

Когда учащиеся знакомятся с таблицами, диаграммами и отвечают на вопросы к ним, они делают важные шаги на пути к развитию информационной грамотности. Ответы на вопросы к таблицам, пиктограммам и столбчатым диаграммам зависят от содержания информации, представленной в таблице или диаграмме, от того, связаны ли данные с вопросами из естественно-научной области, социальных наук, здравоохранения, экономики или др. «Статистики, как и математики, выявляют закономерности, но значение закономерностей зависит от содержания исследуемой области» (GAISE, 2017).



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2. ДИАГРАММЫ. ЧТЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ

Учителям предоставляется возможность использовать данные фрагменты примерных уроков для организации учебной деятельности учащихся с таблицами и диаграммами. Учащиеся читают таблицы и диаграммы, отвечают на вопросы, интерпретируя их смысл, сравнивая числовые значения данных различных категорий. Во фрагменте примерного урока 1 учащиеся работают с данными, представленными в виде таблиц. Во фрагменте примерного урока 2 учащиеся читают и интерпретируют информацию по данным, представленным столбчатыми диаграммами. Содержание этих двух фрагментов примерных уроков направлено на формирование статистического мышления учащихся.





**ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 1.
ДИАГРАММЫ. ЧТЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ**

Название / Тема: Таблицы

Целевые классы: 1–2

Цель деятельности: Учащиеся будут читать и выделять информацию, представленную в таблице.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: Чтение и извлечение необходимой информации, представленной в таблице, являются первичными навыками работы с данными; навыками анализа и обобщения, интерпретации и преобразования, применения и представления их в других формах. Процесс усвоения этих знаний и навыков способствует развитию статистической и информационной грамотности и является пропедевтикой для дальнейшего изучения этих курсов в основной школе.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ◆ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут читать и выделять информацию, представленную в таблице. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся.

- ◆ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в паре или в малой группе и дайте задание.
— *Дамир спросил у шести своих друзей, какие мультфильмы они любят. Полученные ответы он занёс в таблицу. Используя данные этой таблицы, ответьте на вопрос: «Какой из мультфильмов нравится большему количеству детей?»*

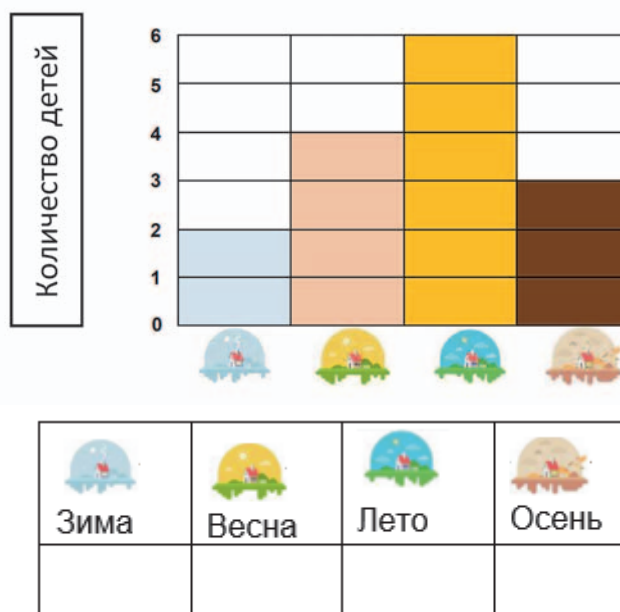
Имя ребенка	Названия мультфильмов		
	«Маша и медведь»	«Ледниковый период»	«Кунг-фу Панда»
Айдар			
Марат			
Эрик			
Ася			
Ринат			
Мира			

- **Совет учителю.** Заранее подготовьте большой плакат или слайд с таблицей. Вы можете сами провести это исследование. Учащиеся могут выбрать 1, или 2, или 3 мультфильма.
- ◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:
 - *Какой ответ вы получили?*
 - *Можете объяснить, почему вы решили, что это правильный ответ?*
- ◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда это задание было предложено кому-то из учащихся другой школы, был получен такой ответ: все дети любят мультфильм «Маша и медведь».
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с таким ответом? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему так было сказано?*
 - *Как вы объясните, что этот ответ является неправильным?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как были решены примеры.
 - Скажите: *таблица состоит из строк и столбцов, которые можно заполнить числами, знаками или графикой. Строка таблицы определяет содержимое каждой ячейки строки, а столбец — содержимое каждой ячейки столбца.*
 - *В строках таблицы показано, какой мультфильм любит каждый / каждая из друзей Дамира. Например, Марат любит мультфильмы «Маша и медведь» и «Кунг-фу Панда», а Мира — «Кунг-фу Панда» и т.д.*
 - *В столбцах таблицы дается информация о том, кто из друзей любит те или иные мультфильмы. Например, мультфильм «Маша и медведь» любят Марат, Ася и Ринат и т.д.*
 - *Теперь ответим на вопрос:*
 - *Какой из мультфильмов нравится большему количеству детей?*
 - *Смотрим на столбики и считаем рисунки: «Маша и медведь» любят трое, «Ледниковый период» — двое, а «Кунг-фу Панда» — четверо. Большинство детей любят мультфильм «Кунг-фу Панда».*
 - *Информацию обычно представляют в компактной и наглядной форме, такой как таблица. В таблицах информация может быть представлена числовыми данными, рисунками или другими знаками. При этом важно уметь читать, выделять и понимать эту информацию.*
- ◆ **Практика.** Предложите учащимся похожие задания из учебника, дополнительных пособий или на заранее подготовленных карточках. Они могут быть с тремя и более данными. Данные в задании могут рассматриваться с двух и более позиций.
 - **Уровень выше.** Дайте учащимся более сложные задания: 1) на чтение и выделение числовой информации из таблицы; 2) на рассмотрение данных с двух позиций. Например:
 - Папа купил Айдане большие и маленькие кубики. Она все данные о кубиках записала в таблицу. Заполните пустые строки таблицы, в наименовании «всего». Используйте эти данные, ответьте на вопросы:
 - *Каких кубиков больше всего, меньше всего (по размеру, по цвету)?*
 - *Сколько кубиков купил папа Айдане?*

- Что означают числа, которые вы записали в пустых строках таблицы? Объясните свой ответ.

Цвет кубиков	♦ Количество кубиков		
	большие	маленькие	всего
Красные	♦ 5	♦ 6	
Синие	♦	♦ 7	
Зеленые	♦ 8	♦ 2	
Всего			

- **Уровень соответствует.** Дайте учащимся задания на чтение и выделение числовой информации из таблицы. Например:
— У нескольких детей учительница спросила, какое у них любимое время года. Запишите в таблице, сколько детей голосовали за каждое время года. Используя таблицы, ответьте на вопросы:
 - Какое время года получило больше всего голосов?
 - Какое время года получило меньше всего голосов?
 - Сколько детей участвовали в голосовании?



- **Уровень ниже.** Дайте учащимся упражнения на чтение информации с меньшими данными в таблице. Например:
— Асель интересовалась разными видами пирогов и спросила у друзей, какие пироги они любят. Полученные данные она внесла в таблицу. Используя эти данные, ответьте на вопрос:
 - Какой пирог больше всего любят дети?

Имя	Пироги		
	Шоколадный	Творожный	Ягодный
Асель			
Мурат			
Сабина			
Дамир			




- Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку учащимся по мере необходимости. Задавайте такие вопросы:
 - *Какая информация представлены в строках, в столбцах таблицы?*
 - *Объясните, как вы получили этот ответ?*

Этап III. Оценивание результатов обучения

◆ Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание

- Попросите учащихся ответить на вопросы по данным из таблицы.
 - Саша спросил у членов своей семьи, какие фрукты они любят. Их ответы он записал в таблицу.

Член семьи	Названия фруктов		
	Яблоки	Груши	Бананы
Бабушка		+	+
Дедушка	+		
Мама	+		+
Папа		+	
Брат			+
Сестра	+		+

- Используя записи в таблице, ответьте на вопросы:
 - *Кто в этой семье любит груши?*
 - *Кто любит и яблоки, и бананы?*
 - *Сколько человек в этой семье любят яблоки?*
- Попросите учащихся показать:
 -  — если легко решили задачу;
 -  — если возникли затруднения с решением задачи;
 -  — если учащиеся не понимают задание и не знают, как его выполнить.
- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Подведите итоги, сказав учащимся, что информацию можно представить в таблице. Строки и столбцы таблицы можно заполнить числами, знаками или графикой. При этом важно уметь читать, выделять и понимать эту информацию.
- ◆ **Домашнее задание**
 - Дайте домашнее задание из учебника, дополнительных пособий.
 - Задания могут быть на чтение, выделение информации с тремя и более данными.
 - Учащимся, которые затрудняются, дайте таблицы с рисунками, где показаны два вида данных и учащимся следует посчитать и записать ответ.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. Он должен соответствовать цели урока.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 2. ДИАГРАММЫ. ЧТЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ

Название / Тема: Чтение столбчатых диаграмм

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: Учащиеся научатся выявлять числовые информации данные в столбчатых диаграммах.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: Чтение и понимание числовой информации, представленной в виде простейших диаграмм, являются первичными навыками в обучении анализу данных. Обучение этому в начальной школе будет основой для развития понимания связи математических понятий и явлений реального мира, для умения анализировать информацию и принимать обоснованные решения в различных жизненных ситуациях. Учебная деятельность, направленная на выполнение заданий по чтению диаграмм, является подготовкой к систематическому изучению содержательной линии «Элементы статистики» в основной школе.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

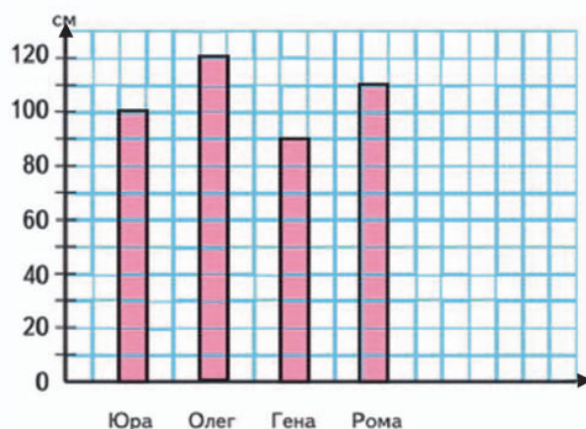
Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут работать со столбчатыми диаграммами, определять на столбчатых диаграммах числовые данные и объяснять их значение. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

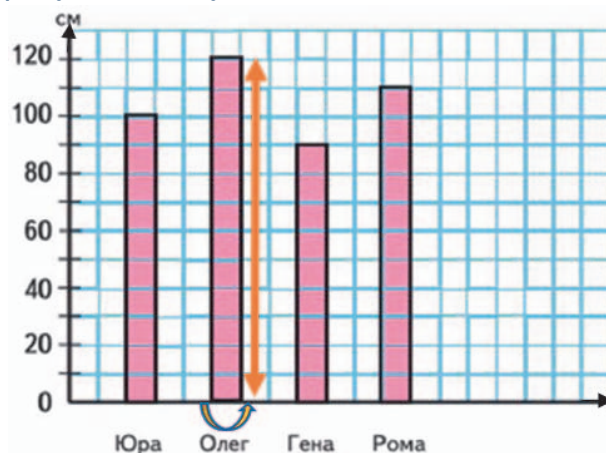
- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в паре или в малой группе и дайте задание.
 - — На диаграмме показаны результаты прыжков в высоту
 - четырех мальчиков, которые заняли 4 первых места.



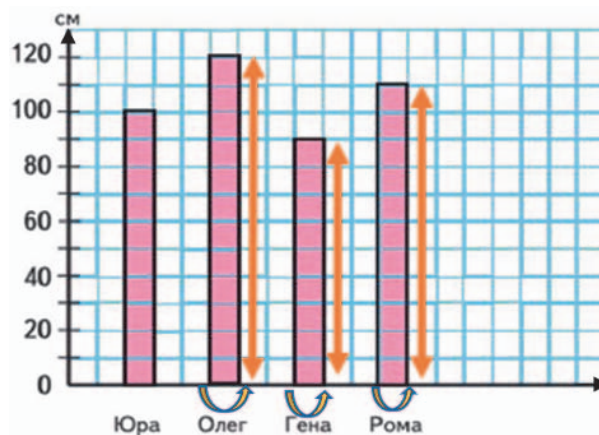
Используя, изображенную диаграмму, ответьте на вопросы:

- Кто из мальчиков занял первое место?
- Какую высоту удалось взять Роме? Юре?
- На сколько сантиметров прыжок Олега был выше, чем прыжок Гены?

- **Совет учителю.** Подготовьте заранее диаграмму на доске или найдите в учебнике, в дополнительных пособиях аналогичные задания.
- ◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:
 - *Как вы узнали, кто занял первое место?*
 - *Можете объяснить, как вы получили эти ответы?*
 - *Кто может поделиться другим способом решения?*
- ◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда это задание было предложено кому-то из учащихся другой школы, ответ был получен такой: первое место занял Юра.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с таким ответом? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему так было сказано?*
 - *Как вы объясните, что этот ответ является неправильным?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как были получены ответы.
 - Скажите:
 - *Диаграммы — это изображения, на которых данные (числовые значения измеряемых величин) представлены фигурами. Изображение чисел в форме прямоугольников называется столбчатыми диаграммами.*
 - *Для изображения числовых данных задают масштаб, на основе которого составляют диаграммы. При чтении диаграмм следует обратить внимание на масштаб. В нашей задаче за 10 см принята 1 клетка.*
 - Чтобы выполнить задание:
 - *Обращаем внимание на то, что на горизонтальной оси отмечены имена четырех мальчиков, а на вертикальной оси - результаты прыжков в высоту.*
 - *Видим, что самый высокий столбик находится по горизонтальной оси на отметке «Олег», а по вертикальной оси высота столбика достигает отметки 120.*
 - *Высокие результаты у Олега — 120 см, и он занял 1-ое место.*

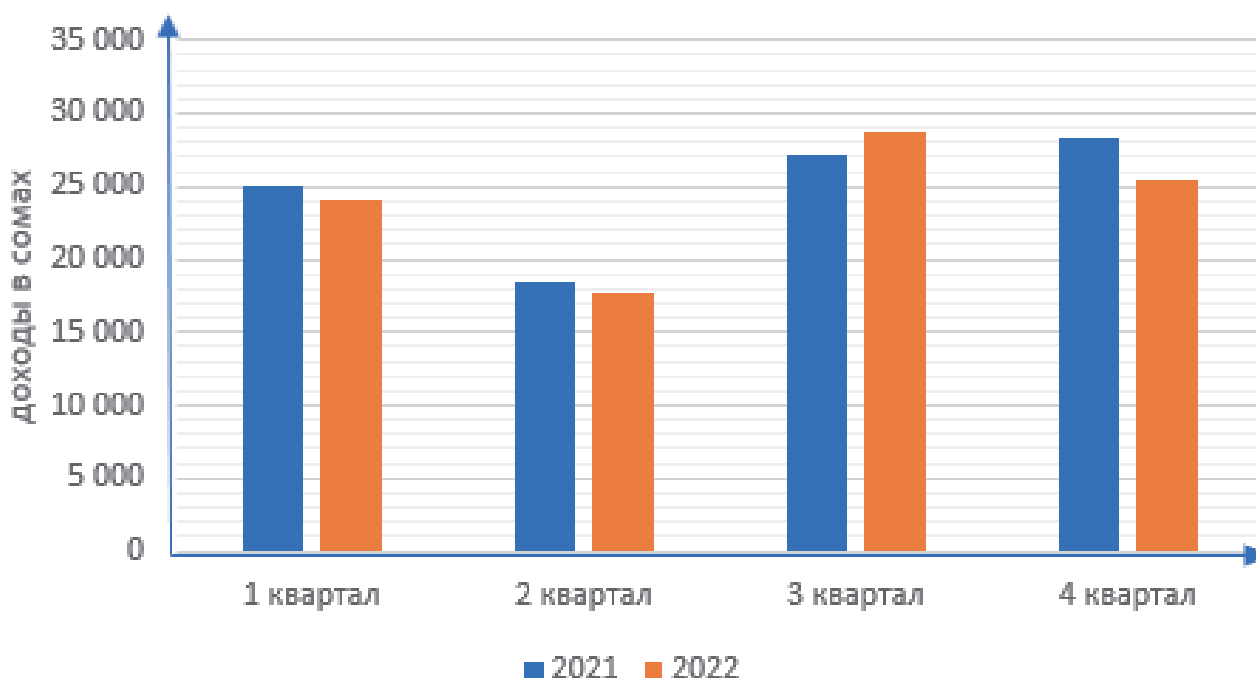


- *Таким же способом находим результаты Ромы и Юры; Рома — 110 см, Юра — 100 см.*

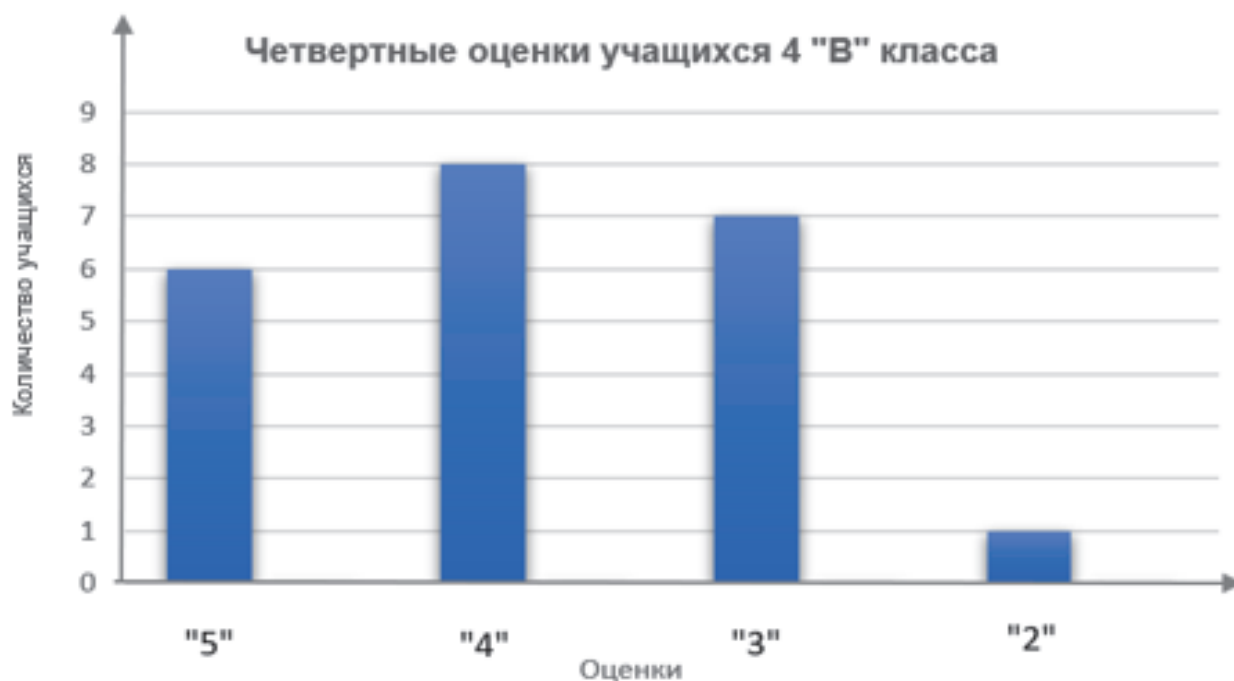


- Для того, чтобы узнать, на сколько сантиметров прыжок Олега был выше, чем прыжок Гены, можно посчитать клетки по вертикали от вершины столбика Гены до вершины столбика Олега. Их 3. Учитывая масштаб, определяем: 3 клетки равны 30 см. Или, определив результаты прыжков Олега и Гены по столбчатой диаграмме, составляем выражение $120 - 90 = 30$ (см).
 - Важно помнить, что столбчатые диаграммы — один из способов наглядного представления чисел. Используя высоты столбчатых диаграмм, можно сравнить значения нескольких величин.
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся выполнить похожие задания из учебника, дополнительных источников или на заранее подготовленных карточках на чтение информации по столбчатым диаграммам.
- **Уровень выше.** Дайте задание учащимся на чтение и анализ столбчатых диаграмм. Например:
 - На диаграмме приведены доходы продуктового магазина за два года. Рассмотрите диаграмму, сравните доходы магазина по кварталам и устно опишите их. Ответьте на вопросы:
 - В каком году и квартале наибольший (наименьший) доход получил продуктовый магазин?
 - В какое время года идет снижение (повышение) прибыли магазина?
 - Какая сумма в сомах (число) чаще встречается в этой диаграмме?
 - Какую прибыль получил магазин за каждый год?
 - В каком году доход был большой и на сколько, чем в другом году?
 - Что вы можете сказать о доходах этого магазина на следующий год?

Диаграмма доходов с продаж



- **Уровень соответствует.** Дайте задание учащимся на чтение столбчатых диаграмм. Например:
— На диаграмме показаны четвертные оценки по математике учащихся 4 «В» класса. Рассмотрите диаграмму и ответьте на вопросы.

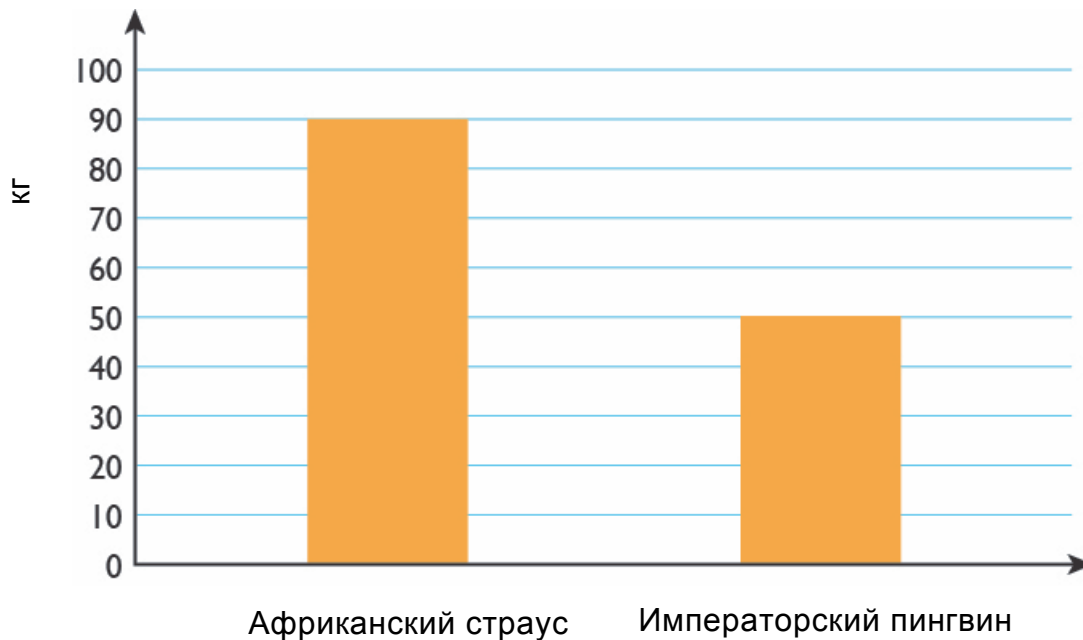


- У скольких учащихся самый лучший результат?
- Самый худший результат?
- Какая оценка у большинства учащихся?
- Сколько всего учащихся учатся в этом классе?
- **Уровень ниже.** Дайте учащимся менее сложные задания на чтение простейших столбчатых диаграмм. Например:

— Используя столбчатую диаграмму ответьте на вопросы:

- *Какая масса у африканского страуса?*
- *Сколько весит императорский пингвин?*

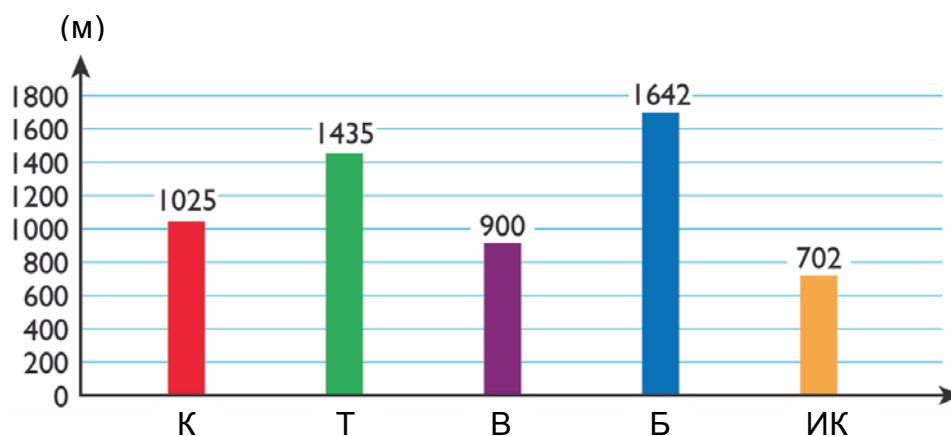
Вес (масса) страуса и пингвина






- Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы:
 - *Какая информация располагается на горизонтальной оси, на вертикальной оси?*
 - *Объясните, как вы получили этот ответ?*

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка** / Неформальное формирующее оценивание
 - Попросите учащихся выполнить задание в парах. Подготовьте на доске заранее столбчатую диаграмму и дайте задание.
 - *На столбчатой диаграмме показана глубина озер: Каспийское море-озеро, Танганьика, Восток, Байкал, Иссык-Куль.*
 - С помощью столбчатой диаграммы ответьте на вопросы:
 - *Назовите самое глубокое из этих озер. Чему равна его глубина?*
 - *На сколько метров озеро Байкал глубже озера Восток?*
 - *На сколько метров глубина Каспийского моря-озера меньше глубины озера Танганьика?*



- Попросите учащихся показать:
 -  — если легко решили задачу;
 -  — если возникли затруднения с решением задачи;
 -  — если учащиеся не понимают задание и не знают, как его выполнить.
- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Подведите итоги. Скажите: используя таблицы и диаграммы, можно выявить числовую информацию, объяснить ее значение, сравнить несколько значений величин.
- ◆ **Домашнее задание**
 - Дайте домашнее задание из учебника.
 - Задания могут быть на чтение, понимание и сравнение числовой информации на столбчатых диаграммах.
 - Учащимся, которые затрудняются, дайте упражнения на чтение простейших столбчатых диаграмм из двух числовых данных.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. И должен соответствовать целям урока.





ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: АНАЛИЗ ПИКТОГРАММ И СТОЛБЧАТЫХ ДИАГРАММ ДЛЯ ДОПОЛНЕНИЯ НЕДОСТАЮЩИМИ ДАННЫМИ

Поскольку визуальные способы представления данных включают в себя как таблицы, так и диаграммы, учащимся следует понимать, что один и тот же набор данных может быть представлен двумя способами — в таблице и на диаграмме. Учащиеся определяют связь между таблицами и диаграммами в ходе выполнения следующих подобных упражнений:

- ◆ заполните таблицу, используя диаграмму;
- ◆ сравните данные, представленные в таблице и на диаграмме;
- ◆ заполните недостающими данными таблицу для представления данных на диаграмме.

При сравнении данных в таблицах и диаграммах учащимся следует соотносить данные в диаграмме с данными в строках и столбцах таблицы. В приведенном далее примере показано, как учащиеся могут использовать информацию, представленную в виде пиктограммы, для заполнения таблицы о количестве времени, проведенного учащимся на открытом воздухе в течение одной недели.



Ключ: 1  = 10 минут

День	Время, проведенное на открытом воздухе (мин)
Понедельник	60
Вторник	30
Среда	40
Четверг	60
Пятница	50

Категории ↑

Числовые значения ↑

В этом примере категории в пиктограмме представлены в строке, а в таблице — в столбце, поэтому учащиеся сначала определяют соответствие между категориями на диаграмме и категориями в таблице. Затем преобразовывают графическое представление данных пиктограммы в числовое представление в таблице путем подсчета символов с использованием ключа.

В следующем примере показано, как учащиеся связывают информацию, представленную на столбчатой диаграмме и в таблице, чтобы дополнить таблицу данными о различных транспортных средствах, увиденных во время поездки.



Категории

Категории

Вид транспорта	Легковое авто	Грузовик	Самолет	Поезд	Велосипед
Количество увиденных транспортных средств	12	8	1	4	8

Числовые значения

В этом примере категории, как в столбчатой диаграмме, так и в таблице, расположены в строках, поэтому учащимся легче сопоставить их. Учащиеся прочтывают диаграмму, определяя значения, соответствующие высотам столбцов, а затем записывают каждое число в соответствующий столбец таблицы.

Как только учащиеся освоят составление таблиц, используя данные на пиктограммах и столбчатых диаграммах, они смогут перейти к дополнению как таблиц, так и диаграмм недостающей информацией. Учащиеся могут прочитать диаграмму и использовать ее данные, чтобы дополнить таблицу недостающей информацией / данными. А также, прочитав таблицу, использовать ее данные для дополнения пиктограммы символами или определить высоту / длину столбцов, чтобы достроить столбчатые диаграммы.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4. АНАЛИЗ ПИКТОГРАММ И СТОЛБЧАТЫХ ДИАГРАММ ДЛЯ ДОПОЛНЕНИЯ НЕДОСТАЮЩИМИ ДАННЫМИ

Во фрагментах примерных уроков 3 и 4 учащиеся будут работать с данными, представленными в таблицах и диаграммах. Они узнают, как эти данные соотносятся между собой. Учащиеся будут читать диаграммы, извлекать числовую информацию, дополнять таблицы недостающими данными, а затем отвечать на вопросы, поставленные в задаче. Во фрагменте примерного урока 3 учащиеся работают с пиктограммами, а во фрагменте примерного урока 4 — со столбчатыми диаграммами. В обоих уроках учащиеся переходят от заполнения таблицы недостающей информацией на основании данных диаграммы к более сложной задаче — дополнения диаграммы недостающей информацией, используя таблицу.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3.
АНАЛИЗ ДИАГРАММЫ. ДОПОЛНЕНИЕ НЕДОСТАЮЩИМИ ДАННЫМИ

Название / Тема: Пиктограммы

Целевые классы: 1–2

Цель деятельности: Учащиеся будут читать, извлекать и обрабатывать числовую информацию, представленную в виде пиктограммы.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: Пиктограмма – это письменный знак в виде рисунка, изображающий предметы и понятия, данный без пояснений, служащий для независимой от языка передачи информации. Навыки чтения и дополнения недостающими данными необходимы для изучения элементов статистики в основной школе, на уроках информатики, для использования в реальных жизненных ситуациях.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

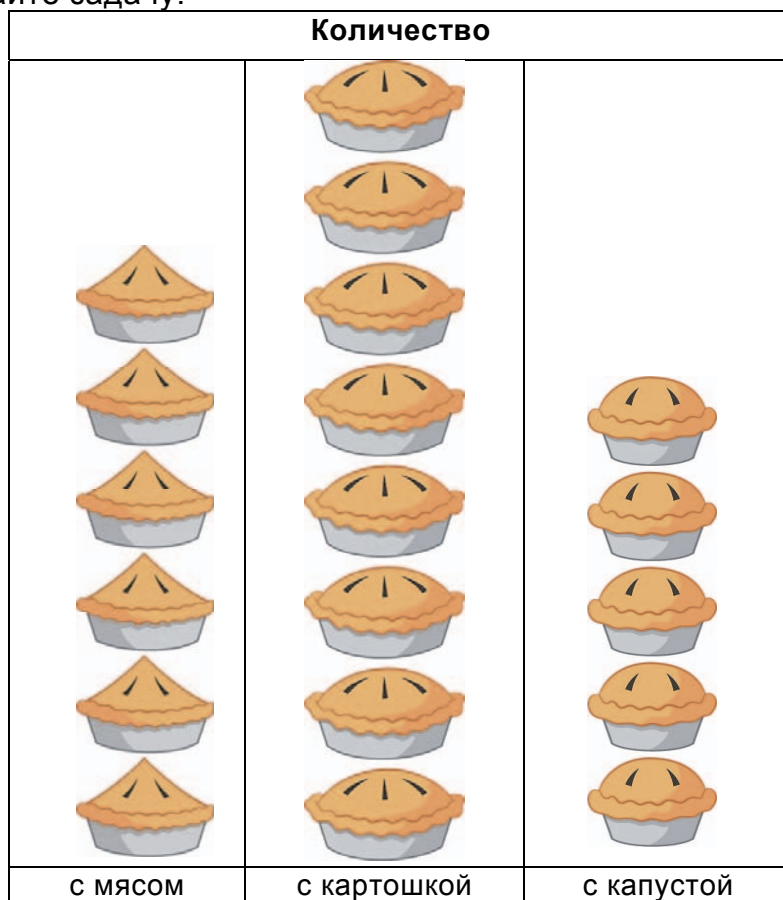
Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут решать задачи, в которых числовые данные для решения представлены в виде пиктограммы. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Предложите учащимся поработать в паре или в малой группе и дайте задачу:



— Бабушка испекла пирожки с мясом, с картофелем и капустой. Используя пиктограмму, заполните таблицу и ответьте на вопрос.

Пирожки			
Количество	с мясом	с картофелем	с капустой
		?	?

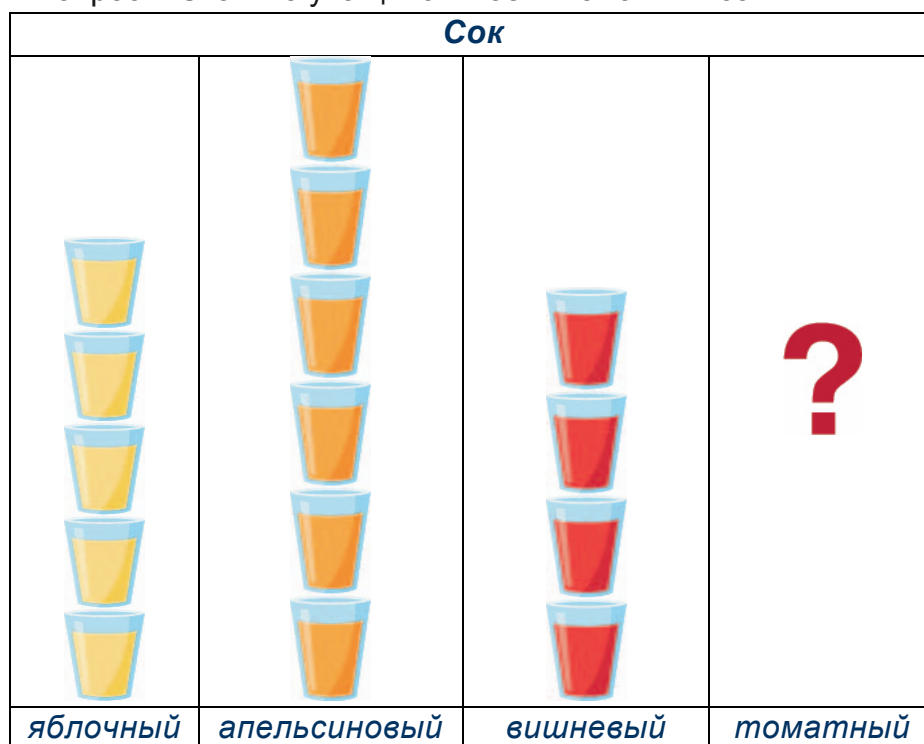
- *Каких пирожков бабушка испекла больше всех?*
 - **Совет учителю.** Подготовьте заранее на доске или плакате пиктограмму по условию задачи и карточку с таблицей для заполнения её учащимися.
- ◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:
 - *Как вы узнали ответ на вопрос: Каких пирожков бабушка испекла больше всех?*
 - *Можете объяснить, как вы получили такой ответ?*
- ◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда эта задача была предложена кому-то из учащихся другой школы, был получен ответ: больше всех бабушка испекла пирожков с мясом.
 - Спросите учащихся:
 - Вы согласны с или не согласны? Почему?
 - Как вы думаете, почему был получен такой ответ?
 - *Как вы объясните, что этот ответ является неправильным?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.
 - Скажите: *условие задачи дано в виде пиктограммы значками-рисунками пирожков. Человеку легче понять изображение, чем текст. Поэтому мы быстрее воспринимаем такую информацию (не нужно тратить время на прочтение: увидел картинку и понял).*
 - *Чтобы решить задачу, обращаем внимание на то, что пирожки с разной начинкой, изображенные на пиктограмме, имеют разную форму. Читаем, что написано под столпками. Под первой написано «с мясом». Во второй столпке находятся пирожки с картофелем, а в третьей – пирожки с капустой.*
 - *Пересчитав пирожки в каждой столпке, запишем в таблице: число 6 в столбике «с мясом», 8 — «с картофелем» и 5 — «с капустой».*
 - *Сравниваем полученные числа и устанавливаем, что большее из них — 8 и соответствует количеству пирожков с картофелем. Значит, бабушка испекла больше всего пирожков с картофелем. Ответ: 8 пирожков с картофелем.*
 - *Можно найти количество всех пирожков, которые испекла бабушка, посчитав все пирожки на рисунке или составив выражение по найденным числовым данным: $6 + 8 + 5 = 19$ (пирожков).*
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся выполнить похожие задания из учебника или предложите им пиктограммы, изображенные на плакатах или карточках.
 - **Уровень выше.** Дайте задание учащимся на чтение пиктограмм, в которых нужно воспользоваться полученной из них информацией для решения задач. Например:

1. В 4 классах 38 учащихся занимаются в музыкальных кружках. На пиктограмме приведены данные о количестве учащихся, которые учатся играть на том или ином инструменте. Рассмотрите пиктограмму и ответьте на вопросы:

- За какой инструмент отдали больше всего голосов?
- За какой инструмент отдали пять голосов?
- Насколько больше голосов получила гитара, чем барабан?
- Сколько голосов было отдано за пианино и флейту вместе?





2. В классе всего 20 учащихся. Азамат провел опрос «Какой сок ты любишь?» Результаты опроса приведены на пиктограмме. Каждый учащийся любит только один вид сока. Рассмотрите рисунок и ответьте на вопрос: «Сколько учащихся любят томатный сок?»




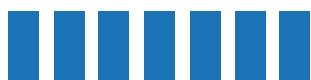


- **Уровень соответствует.** Дайте задание учащимся на заполнение таблицы и дополнение пиктограммы. Например:

— Федор попросил учителя физкультуры провести на уроке самую любимую в классе игру. В таблице записаны результаты опроса учащихся этого класса. Определите, какая игра нравится большему количеству учащихся? Дополните пиктограмму по таблице и таблицу по пиктограмме.

<i>Название игр</i>	<i>Количество учащихся</i>
<i>догонялки</i>	
<i>прятки</i>	9
<i>фиалка</i>	8

		
<i>догонялки</i>	<i>прятки</i>	<i>фиалка</i>
<i>Каждый</i>  <i>= 1 ученик</i>		

- **Уровень ниже.** Дайте учащимся задачи на простую обработку информации, считанную с пиктограммы. Например:
 - В таблице дана пиктограмма с папками для документов в шкафу.
 - Папок какого цвета больше всего?
 - Каких меньше всего?
 - Сколько всего папок в шкафу?

Красная	
Синяя	
Зеленая	
Черная	




- Пока ученики работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку учащимся по мере необходимости. Задавайте такие вопросы:
 - Что показывает этот столбик (строка) с пиктограммами?
 - Объясните, как вы получили этот ответ?

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание**
 - Попросите учащихся выполнить задание и поделиться своим решением с соседом по парте: ответьте на вопросы по пиктограмме.
 - Сколько человек любят яблоки?

- На сколько человек больше любят яблоки, чем бананы?
- Сколько всего человек участвовало в опросе?



- Попросите учащихся показать:
 -  — если легко решили задачу;
 -  — если возникли затруднения с решением задачи;
 -  — если учащиеся не понимают задание и не знают, как его выполнить.
- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Подведите итоги, сказав учащимся, что пиктограммы помогают человеку представить информацию компактно. Очень большой объём информации легко кодировать, зашифровывать и хранить.
 - Умение считывать информацию на пиктограммах — информационных, медицинских, олимпийских, дорожных знаках и т.д. — необходимо в реальных жизненных ситуациях.
 - Используя пиктограммы, можно получить необходимую числовую информацию, сравнить несколько значений величин, использовать полученные данные при решении задач.
- ◆ **Домашнее задание**
 - Дайте домашнее задание из учебника или на карточках.
 - Задания могут быть на получение числовых данных из пиктограмм, необходимых для решения задач.
 - Учащимся, которые затрудняются, дайте упражнения на чтение несложной информации на пиктограмме.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. И должен соответствовать целям урока.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 4. АНАЛИЗ ДИАГРАММЫ. ДОПОЛНЕНИЕ НЕДОСТАЮЩИМИ ДАННЫМИ

Название / Тема: Чтение диаграмм

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: Учащиеся будут читать несложные столбчатые диаграммы, таблицы, объяснять смысл числовой информации и дополнять таблицы и диаграммы недостающими данными.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: Чтение диаграмм развивает умение работать с информацией: выделять, анализировать, дополнять, представлять информацию в наглядной форме и использовать для принятия решений. Все это является важными навыками, как жизненными, так и математическими.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

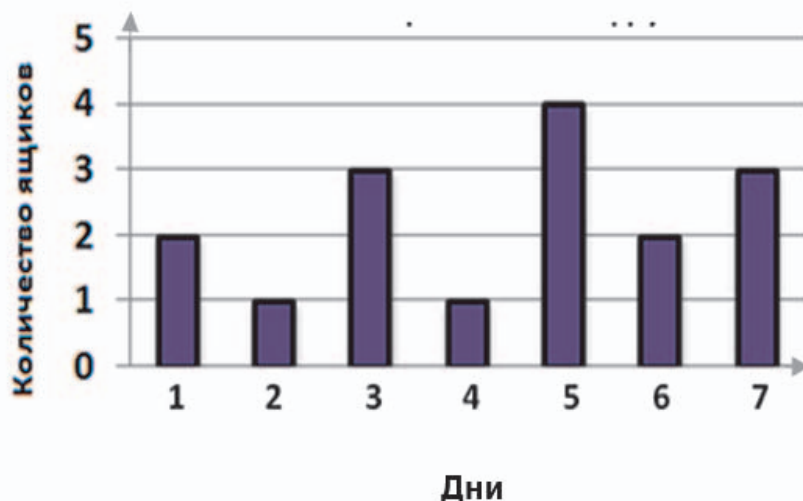
Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут заполнять таблицы числовыми данными, полученными из диаграммы, и дополнять диаграммы на основе данных в таблице. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в паре или в малой группе и дайте задание.
— *Каждый день на ферму привозят ящики с фруктами и складывают в стопки. Количество привезенных ящиков с фруктами показано на диаграмме.*

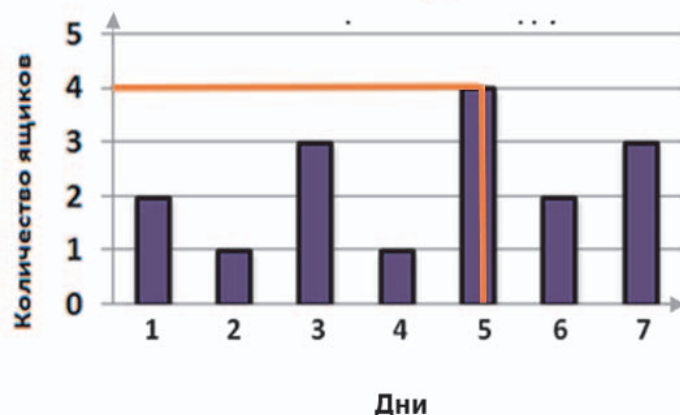


- ♦ *Количество ящиков записывают в журнал. Определите, сколько ящиков с фруктами привезли в пятый и седьмой дни.*

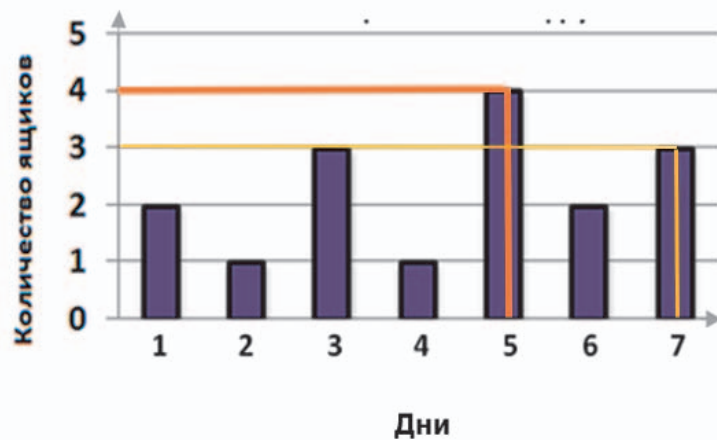
Дни	1	2	3	4	5	6	7
Ящики	2	1	3	1		2	

- **Совет учителю.** Повесьте на доске заранее подготовленный плакат с диаграммой или покажите ее на интерактивной доске.

- ◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - Наводящие вопросы:
 - *Какой ответ вы получили?*
 - *Можете показать, как вы нашли эти ответы?*
 - **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда это задание было предложено кому-то из учащихся другой школы, ответ был такой: 5 и 7.
 - Спросите учащихся:
 - Вы согласны или не согласны? Почему?
 - Как вы думаете, почему так было сказано?
 - *Как вы объясните, что такой ответ является неправильным?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как были решены примеры.
 - Скажите: *чтобы определить, сколько ящиков с фруктами привезли в пятый и седьмой дни, сделаем следующие действия:*
 - *Прочитаем данные в таблице.*
 - *Мы видим, что первый день на ферму привезли 2 ящика фруктами, во второй день — 1 ящик, далее в третий и четвертые дни — 3 и 1 ящик соответственно, а в шестой день привезли 2 ящика.*
 - *Соотносим эти данные с тем, что изображено на диаграмме.*
 - *На диаграмме числа на горизонтальной оси показывают порядок дней.*
 - *Числа на вертикальной оси — количество привезенных ящиков с фруктами.*
 - *Данные на диаграмме соответствуют данным в таблице.*
 - *Теперь по диаграмме определим, сколько ящиков с фруктами привезли в пятый и седьмой дни.*
 - *Находим на горизонтальной оси число 5 и определяем, какому числу соответствует высота — верхнее положение столбика в диаграмме. (Числу 4).*



- *Таким образом мы определили, что в пятый день на ферму привезли 4 ящика с фруктами.*
- *Таким же способом находим, сколько ящиков привезли в седьмой день.*



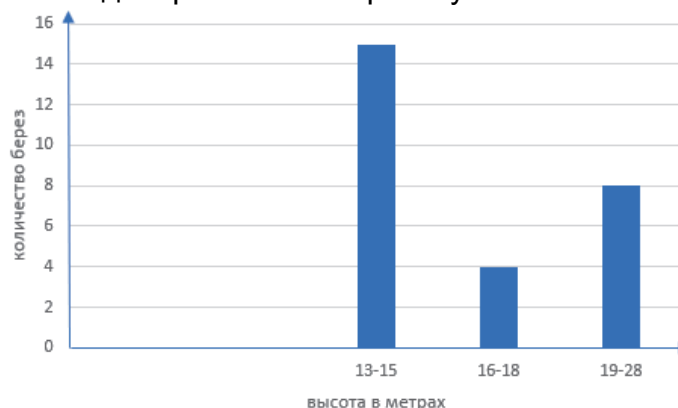
- Дополним таблицу числовыми данными, полученными из диаграммы.

Дни	1	2	3	4	5	6	7
Ящики	2	1	3	1	4	2	3

- Важно помнить, что диаграмму можно читать, извлекать из нее информацию и использовать эту информацию для того, чтобы делать выводы.
- ♦ **Практика.** Предложите учащимся аналогичные задания из учебника, из дополнительных пособий и попросите их выполнить. Задания могут быть на заполнение таблицы числовой информацией, взятой из диаграммы, и на дополнение диаграммы на основе данных в таблице.
- **Уровень выше.** Дайте учащимся более сложные задания на построение диаграммы по данным из таблицы. Например:
— В лесопосадке растет 59 берез. Их высота представлена в следующей таблице:

Высота (м)	5-9	10-12	13-15	16-18	19-28
Количество берез	14	18	15	4	8

По этим данным достройте гистограмму и ответьте на вопросы.

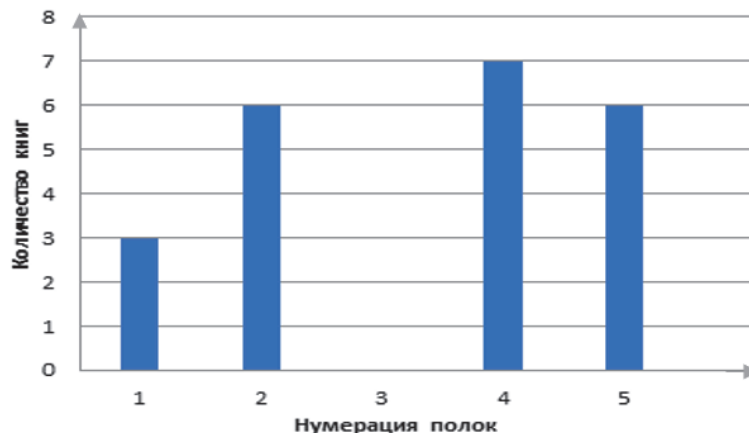


- Высота скольких берез находится в интервале от 13 метров до 15?
- Укажите столбик, который изображает высокие березы. Какой рост у самой высокой березы?
- Сколько берез не выше 12 метров?
- **Уровень соответствует.** Дайте учащимся задания на заполнение таблицы данными, полученными из диаграммы. Например:

- Определите масштаб на диаграмме. Используя диаграмму участников конкурса выразительного чтения, заполните таблицу. Дополните столбчатую диаграмму данными, которые показывают количество учащихся 4-х классов, участвующих в конкурсе выразительного чтения, на основе числовых данных в таблице.



- На рисунке дана диаграмма распределения книг на полках. Дополните числовыми данными таблицу на основе данных диаграммы. Дополните столбчатую диаграмму данными, которые показывают количество книг на третьей полке, на основе числовых данных в таблице.



Полки	1	2	3	4	5
Количество книг	3		5		

- **Уровень ниже.** Дайте учащимся несложные задания на заполнение таблицы двумя данными. Например:
 - На диаграмме показано количество заданий, выполненных первоклассниками за учебный год.



- Определите по диаграмме, сколько заданий и какие выполнили первоклассники, и заполните таблицу.

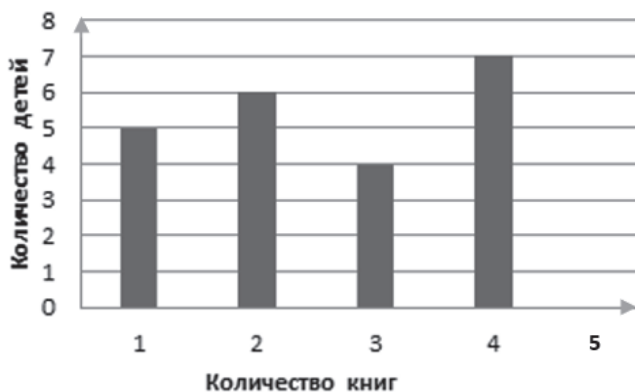
Виды заданий	Задания на сумму	Задания на разность
Количество заданий		

Этап III. Оценивание результатов обучения

♦ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание**

- Подготовьте заранее карточку с диаграммой и таблицей. Раздайте учащимся карточки с заданием.

— Диаграмма показывает количество книг, прочитанных учащимися за время каникул. Определите по диаграмме, сколько учащихся прочитали по 1 книге; по 2 книги; по 3 книги; по 4 книги. Заполните таблицу, затем дополните столбчатую диаграмму данными о количестве детей, прочитавших по 5 книг.



Количество книг	1	2	3	4	5
Количество детей					2

- Попросите учащихся показать:



— если легко решили задачу;



— если возникли затруднения с решением задачи;



— если учащиеся не понимают задание и не знают, как его выполнить.

- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.

♦ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении. Подведите итоги, сказав, что сегодня они научились читать диаграмму, заполнять таблицы по диаграмме и дополнять диаграммы по числовым данным.

- Важно помнить, что эти навыки нужны учащимся для дальнейшего обучения и в повседневной жизни.

♦ **Домашнее задание**

- Дайте домашнее задание из учебника, дополнительных пособий.

- Задания могут быть на заполнение числовыми данными таблицы на основе диаграммы и дополнение диаграммы по числовым данным, представленным в таблице.
- Учащимся, которые затрудняются, дайте задание на заполнение таблицы двумя данными по готовой диаграмме.
- Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. И должен соответствовать целям урока.





ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: ПОСТРОЕНИЕ ПИКТОГРАММ И СТОЛБЧАТЫХ ДИАГРАММ

После того как учащиеся научатся интерпретировать диаграммы и дополнять диаграммы и таблицы недостающими данными, они могут перейти к более сложной задаче — построению диаграмм. Важно, чтобы учащиеся узнали, что диаграммы строят в качестве опоры для того, чтобы помочь ответить на вопросы и решить задачи. «Диаграммы позволяют детям обобщить то, что они узнали, а построение диаграмм дает им возможность представить и обсудить свои выводы» (The Institute of Education Sciences, 2013). Учащиеся лучше понимают построение диаграмм, когда они рассматривают вопрос, на который можно ответить, используя данные. Они могут собрать данные, использовать их для построения диаграммы, а затем найти ответ на первоначально заданный им вопрос, используя построенную диаграмму.

Учителя могут применить приведенные далее шаги (прогресс в развитии навыков), чтобы помочь учащимся развивать умение в построении диаграмм.

- ◆ Построение диаграммы на основе проведенного опроса среди учащихся в классе и использования карточек для записей, чтобы представить ответ каждого учащегося. Например, столбчатая диаграмма может быть построена на доске путем наклеивания самоклеящихся листочков для представления ответов учащихся на вопрос: «Какой фрукт вы любите больше всего?».



- ◆ Построение диаграммы, отражающей категории данных. Например, учащиеся составляют таблицу подсчета количества солнечных дней, пасмурных дней и дождливых дней в одном месяце. Затем они используют эти данные для построения пиктограммы, выбирая какой-то символ для представления количества ответов в каждой категории данных.
- ◆ Построение диаграммы по категории, используя столбчатую диаграмму. Одним из примеров такой работы может быть сортировка учащимися набора фигур, вырезанных из бумаги и их группировка по количеству сторон. Затем они строят диаграмму, отражающую общее количество фигур с тремя сторонами, четырьмя сторонами и т. д., где в столбцах указано количество фигур в каждой категории.

Распространенные ошибки учащихся при создании пиктограмм	Распространенные ошибки учащихся при создании столбчатых диаграмм
Учащиеся используют неверное количество символов для представления данных в пиктограмме	Учащиеся рисуют столбцы на диаграммах неправильной высоты или длины
Учащиеся используют различные размеры или формы символов в пиктограмме	Учащиеся неправильно выбирают соответствующие оси на диаграммах для размещения шкалы и категории
Учащиеся предусматривают ключ, но неправильно применяют его при размещении символа на пиктограмме	Учащиеся выбирают шкалу, но неправильно применяют ее при построении столбцов
Учащиеся забывают предусмотреть ключ для пиктограммы	Учащиеся выбирают неверную шкалу, а столбцы строят слишком высокими или слишком низкими



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6. ПОСТРОЕНИЕ ПИКТОГРАММ И СТОЛБЧАТЫХ ДИАГРАММ

Во фрагментах примерных уроков 5 и 6 учащиеся строят диаграммы, используя данные, представленные в таблицах. Фрагмент примерного урока 5 дает возможность учащимся практиковаться в построении пиктограмм. Во фрагменте примерного урока 6 учащиеся осваивают шаги по построению столбчатых диаграмм. В обоих уроках учащиеся отвечают на вопросы, касающиеся данных, руководствуясь построенной диаграммой.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 5. ПОСТРОЕНИЕ ДИАГРАММ

Название / Тема: Составление пиктограммы

Целевые классы: 1–2

Цель деятельности: Учащиеся будут составлять пиктограммы, используя числовые данные.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: Задания на составления пиктограмм направлены на формирование навыков анализа и систематизации данных. Эти математические понятия и умения являются основой изучения других способов представления данных и их анализа.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ◆ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они научатся составлять пиктограммы. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ◆ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в паре или в малой группе и дайте задание.

— *Учительница предоставила учащимся полученные отметки по математике в течение I четверти. У Акматова Нурбека отметки были следующие:*

Акматов Н.	△	□	☆	□	☆	☆	△	□	☆	□	□
------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

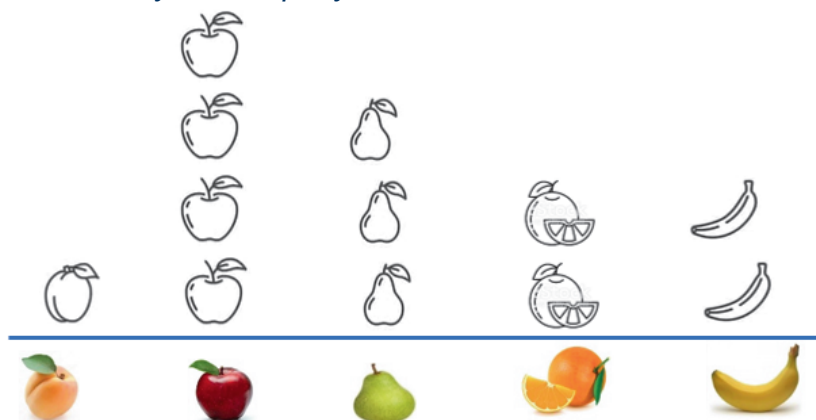
Составьте пиктограмму отметок Нурбека. Для этого сгруппируйте все отметки, как показано на рисунке.



- **Совет учителю.** Заранее подготовьте карточки для составления пиктограммы оценок Нурбека и раздайте учащимся.
- ◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться своими пиктограммами и объяснить, как они составили ее.
 - Наводящий вопрос:
 - *Как вы решили, сколько «□» и «△» нужно нарисовать?*
- ◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда это задание было предложено кому-то из учащихся другой школы, было сделано так:

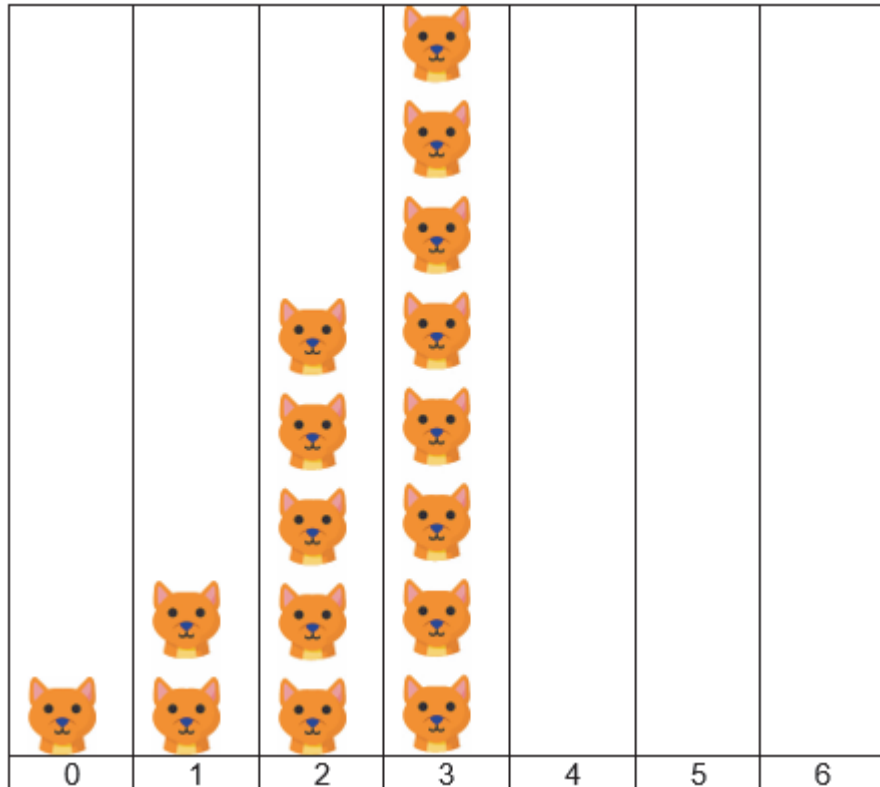


- Спросите учащихся:
 - Вы согласны или не согласны? Почему?
 - Как вы думаете, почему так было сделано?
 - Как вы объясните, что такой ответ является неправильным?
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как было выполнено задание. Скажите учащимся, что сейчас они вместе составят еще одну пиктограмму. На доске прикрепите карточки с наиболее естественным изображением фруктов. В ходе урока учащимся предложите карточки со знаковым изображением фруктов — пиктограммы.
 - Скажите: *Мы построим пиктограмму ваших любимых фруктов. Для этого сделаем следующее.*
 - *Перед нами лежат карточки с изображениями фруктов.*
 - *Мы выбираем карточку с любимым фруктом и прикрепляем ее на доске, по-верх соответствующего рисунка.*



- Задайте вопросы по составленной пиктограмме:
 - *Сколько детей любят груши? Бананы?*
 - *Какой фрукт любят больше всего дети?*
 - *Какие фрукты любят равное количество детей?*
 - *Важно:*
 - *Мы получили изображение, показывающее количественный признак любимых фруктов.*
 - *Этот рисунок позволил нам наглядно сравнить данные. Количество детей, которых больше всего и которые любят какой-то фрукт, например яблоко. Количество детей, которых меньше всего и которые любят какой-то фрукт, например абрикос.*
 - *Для этого мы использовали знаковые изображения фруктов.*
 - *Знак или символ, который используется для обозначения предмета, называется пиктограммой. Пиктограмма — это один из способов представления числовой информации. Пиктограмма позволяет наглядно увидеть сравниваемые значения величин и помогает определить наибольшее, или наименьшее из них, или равное количество.*

- *В окружающей действительности с помощью пиктограмм можно представить информацию так, чтобы ее понял любой человек. Например, дорожные знаки, изображения на рабочем столе компьютера, телефона и др.*
- ♦ **Практика.** Предложите учащимся похожие задания из учебника, дополнительных пособий или на заранее заготовленных карточках. Задания могут быть с тремя и более данными.
 - **Уровень выше.** Дайте учащимся более сложные задания на составление пиктограммы и на ее анализ.
 - На рисунке показано количество животных, живущих в семьях. Дополните таблицу по рисунку и достройте пиктограмму по данным в таблице.



Число семей	0	1	2	3	4	5	6
Число животных					5	3	1

- Сколько семей имеет больше 5 животных? равным 5 животным? меньше 5 животных?
- Сколько всего семей имеет (не имеет) животных?
- Какое количество животных, живущих в семьях, наибольшее (наименьшее)?
- **Уровень соответствует.** Дайте учащимся задания на составление пиктограммы. Например:
 - В магазин привезли игрушки: машинки, мячики, юлу и утят.



- Составьте пиктограмму. Для этого поместите изображения игрушек (или нарисуйте) над соответствующими отметками названий игрушек.



- Используя пиктограмму, ответьте на вопросы:





- *Каких игрушек больше?*
- *Есть ли игрушки с равным количеством?*
- *Сколько утят привезли в магазин?*
- **Уровень ниже.** Дайте учащимся более простые задания на чтение готовых пиктограмм и попросите ответить на вопросы.

машинка	мяч	юла	утёнок

- *Сколько машинок привезли в магазин?*
- *Каких игрушек больше всего?*
- *На сколько мячиков больше, чем утят?*

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка** / Неформальное формирующее оценивание
 - Скажите: *Пиктограмма, приведенная ниже, показывает, как распределяются дни рождения учащихся 2 «Б» класса по временам года. Попросите учащихся показать на пальцах ответы на следующие вопросы:*
 - *Сколько учащихся будут отмечать свой день рождения летом? Весной? Зимой? Осенью?*
 - *В какое время года больше дней рождения и на сколько?*

			
зима	весна	лето	осень

- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Подведите итоги, сказав учащимся, что пиктограмма — это один из способов представления числовой информации. Пиктограмма позволяет наглядно увидеть сравниваемые значения величин и помогает определить наибольшее, или наименьшее из них, или равное количество.
- ◆ **Домашнее задание**
 - Дайте домашнее задание из учебника, дополнительных пособий или на заранее заготовленных карточках.
 - Задания могут быть на составление пиктограммы по известным данным.
 - Учащимся, подготовленным лучше, можно предложить составить пиктограммы из трех числовых данных и более.
 - Учащимся, которые затрудняются, дайте задание на чтение готовых пиктограмм.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. И должен соответствовать целям урока.





ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 6. ПОСТРОЕНИЕ ДИАГРАММ

Название / Тема: Построение столбчатые диаграммы

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: учащиеся будут строить столбчатую диаграмму на основании информации, данной в тексте или в таблице.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: Работа с информацией, ее анализ, представление ее в виде диаграмм содействует продолжению изучения данной темы согласно содержательной линии основной школы. Кроме того, обучение основам анализа данных содействует овладению специфической методологией, нужной в изучении других предметов и в повседневной практической деятельности. Способствует развитию интереса к математике, пониманию ее значимости и универсальности, прогрессу в информационной грамотности учащихся.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителями.]

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Скажите учащимся, что сегодня они будут **строить столбчатые диаграммы**. Повторите с ними предыдущие знания по теме.

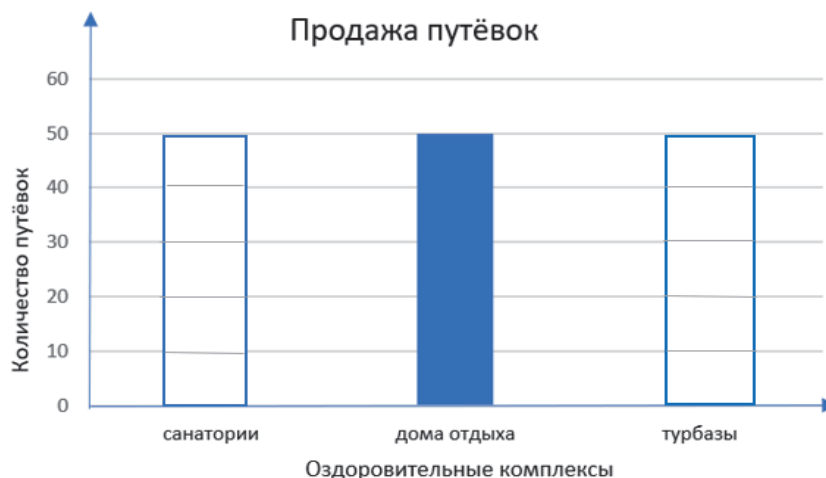
Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Попросите учащихся поработать в паре или в малой группе и дайте следующую задачу.
— *Туристическое агентство представило в таблице количество проданных за день путёвок в оздоровительные комплексы. Составьте диаграмму продажи путевок.*

<i>Оздоровительные комплексы</i>	<i>Количество путёвок</i>
<i>Санатории</i>	<i>20</i>
<i>Дома отдыха</i>	<i>50</i>
<i>Турбазы</i>	<i>30</i>



- **Совет учителю.** Заранее подготовьте на доске диаграмму, которую следует достроить. Также подготовьте карточки для учащихся с изображением диаграммы или попросите их нарисовать диаграмму в своей тетради. Организуйте работу так, чтобы учащиеся вместе с вами построили диаграмму в карточках или в тетрадях.
- ◆ **Обсуждение.** Попросите нескольких учащихся поделиться ответами и объяснить свою линию рассуждения.
 - **Наводящие вопросы:**
 - *Можете объяснить, как вы представили эти данные в диаграмме?*
 - *Кто может поделиться другим способом выполнения этого задания?*
- ◆ **Противоположное предположение.** Скажите учащимся: когда это задание было предложено кому-то из учащихся другой школы, то была построена такая диаграмма:



- Спросите учащихся:
 - Вы согласны или не согласны? Почему?
 - Как вы думаете, почему так была построена диаграмма?
 - *Как вы объясните, что диаграмма построена неправильно?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.
 - Скажите, *что числа можно представить в наиболее обозримой, наглядной и компактной форме: в таблице или на диаграмме. Изображение чисел в форме прямоугольников по количественному признаку называется столбчатой диаграммой.*

- Чтобы построить столбчатую диаграмму, на горизонтальной оси находим название оздоровительного комплекса, на вертикальной оси — число проданных путевок.
- Нам известно, в санатории продано 20 путевок. На горизонтальной оси находим отметку «санатории» и над ней строим прямоугольник (столбец) высотой по отметку 20 на вертикальной оси.



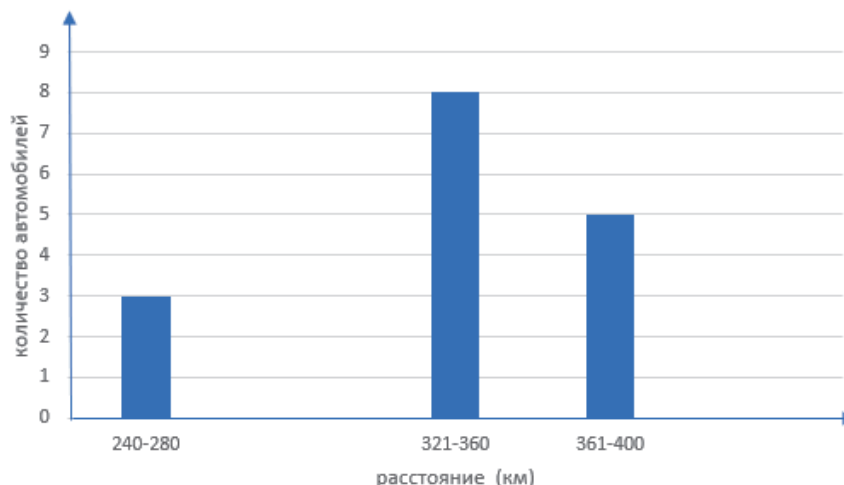
- В турбазы продано 30 путевок. На горизонтальной оси находим отметку «турбаза» и строим прямоугольник высотой по отметку 30 на вертикальной оси.



- Важно знать, что построенная столбчатая диаграмма поможет нам ответить на вопросы:
 - Сколько путевок было продано каждому оздоровительному комплексу?
 - Сколько всего путевок продано?
 - Какому комплексу продано больше путевок, а какому меньше?
- ◆ **Практика.** Попросите учащихся выполнить похожие задания из учебника, дополнительных источников или на заранее подготовленных карточках на чтение информации и представление информации в виде столбчатых диаграмм.
 - **Уровень выше.** Дайте учащимся более сложные задания на построение диаграммы по данным из таблицы. Например:
 - В таблице ниже представлена информация о расстояниях. Проезжая их, 24 автомобиля затрачивают полный бак бензина. По этим данным постройте диаграмму и ответьте на вопросы.

Расстояние (км)	240–280	281–320	321–360	361–400	401–440
Количество автомобилей	3	6	8	5	2

- Сколько автомобилей проезжает наибольшее расстояние, затратив полный бак бензина?
- У скольких автомобилей полного бака бензина хватает на расстояние больше, чем 280 км (меньше, чем 321 км)?

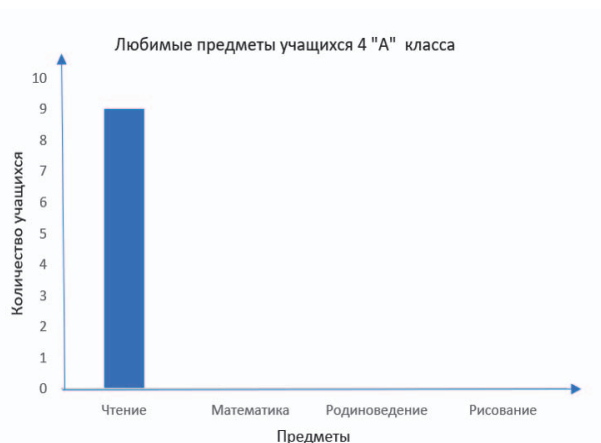


- **Уровень соответствует.** Дайте задание учащимся на построение столбчатой диаграммы по числовым данным. Например:

- Анара решила изучить любимые предметы своих одноклассников. Она провела опрос и представила результаты в таблице, затем в столбчатой диаграмме.

- Помогите Анаре построить столбчатую диаграмму.
- Заполните в таблице первую строку, ответив на вопрос о том, сколько учащихся любят чтение, используя данные столбчатой диаграммы.

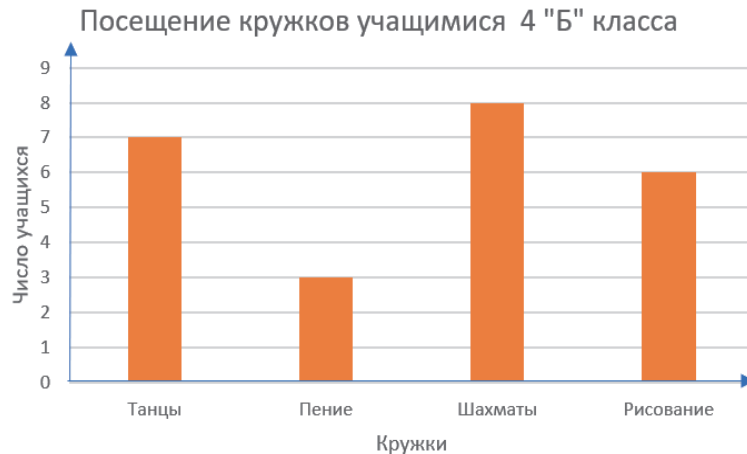
Предметы	Количество учащихся
Чтение	
Математика	10
Родиноведение	7
Рисование	5



- **Уровень ниже.** Дайте учащимся упражнения на чтение готовых столбчатых диаграмм и заполнение таблиц. Например:

- На столбчатой диаграмме представлено посещение учащимися 4 «Б» класса кружков. Изучите ее и заполните таблицу.

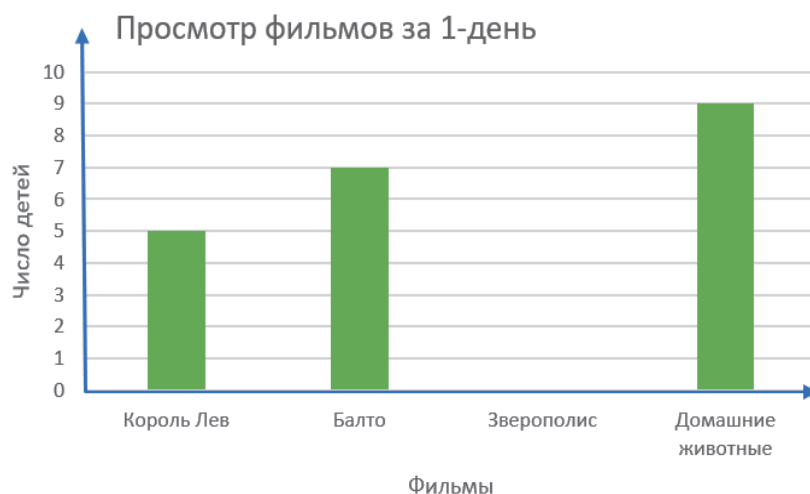
Кружки	Число учащихся, посещающих кружки
Танцы	
Пение	
Шахматы	
Рисование	



Этап III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка** / Неформальное формирующее оценивание
 - Попросите учащихся выполнить задание в парах.
 - Заранее подготовьте на доске столбчатую диаграмму и дайте задание заполнить таблицу и построить одну столбчатую диаграмму в тетради.
 - Табло в кассе кинотеатра отражает диаграмму просмотра детьми анимационных фильмов за один день.
 - Заполните таблицу.

Название фильма	Количество детей
Король Лев	
Балто	
Зверополис	10
Домашние животные	



- Дополните столбчатую диаграмму данными, отражающими количество детей, которые посмотрели фильм «Зверополис».

- Попросите учащихся показать построенную в тетради столбчатую диаграмму и показать на пальцах количество детей, посмотревших каждый анимационный фильм за один день и число всех детей, посетивших кинотеатр.

○ Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.

◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.

○ Подведите итоги, сказав учащимся, что **сегодня они уяснили, что числовые данные можно представить в наиболее обозримой, наглядной и компактной форме, в таблице и на диаграмме.** Изображение числовых данных в форме прямоугольников (или столбцов) по количественному признаку называется столбчатой диаграммой.

○ На основании числовой информации, данной в тексте и в таблице, они построили столбчатую диаграмму.

○ По готовым столбчатым диаграммам учащиеся выявляли числовую информацию и объясняли ее значение.

◆ **Домашнее задание.**

○ Дайте домашнее задание из учебника, дополнительных источников.

○ Задания могут быть на чтение и понимание числовой информации в тексте или в таблице и представление ее в виде столбчатой диаграммы.

○ Учащимся, которые затрудняются, дайте упражнения на чтение готовых столбчатых диаграмм и заполнение таблиц.

○ Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровня сложности заданий, рассмотренных в практической части. И должен соответствовать целям урока.



КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ

Анализ данных

Подтема 1. Диаграммы. Чтение информации
фрагмент примерного урока 1. Таблицы. 1–2 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество множеств»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Чтение таблиц и диаграмм. • Анализ, обобщение, интерпретация и применение информации 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<p>Практика чтения и выделения нужной информации, представления в виде таблицы и диаграммы</p>	<p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> • Задачи на кратное сравнение («во сколько раз больше», «во сколько раз меньше») (2 класс). <p>Компетентность 6</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1 класс <p>КЗ: 1.6.3.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 2 класс <p>КЗ: 2.6.3.</p>

Анализ данных

Подтема 1. Диаграммы. Чтение информации

Фрагмент примерного урока 2. Чтение столбчатые диаграммы. 3–4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество множеств»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Чтение и извлечение необходимой информации из таблицы и диаграммы. Анализ, обобщение, интерпретация и применение информации 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняет учитель]	<ul style="list-style-type: none"> Практика работы с диаграммами. Выявление в столбчатых диаграммах числовых данных и объяснение их значений. 	<p>1. Пространственные отношения</p> <ul style="list-style-type: none"> Сравнение известной и неизвестной части фигуры (3, 4 классы). <p>Компетентность 1</p> <ul style="list-style-type: none"> 3 класс <p>K1: 3.1.1; K2: 3.1.2; K3: 3.1.3.</p> <ul style="list-style-type: none"> 4 класс <p>K1: 4.1.1; K3: 4.1.2; K3: 4.2.3.</p>

Анализ данных

Подтема 2. Анализ диаграммы. Дополнение информации
Фрагмент примерного урока 3. Пиктограммы. 1–2 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество множеств»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Чтение и дополнение пиктограмм данными. Анализ информации, представленной в различной форме. Представление различной информации в виде диаграмм 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<ul style="list-style-type: none"> Практика решения задач, в которых условия и числовые данные представлены в виде пиктограмм 	<p>3. Числа и вычисления</p> <ul style="list-style-type: none"> Сравнение чисел (1 класс). <p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> Составление задачи на сложение, вычитание (1 класс). Задачи на кратное сравнение («во сколько раз больше», «во сколько раз меньше») (2 класс). <p>Компетентности 3, 6.</p> <ul style="list-style-type: none"> 1 класс <p>K1: 1.3.1; K2: 1.3.2. K1: 2.6.1. K2: 2.6.2.</p>

Анализ данных

Подтема 2. Анализ диаграммы. Дополнение информации
Фрагмент примерного урока 3. Чтение диаграмм. 3–4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество множеств»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Чтение и дополнение диаграмм данными. • Анализ информации, представленной в различной форме. • Представление различной информации в виде диаграмм 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<ul style="list-style-type: none"> • Практика заполнения таблицы числами, полученными из диаграммы. • Дополнение диаграммы на основе данных таблицы 	<p>1. Пространственные отношения</p> <ul style="list-style-type: none"> • Сравнение известной и неизвестной части фигуры (3, 4 классы). <p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> • Задачи на определение начала, конца и продолжительности события (3 класс). <p>Компетентность 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 класс <p>K1: 3.1.1; K2: 3.1.2; K3: 3.1.3.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 4 класс <p>K1: 4.1.1; K3: 4.1.2; K3: 4.2.3.</p> <p>Компетентность 6</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 класс. <p>K2: 3.6.2; K4: 3.6.4.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 4 класс: <p>K3: 4.6.3.</p>

Анализ данных

Подтема 3. Построение диаграмм

Фрагмент примерного урока 5. Составление пиктограммы. 1–2 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество множеств»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Чтение и составление диаграмм. Анализ информации, представление информации в виде диаграмм, Интерпретация и прогнозирование 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<ul style="list-style-type: none"> Практика составления пиктограмм 	<p>1. Пространственные отношения</p> <ul style="list-style-type: none"> Распределение предметов на группы по признакам и формам (1 класс). Сравнение групп предметов (1 класс). <p>3. Числа и вычисления</p> <ul style="list-style-type: none"> Сравнение чисел (1 класс). <p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> Составление задачи на сложение, вычитание (1 класс). Задачи на кратное сравнение («во сколько раз больше», «во сколько раз меньше») (2 класс). <p>Компетентности 1, 3, 6.</p> <ul style="list-style-type: none"> 1 класс K1: 1.1.1; K2: 1.1.2 K1: 1.3.1; K2: 1.3.2. K1: 2.6.1. 2 класс K1: 2.1.1. K2: 2.6.2.

Анализ данных

Подтема 3. Построение диаграмм

Фрагмент примерного урока 6. Построение столбчатые диаграммы. 3–4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Множество множеств»</p> <p>Вторичные: «Объяснение и обоснование»</p>	<ul style="list-style-type: none"> Чтение и составление диаграмм. Анализ информации, представление информации в виде диаграмм. Интерпретация и прогнозирование на ее основе 	[Четверть или сроки, в течение которых проводятся уроки]	[Заполняется учителем]	<ul style="list-style-type: none"> Практика построения столбчатых диаграмм 	<p>1. Пространственные отношения</p> <ul style="list-style-type: none"> Сравнение известной и неизвестной части фигуры (3, 4 классы). <p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> Задачи на определение начала, конца и продолжительности события (3 класс). <p>Компетентность 1</p> <ul style="list-style-type: none"> 3 класс K1: 3.1.1; K2: 3.1.2; K3: 3.1.3. 4 класс K1: 4.1.1; K3: 4.1.2; K3: 4.2.3. <p>Компетентность 6</p> <ul style="list-style-type: none"> 3 класс K2: 3.6.2; K4: 3.6.4. 4 класс K3: 4.6.3.



ПРИЛОЖЕНИЕ А ШАБЛОН ФРАГМЕНТА ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ

Подтема / Фрагмент примерного урока:

Название / Тема:

Целевые классы:

Цель деятельности: Учащиеся будут ...

Необходимые материалы:

Важность:

Связь с учебником:

Ход урока:

Этап I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Введение.** Краткое представление учащимся информации о том, над чем они будут работать сегодня. Повторение предыдущих знаний по теме.

Этап II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи.** Выберите задачу для решения. Дайте учащимся 2–5 минут, в зависимости от сложности задачи, чтобы они смогли решить ее самостоятельно или в паре. Когда они решат задачу, пройдите по классу, наблюдайте и фиксируйте для себя активность каждого из учащихся.
- ♦ **Обсуждение.** Учащиеся делятся своими решениями, сосредотачиваясь на объяснении и обосновании своего решения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ?*
 - *Как вы узнали, что ответ ____?*
 - *Можете объяснить, как вы получили ответ ____?*
 - *Кто может поделиться с другими учащимися своим способом решения задачи?*
- ♦ **Противоположное предположение.** Предложите учащимся контррассуждение, в котором представлен неверный ответ. Спросите учащихся, что они думают об ответе и что они могут сказать другим учащимся, которые сделали / предложили неверное решение.
 - Скажите учащимся, что вы разговаривали с кем-то из учащихся другой школы и услышали такой ответ: _____.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему был получен такой ответ?*
 - *Что вы скажете ему / ей?*
- ♦ **Моделирование и подведение итогов.** Подведите итоги для класса, как была решена задача, опираясь на объяснения учащихся, которые они делали ранее. При необходимости выполните рисунок на доске, чтобы проиллюстрировать решение задачи.
- ♦ **Практика.** Попросите учащихся решить аналогичную задачу. Вы можете найти ее в учебнике или сами составить. По мере необходимости предлагайте задачи более сложные или более простые.

Этап III. Оценивание результатов обучения

- ♦ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание**













Это возможность быстро понять, насколько хорошо учащиеся поняли содержание урока. Вы можете использовать такие методы, как:

- большой палец вверх;
 - поднять руку и показать пальцами;
 - другие.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с целью, изложенной во введении.
- Напомните учащимся о том, что они узнали сегодня, и скажите, что они продолжат практиковать это.
- ◆ **Домашнее задание**
- Найдите подходящие задачи в учебнике или составьте их сами для учащихся, которые будут практиковать дома.
 - Убедитесь, что эти задачи не сложнее, не сосредоточены на другом навыке.



ПРИЛОЖЕНИЕ Б: ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Подтема 1. Диаграммы. Чтение информации																																						
Тема: Таблицы																																						
Задача	Класс	Уровень																																				
<p>Учительница провела опрос среди учащихся, какие мультфильмы посмотрели дети на прошлой неделе. Результаты она оформила в виде таблицы. Используя данные этой таблицы, ответьте на вопросы.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 20%;"></th> <th style="width: 20%;">«Приключения Акылбека и Билимбека»</th> <th style="width: 20%;">«Актан и Акылай»</th> <th style="width: 20%;">«Фиксики»</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Анэль</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Акылгул</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Темирбек</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Бермет</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Аку</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Азамат</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Ыскак</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Байтик</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Какой мультфильм посмотрели большинство детей? ▪ На сколько детей больше посмотрели мультфильм «Приключения Акылбека и Билимбека», чем мультфильм «Актан и Акылай», «Фиксики»? ▪ Кто из детей посмотрел все мультфильмы, а кто не посмотрел ни одного мультфильма? 		«Приключения Акылбека и Билимбека»	«Актан и Акылай»	«Фиксики»	Анэль				Акылгул				Темирбек				Бермет				Аку				Азамат				Ыскак				Байтик				2 класс	соответствует
	«Приключения Акылбека и Билимбека»	«Актан и Акылай»	«Фиксики»																																			
Анэль																																						
Акылгул																																						
Темирбек																																						
Бермет																																						
Аку																																						
Азамат																																						
Ыскак																																						
Байтик																																						
<p>На даче собрали урожай фруктов. Их количество записали в таблицу. Укажите верные утверждения, руководствуясь данными таблицы.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 15%;">Фрукты</th> <th style="width: 15%;">яблоки</th> <th style="width: 15%;">груши</th> <th style="width: 15%;">сливы</th> <th style="width: 15%;">персики</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Масса</td> <td style="background-color: #ffffcc;">38 кг</td> <td style="background-color: #ffffcc;">23 кг</td> <td style="background-color: #ffffcc;">17 кг</td> <td style="background-color: #ffffcc;">29 кг</td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Яблок больше, чем груш. ▪ Груш меньше, чем персиков, но больше, чем слив. ▪ Слив столько же, сколько груш. ▪ Количество яблок самое большое 	Фрукты	яблоки	груши	сливы	персики	Масса	38 кг	23 кг	17 кг	29 кг	2 класс	соответствует																										
Фрукты	яблоки	груши	сливы	персики																																		
Масса	38 кг	23 кг	17 кг	29 кг																																		

<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Новые дома</th> </tr> <tr> <th>Название компании</th> <th>Количество домов</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Авангард стиль</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Домострой</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Юнис Курулуш</td> <td></td> </tr> <tr> <td colspan="2">Ключ:  = 3 дома</td> </tr> </tbody> </table> <p>Таблица показывает, сколько жилых домов построили строительные компании. Ответьте на вопросы, используя данные таблицы.</p> <ul style="list-style-type: none"> Сколько компаний занималось строительством жилых домов? Какая компания построила жилых домов больше всех? Какая компания построила жилых домов меньше всех? На сколько домов компания «Авангард стиль» построила больше, чем компания «Юнис курулуш»? Сколько ещё домов нужно построить компании «Домострой», чтобы сравняться с компанией «Авангард стиль» по количеству построенных домов? 	Новые дома		Название компании	Количество домов	Авангард стиль		Домострой		Юнис Курулуш		Ключ:  = 3 дома		2 класс	выше																																																															
Новые дома																																																																													
Название компании	Количество домов																																																																												
Авангард стиль																																																																													
Домострой																																																																													
Юнис Курулуш																																																																													
Ключ:  = 3 дома																																																																													
<p>В таблице отмечены символом «+» кружки, которые желают посещать учащиеся. Посчитайте «+» и заполните последние столбец и строку и ответьте на вопросы.</p> <ul style="list-style-type: none"> Какой кружок больше всего желают посещать учащиеся? Сколько учащихся не хотят посещать кружки? Сколько учащихся желают посещать сразу 3 кружка? Кто из учащихся хочет посещать и «Футбол», и «Шахматы»? <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Имя</th> <th colspan="5">Кружки</th> <th rowspan="2">Всего «+»</th> </tr> <tr> <th>Футбол</th> <th>Волейбол</th> <th>Танцы</th> <th>Шахматы</th> <th>Вокал</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Марат</td> <td>+</td> <td></td> <td></td> <td>+</td> <td></td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Даниэль</td> <td></td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Алина</td> <td></td> <td></td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Айдар</td> <td></td> <td>+</td> <td>+</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Дамир</td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> <td>+</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Темир</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Марина</td> <td></td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Рустам</td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Всего «+»</td> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Имя	Кружки					Всего «+»	Футбол	Волейбол	Танцы	Шахматы	Вокал	Марат	+			+		2	Даниэль		+	+	+			Алина			+		+		Айдар		+	+				Дамир	+		+	+			Темир							Марина		+		+	+		Рустам	+		+				Всего «+»	3						2 класс	выше
Имя		Кружки						Всего «+»																																																																					
	Футбол	Волейбол	Танцы	Шахматы	Вокал																																																																								
Марат	+			+		2																																																																							
Даниэль		+	+	+																																																																									
Алина			+		+																																																																								
Айдар		+	+																																																																										
Дамир	+		+	+																																																																									
Темир																																																																													
Марина		+		+	+																																																																								
Рустам	+		+																																																																										
Всего «+»	3																																																																												
<p>Библиотекарь отметила в таблице все посещения библиотеки учащимися 1–3 классов за неделю. Один символ «+» означает</p>	2 класс	выше																																																																											

посещение одного учащегося. Используя эти данные, ответьте на вопросы.

- Учащиеся какого класса больше всего посетили библиотеку?
- В какой день было наибольшее количество посещений библиотеки?
- Сколько всего учащихся посетили библиотеку за неделю?

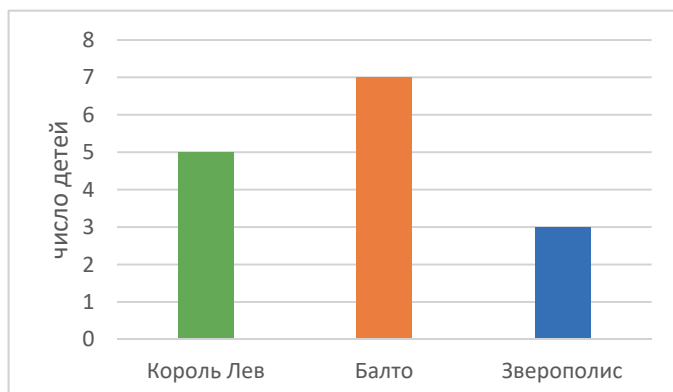
Дни	Классы		
	1-класс	2-класс	3-класс
Понедельник		++++	++
Вторник	+++	+	+
Среда	+		++++++
Четверг	++++	+++++	+++
Пятница	+	++	+++

Подтема 2. Диаграммы. Чтение информации

Тема: Чтение столбчатые диаграммы

Задача

Табло в кассе кинотеатра отражает диаграмму просмотра детьми анимационных фильмов за один день.



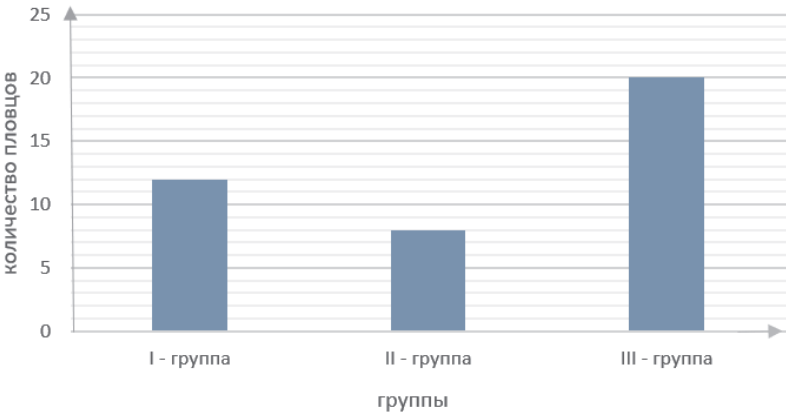
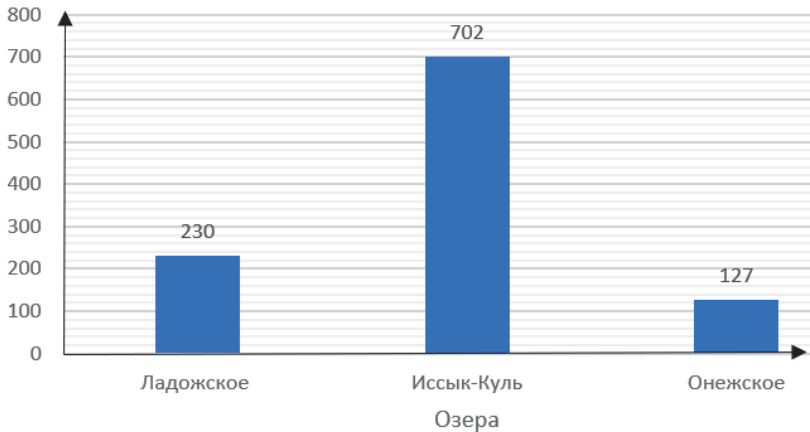
- Какой фильм посмотрели только 3 ребёнка?
- Сколько детей посмотрели фильм «Король Лев»?
- Изучив данные этой диаграммы, на какой фильм ты купил / купила бы билет? Почему?

Класс

3 класс

Уровень

соответствует

Подтема 2. Диаграммы. Чтение информации		
Тема: Чтение столбчатые диаграммы		
Задача	Класс	Уровень
<p style="text-align: center;">Группы пловцов</p>  <p>В бассейне занимались три группы пловцов. Количество пловцов в группах изображали в виде столбчатой диаграммы. Используя данные столбчатой диаграммы, ответьте на вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ В какой группе пловцов больше, а в какой — меньше? ▪ Сколько пловцов в первой и во второй группе вместе? ▪ На сколько пловцов меньше занимаются во второй группе, чем в третьей? 	3 класс	соответствует
<p style="text-align: center;">Глубина озер</p>  <p>С помощью данной диаграммы ответьте на вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Как называется самое глубокое из этих озер? Чему равна его глубина? ▪ На сколько метров озеро Иссык-Куль глубже Ладожского озера? ▪ На сколько метров глубина Онежского озера меньше глубины озера Иссык-Куль? 	3 класс	соответствует

Подтема 2. Диаграммы. Чтение информации

Тема: Чтение столбчатые диаграммы

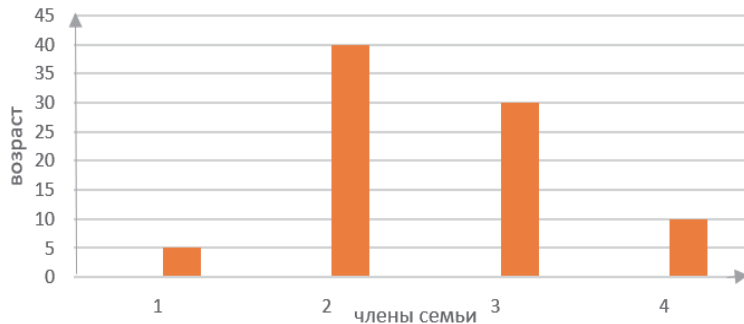
Задача

Класс

Уровень

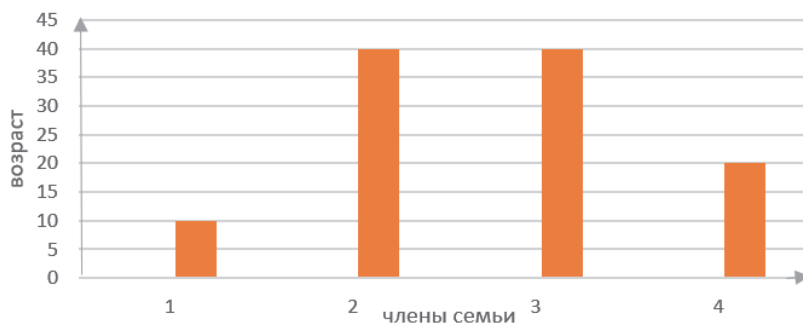
1 диаграмма.

Возраст членов семьи



2 диаграмма.

Возраст членов семьи



3 класс

выше

Дочь в 8 раз младше отца, в 6 раз младше матери, в 2 раза младше своего брата.

- Какая из двух диаграмм соответствует данному высказыванию?

Пользуясь выбранными диаграммами, ответьте на вопросы:

- Сколько лет дочери, отцу, матери, брату?

Подтема 3. Анализ диаграммы. Дополнение недостающими данными

Тема: Пиктограммы

Задача

Класс






Уровень

			
Отдых на природе	Дом отдыха	Путешествие	У бабушки

2 класс

соответствует

В классе всего 21 учащийся. Денис провел опрос «Какой вид отдыха выбрали одноклассники на каникулах: отдых на природе, в доме отдыха, путешествие, отдых у бабушки?» Результаты опроса приведены на пиктограммах. Каждый из учащихся выбрал только один вид отдыха. Рассмотрите рисунок и ответьте, сколько детей на каникулах поедут к бабушке. Дополните пиктограмму


























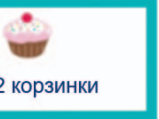



Максат	
Гулзат	
Усон	
Асан	
Мария	
Рахат	<u>?</u>

2 класс

соответствует

На пиктограмме показано количество книг, прочитанных учащимися 3 «А» класса за лето.

- Сколько детей прочитали 2, 3, 5 книг?
- Сколько книг прочитали Максат и Асан?
- Какое наименьшее количество книг прочитано?

Подтема 3. Анализ диаграммы. Дополнение недостающими данными																
Тема: Пиктограммы																
Задача	Класс	Уровень														
<p>▪ Сколько книг прочитала Рахат за лето, если все дети прочитали всего 19 книг? Дополните данными пиктограмму</p>																
<p>Эльнура посчитала, сколько раз встречаются разные фигуры в заданиях учебника «Математика. 2 класс» и составила пиктограмму с фигурами.</p>  <p>Занесите информацию, которую систематизировала Эльнура, в приведенную таблицу. Достройте пиктограмму, используя информацию таблицы.</p> <table border="1" data-bbox="180 1174 1038 1288"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>6</td> <td></td> </tr> </table> <p>▪ Какая из этих фигур встречается в учебнике чаще всех? Сколько раз встречается эта фигура?</p> <p>▪ Сколько всего фигур насчитала Эльнура?</p> <p>▪ На сколько раз меньше встречается шестиугольник, чем пятиугольник, чем квадрат?</p>													6		2 класс	выше
																
					6											
<p>Понедельник </p> <p>Вторник </p> <p>Среда   = 2 корзинки</p> <p>Четверг </p> <p>Пятница</p> <p>Суббота </p> <p>Воскресенье </p> <p>Пиктограмма отражает продажи пирожного «корзинка» в кондитерской.</p>	2 класс	выше														

Подтема 3. Анализ диаграммы. Дополнение недостающими данными

Тема: Пиктограммы

Задача

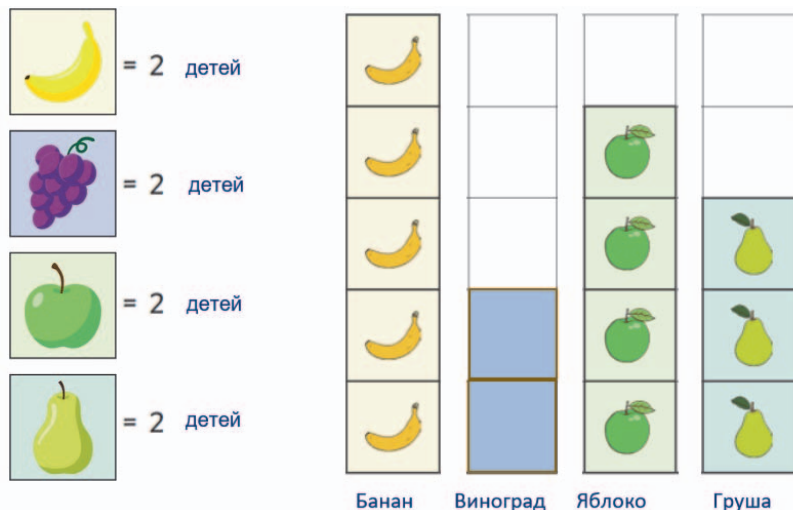
Класс

Уровень

- Определите, в какой день недели была самая большая продажа пирожного «корзинка».
- На сколько больше продали пирожных «корзинка» в воскресенье, чем в понедельник?
- Дополните пиктограмму продажи пирожного в пятницу.
- Заполните таблицу.

	Дни недели						
	понедельник	вторник	среда	четверг	пятница	суббота	воскресенье
<u>Количество</u>					14		

Фрукты	Банан	Виноград	Яблоко	Груша
Количество детей		4		



Учительница попросила свой класс собрать данные, задав вопрос: «Какой твой любимый фрукт?». Эта информация была собрана в таблицу, которую затем преобразовали в пиктограмму. Дополните таблицу и пиктограмму недостающими данными. Ответьте на вопросы:

- Сколько детей любят бананы, виноград, яблоки и груши?
- Сколько детей в классе опрошены?
- Какой фрукт любят большинство детей?

2 класс

выше

Подтема 4. Анализ диаграммы. Дополнение недостающими данными

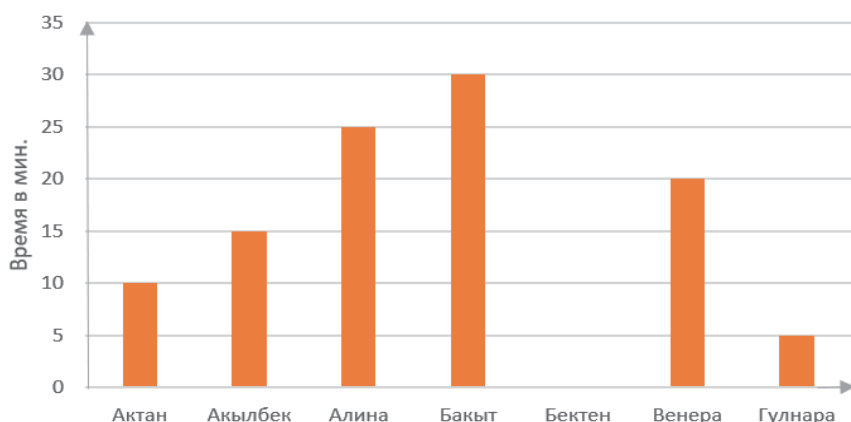
Тема: Пиктограммы

Задача

Класс

Уровень

Время на дорогу до школы



Имя ученика	Время на дорогу до школы
<u>Актан</u>	
<u>Ақылбек</u>	
<u>Алина</u>	
<u>Бакыт</u>	
<u>Бектен</u>	15
<u>Венера</u>	
<u>Гулнара</u>	

3 класс

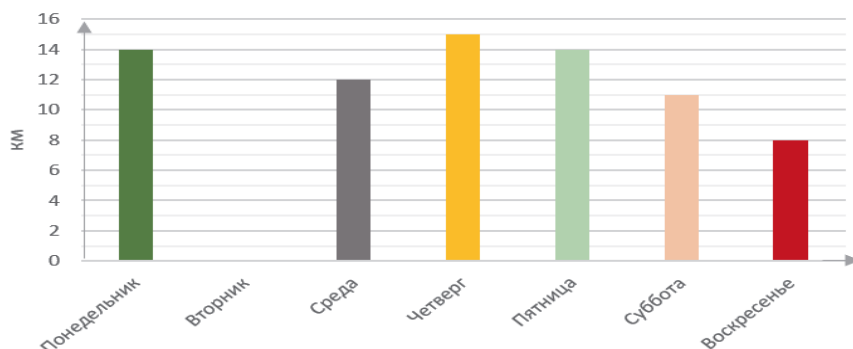
соответствует

На диаграмме показано время, за которое учащиеся добираются до школы. Дополните числовыми данными таблицу на основе диаграммы. Дополните диаграмму столбцом, показывающим время, которое затратил Бектен на дорогу до школы.

По диаграмме определите:

- Кто дольше всех, быстрее всех добирается до школы? Объясните свой ответ.
- Кто из учащихся тратит одинаковое время на дорогу до школы?
- Кто из учащихся за 25 минут добирается до школы?

Диаграмма прохождения пути туристами



3 класс

соответствует

Определите по диаграмме пройденный путь туристами за каждый день недели и заполните таблицу. Дополните диаграмму столбцом, который покажет, сколько километров прошли туристы во вторник.

- В какой день туристы прошли больше километров, чем в другие дни?
- Сколько всего километров прошли туристы за весь поход?

Подтема 4. Анализ диаграммы. Дополнение недостающими данными																				
Тема: Пиктограммы																				
Задача					Класс	Уровень														
<table border="1"> <tr> <td>Понедельник</td> <td>Вторник</td> <td>Среда</td> <td>Четверг</td> <td>Пятница</td> <td>Суббота</td> <td>Воскресенье</td> </tr> <tr> <td></td> <td>11</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>					Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница	Суббота	Воскресенье		11							
Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница	Суббота	Воскресенье														
	11																			
<p>Коля, Дима и Алеша были на рыбалке. Ребята изобразили число пойманных рыб в виде диаграммы и в таблице. Дополните недостающие данные в таблице и на диаграмме и ответьте на вопросы.</p> <p style="text-align: center;">Диаграмма ловли рыб</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Большие рыбы</th> <th>Маленькие рыбы</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Коля</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Дима</td> <td></td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Алеша</td> <td>2</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> Сколько больших и сколько маленьких рыб поймал Коля? Какое количество больших рыб поймал Дима? Сколько маленьких рыб поймал Алеша? Сколько маленьких рыб и сколько больших рыб поймали Коля, Дима и Алеша вместе? Какая рыба была поймана в большем количестве? 						Большие рыбы	Маленькие рыбы	Коля			Дима		4	Алеша	2		3 класс	выше		
	Большие рыбы	Маленькие рыбы																		
Коля																				
Дима		4																		
Алеша	2																			
<p>Туристическое агентство на своем сайте разместило информацию о погодных условиях в городах Бишкеке и Караколе. На диаграмме изображены данные со средними значениями температуры воздуха за несколько месяцев.</p> <ul style="list-style-type: none"> Заполните таблицу данными из диаграммы и сравните температуру воздуха в этих городах за каждый месяц. Достройте диаграмму столбцами со средними значениями температуры воздуха в Бишкеке и Караколе в августе. На сколько градусов теплее в городе Бишкеке, чем в городе Караколе в июле? Опишите изменения погоды в каждом городе за эти месяцы. 					3 класс	выше														

Подтема 4. Анализ диаграммы. Дополнение недостающими данными
Тема: Пиктограммы

Задача

Погода в гг. Бишкеке и Караколе

	Бишкек	Каракол
май		
июнь		
июль		
август	24	23
сентябрь		


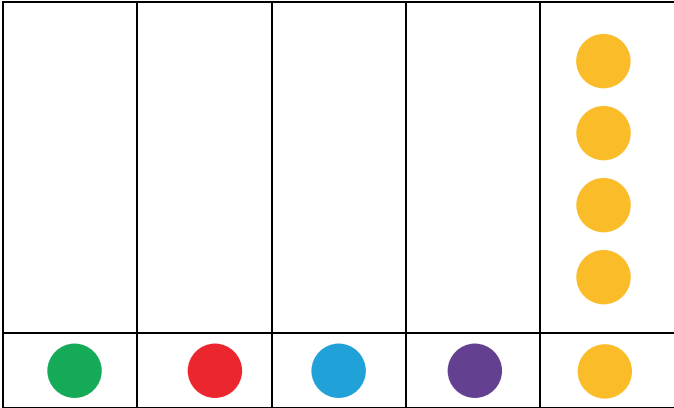
Подтема 5. Построение диаграмм
Тема: Составление пиктограммы

Задача

Учащиеся школы участвовали в опросе по выявлению популярного вида спорта. Каждый выбирал и прикреплял на доску карточку с изображением мяча, который используют в этом виде спорта.

Баскетбол
 Регби
 Водное поло

Задача	Класс	Уровень
Учащиеся школы участвовали в опросе по выявлению популярного вида спорта. Каждый выбирал и прикреплял на доску карточку с изображением мяча, который используют в этом виде спорта.	2 класс	соответствует

Подтема 5. Построение диаграмм		
Тема: Составление пиктограммы		
Задача	Класс	Уровень
<p>Составьте пиктограмму, демонстрирующую популярные виды спорта, по мнению учащихся.</p>  <p>По пиктограмме ответьте на вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Какой вид спорта более / менее популярен, по мнению учащихся? ▪ Сколько учащихся считают наиболее популярным видом спорта баскетбол? ▪ Сколько учащихся приняли участие в опросе? 		
<p>Проведенные исследования среди учащихся 2 «Б» класса по выявлению любимого школьного предмета дали следующие результаты:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 9 учащихся любят родной язык и чтение; ● 7 учащихся любят математику; ● 5 учащихся любят предмет «Я и мир»; ● 6 учащихся любят рисование; ● 4 учащихся любят пение. <p>Постройте пиктограмму любимого школьного предмета учащихся 2 «Б» класса.</p> 	2 класс	соответствует
<p>Учительница провела анализ успеваемости учащихся второго класса по математике за I четверть и начала составлять пиктограмму итоговых оценок.</p>	2 класс	соответствует

Подтема 5. Построение диаграмм

Тема: Составление пиктограммы

Задача

Класс

Уровень



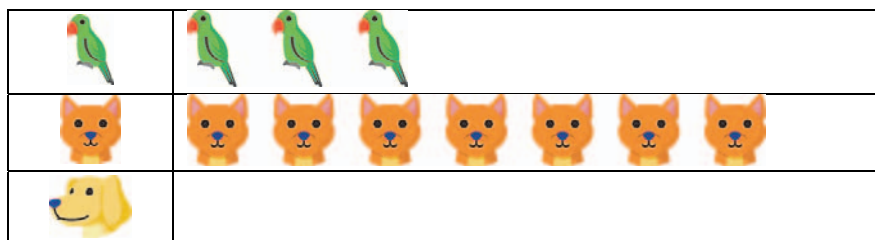
Достройте пиктограмму по следующим оставшимся данным.

- Сколько учащихся учатся во втором классе?
- У скольких учащихся итоговая оценка по математике « »? оценка « »?
- Сколько учащихся получили итоговые оценки « » и « »?

В таблице показаны животные, живущие в семьях, в многоквартирном доме. В одной семье живет одно животное. Постройте пиктограмму, которая покажет количество семей, имеющих животное, и ответьте на вопросы:

- Сколько собак живет в семьях?
- В скольких семьях живут попугаи и черепаха?
- Каких животных, живущих в семьях, больше всего?
- Сколько семей имеют животное?

животные						
Число семей	1	3	4	5	7	3






2 класс

выше

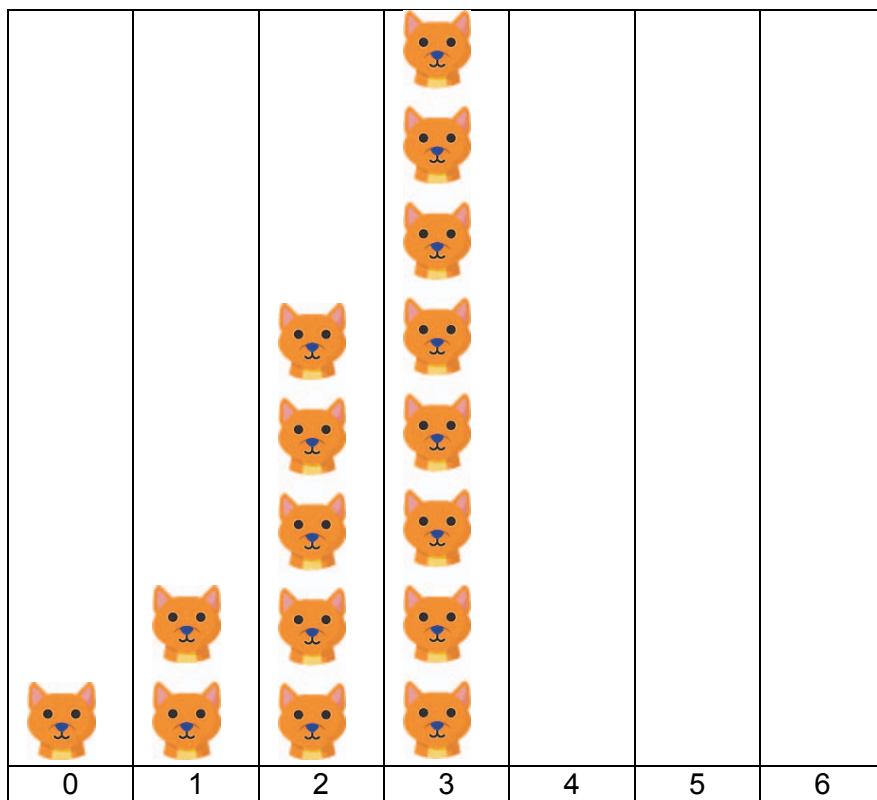
Подтема 5. Построение диаграмм

Тема: Составление пиктограммы

Задача		Класс	Уровень
			
			
			

Пиктограмма и таблица содержат неполную информацию о животных, живущих в семьях. Проанализируйте данные и дополните пиктограмму и таблицу недостающей информацией.

Пиктограмма



Таблица

Число семей	0	1	2	3	4	5	6
Число животных					5	3	1

- Сколько семей имеют больше 4 животных? меньше 3 животных?
- Сколько всего семей имеют животных?
- Какое количество животных, живущих в семьях, наибольшее?

2 класс

выше

Подтема 6. Построение диаграмм

Тема: Построение столбчатых диаграмм

Задача

Информационное агентство «Sputnik Кыргызстан» составило список семи самых высоких пиков Кыргызской Республики.

Данные представлены в таблице и на столбчатой диаграмме.

- Постройте столбчатую диаграмму по числовым данным таблицы.

Класс

Уровень

4 класс

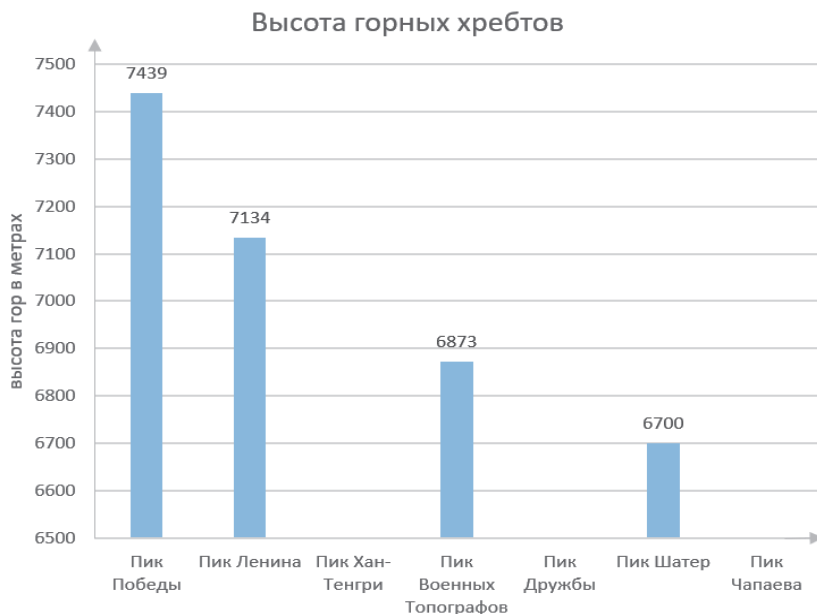
соответствует

Подтема 6. Построение диаграмм
Тема: Построение столбчатых диаграмм

Задача

Класс

Уровень



	Кыргызстан
Пик Победы	
Пик Ленина	
Пик Хан-Тенгри	7010
Пик Военных Топографов	6873
Пик Дружбы	
Пик Шатер	6700
Пик Чапаева	

Заполните таблицу недостающими данными, используя информацию, представленную в столбчатой диаграмме, а затем ответьте на вопросы.

- Какие горные хребты выше, чем Пик Хан-Тенгри? На сколько метров выше?
- Какие горные хребты ниже, чем Пик Дружбы? На сколько метров ниже?

Столбчатая диаграмма представляет шестерку самых популярных языков мира. Дополните диаграмму столбцами, которые покажут количество носителей русского и английского языков.

- На каком месте находится хинди в шестерке популярных языков мира?
- Сколько человек являются носителями русского языка? английского языка?

4 класс

Соответствует

Подтема 6. Построение диаграмм

Тема: Построение столбчатых диаграмм

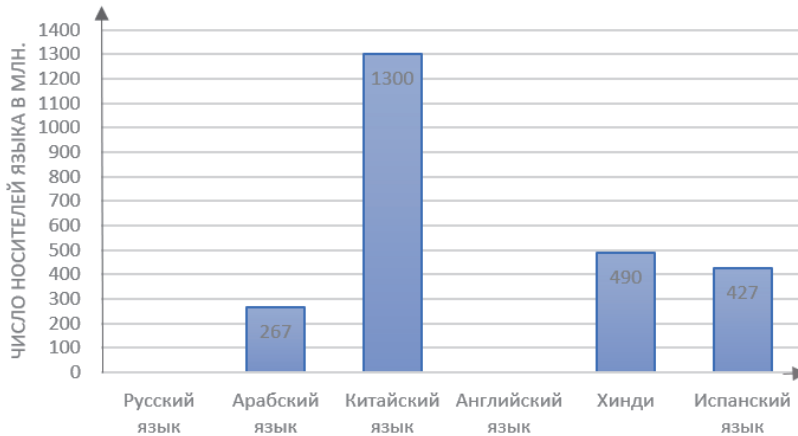
Задача

Класс

Уровень

На сколько человек — носителей арабского языка меньше, чем носителей китайского языка?

Самые популярные языки мира

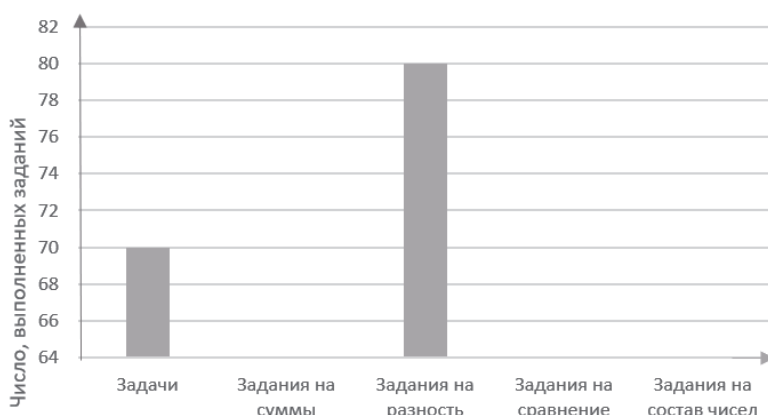


Языки	Число носителей языка
Русский язык	260 млн.
Арабский язык	
Китайский язык	
Английский язык	600 млн.
Хинди	
Испанский язык	

На диаграмме и в таблице показано количество разных заданий, выполненных первоклассниками за учебный год. Дополните столбчатую диаграмму информацией о количестве выполненных заданий на суммы, на сравнение и на состав чисел.

- Количество каких видов заданий больше 70-ти? Меньше 70-ти?
- Сколько всего заданий выполнили первоклассники за учебный год?
- Каких видов заданий меньше всего и больше всего?

Задания, выполненные первоклассниками



4 класс

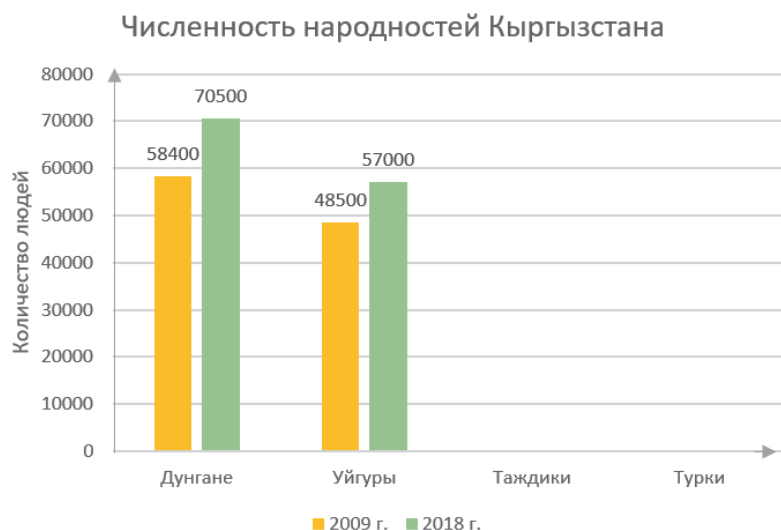
соответствует

Подтема 6. Построение диаграмм
Тема: Построение столбчатых диаграмм

Задача						Класс	Уровень
Виды заданий	Задачи	Задания на суммы	Задания на разность	Задания на сравнение	Задания на состав чисел		
Количество		90		50	40		

В диаграмме приведена численность народностей, живущих в Кыргызстане.

- Используя данные таблицы, дополните диаграмму столбцами, которые покажут численность таджиков и турков.
- Дополните таблицу, используя данные столбчатой диаграммы.



	2009 г.	2018 г.
Дунгане		
Уйгуры		
Таждики	46100	55000
Турки	39200	43400

- На сколько человек численность дунган в 2018 году стала больше, чем в 2009 году?
- На сколько человек численность турков в 2009 году была меньше, чем в 2018 году?
- Численность какой народности в 2018 году уменьшилась по сравнению с 2009 годом?

4 класс

выше

На диаграмме показаны изменения стоимости квартир за один квадратный метр у различных строительных компаний с 2015 г. по 2020 г.

- Добавьте столбец в диаграмме, который покажет изменения стоимости квартир за квадратный метр у компании «Юнис Курулуш».
- Дополните таблицу данными из столбчатой диаграммы.

4 класс

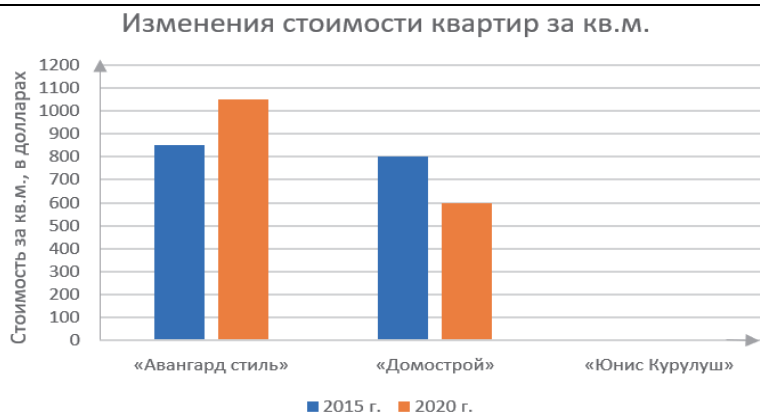
выше

Подтема 6. Построение диаграмм
Тема: Построение столбчатых диаграмм

Задача

Класс

Уровень



	2015 г.	2020 г.
«Авангард стиль»		
«Домострой»		
«Юнис Куруллуш»	850	650

- Сколько долларов стоил квадратный метр квартиры у компании «Домострой» в 2015 году?
- Квартиры каких компаний подешевели к 2020 г.? На сколько долларов?
- Какая компания повысила стоимость квадратного метра квартиры? На сколько долларов?

Постройте диаграмму, демонстрирующую занятия по интересам учащихся 4 «А» и 4 «Б» классов. Используйте для этого данные, приведенные в таблице.

Занятия по интересам	4 «А» класс	4 «Б» класс
Спорт	8	10
Шахматы	7	9
Хореография	5	8
ИЗО	8	5
Музыка	10	6



4 класс

выше

Используя диаграмму, ответьте на вопросы:

Подтема 6. Построение диаграмм																						
Тема: Построение столбчатых диаграмм																						
Задача	Класс	Уровень																				
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Сколько учащихся 4 «А» класса занимаются музыкой? ▪ На каких занятиях по интересам учащихся 4 «Б» класса было меньше, чем учащихся 4 «А» класса? ▪ Сколько учащихся четвертых классов занимаются шахматами? ▪ Какой вид занятий посещает наибольшее количество учащихся четвертых классов? 																						
<p>Составьте таблицу, используя информацию столбчатой диаграммы, и ответьте на следующие вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Учащиеся школ какого района г. Бишкека получили больше первых призовых мест на городской олимпиаде? ▪ Сколько дипломов II степени получили учащиеся школ Свердловского района? ▪ Если учащиеся Ленинского района получили 7 дипломов II и III степени, то сколько учащихся этого района заняли 1 место на олимпиаде? ▪ Сколько учащихся стали призерами городской олимпиады? <p>Степень диплома соответствует занятому месту</p> <p style="text-align: center;">Результаты городской олимпиады</p> <table border="1" style="margin-top: 10px; width: 100%; text-align: center;"> <caption>Данные из диаграммы: Результаты городской олимпиады</caption> <thead> <tr> <th>Район</th> <th>1-место</th> <th>2-место</th> <th>3-место</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Школы Ленинского района</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Школы Свердловского района</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Школы Октябрьского района</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Школы Первомайского района</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table>	Район	1-место	2-место	3-место	Школы Ленинского района	3	4	3	Школы Свердловского района	4	5	3	Школы Октябрьского района	6	7	5	Школы Первомайского района	4	3	6	4 класс	выше
Район	1-место	2-место	3-место																			
Школы Ленинского района	3	4	3																			
Школы Свердловского района	4	5	3																			
Школы Октябрьского района	6	7	5																			
Школы Первомайского района	4	3	6																			



ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПЛАН ДЕЙСТВИЙ

Модуль 10. Фрагменты примерного урока 1 / 2

	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду менять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что я добавлю / изменю в плане-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Модуль 10. Фрагменты примерного урока 3 / 4

	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду менять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что я добавлю / изменю в плане-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Модуль 10. Фрагменты примерного урока 5 / 6

	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду менять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а) / изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						



БИБЛИОГРАФИЯ К МОДУЛЯМ 6–10

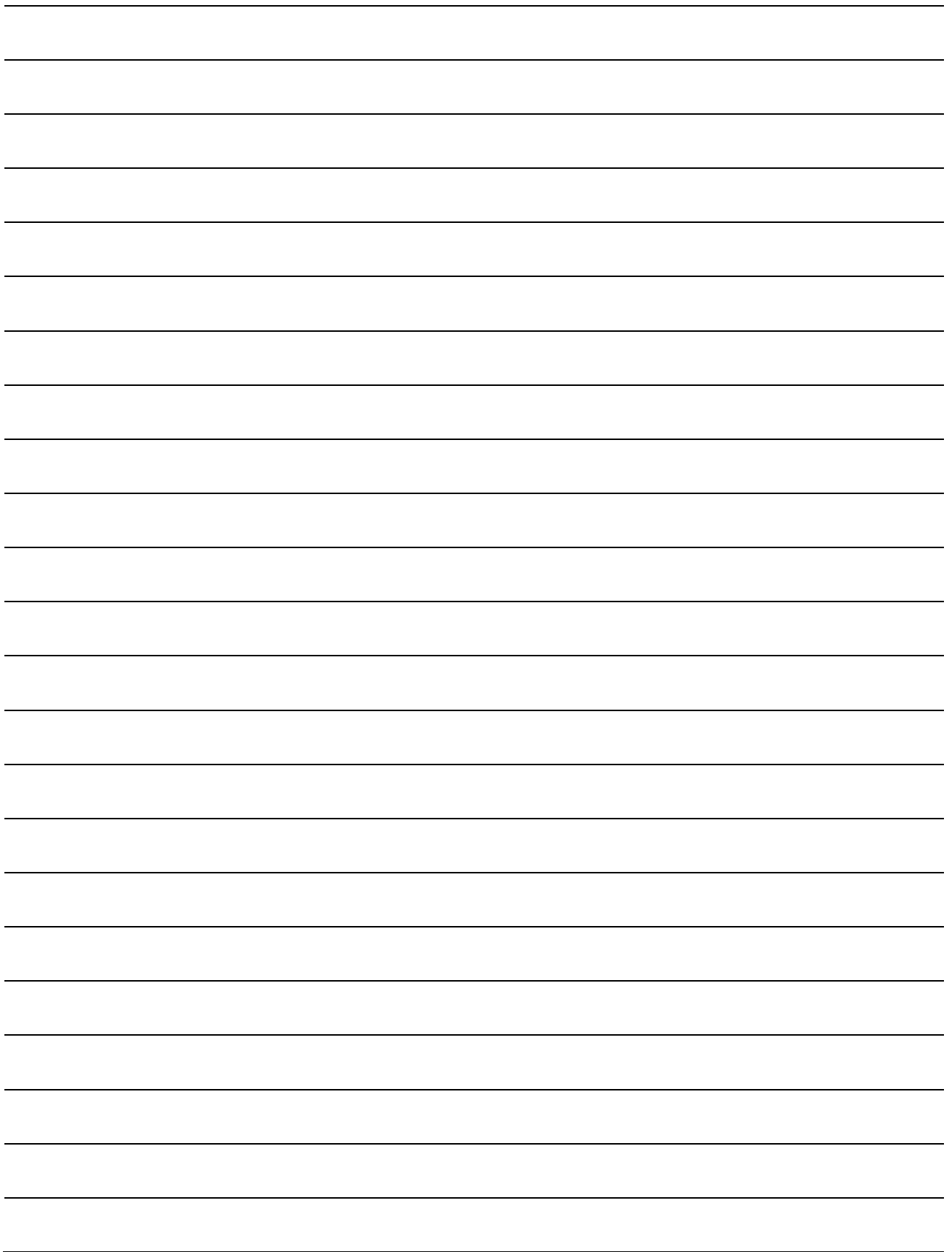
1. Государственный образовательный стандарт школьного общего образования Кыргызской Республики. (Утвержден ППКР № 403 от 21.07.2014.)
2. Предметный стандарт по математике в начальных классах (для обучающихся в 1-4 классах общеобразовательных школ). (Утвержден приказом МОН КР №866/1 от 17.07.2019.)
3. Арнольд В.И. Математика и математическое образование в современном мире // Математическое образование. – 1997, №2. – С.109–112.
4. Бантова, М.А. Методика преподавания математики в начальных классах [Текст] / М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова. - М.: Просвещение, 1984. - 335 с.
5. Бунимович Е.А.. Вероятностно-статистическая линия в базовом школьном курсе математики // Математика в школе. - 2002, №4. - С.52-58.
6. Гнеденко. Б.В. Статистическое мышление и школьное математическое образование // Математика в школе. -1999. - №6. - С.4-10.
7. Дорофеев Г.В. Применение производных при решении задач в школьном курсе математики // Математика в школе. 1980, №5. – С. 28–30.
8. Фирсов В.В. О прикладной ориентации курса математики // Углубленное изучение алгебры и анализа: Пособие для учителей (Из опыта работы) / Сост. С.И. Шварцбург, О.А. Боковнев. – М.: Просвещение, 1977. – С. 215–239.
9. Царева С.Е. Методика преподавания математики в начальной школе // Учебник / Сост. С. Е. Царева. – М.: Академия , 2014. – С. 196200.
10. Back, J. (2014, February). *Place value: The ten-ness of ten*. NRICH. <https://nrich.maths.org/10738>
11. *Boschen, J. (n.d). Vocabulary and sentence frames in math. What Have I Learned.* <https://www.whatihavelearnedteaching.com/vocabulary-and-sentence-frames-in-math/>
12. Christensen, N. (2011, April 28). *Early math skills predict later academic success*. PhysOrg.com. <https://phys.org/news/2011-04-early-math-skills-academic-success.html>
13. Dixon, J. (n.d.). An explanation of the difference between explaining and justifying—or maybe it’s a justification . . . You decide. *DNA Mathematics*. <http://www.dnamath.com/blog-post/an-explanation-of-the-difference-between-explaining-and-justifying-or-maybe-its-a-justification-you-decide/>
14. Fletcher, G. (n.d.). The progression of early number and counting [Video]. Gfletchy. <https://gfletchy.com/2017/03/26/the-progression-of-early-number-and-counting/>
15. Maghfirah, M., & Mahmudi, A. (2018). Number sense: The result of mathematical experience. *Journal of Physics: Conference Series, 1097*. <https://iop-science.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1097/1/012141/pdf>
16. National Assessment of Student Educational Achievements. Report on Results of the Survey. Grade 4 (2017). Center for Educational Assessments and Teaching Methods

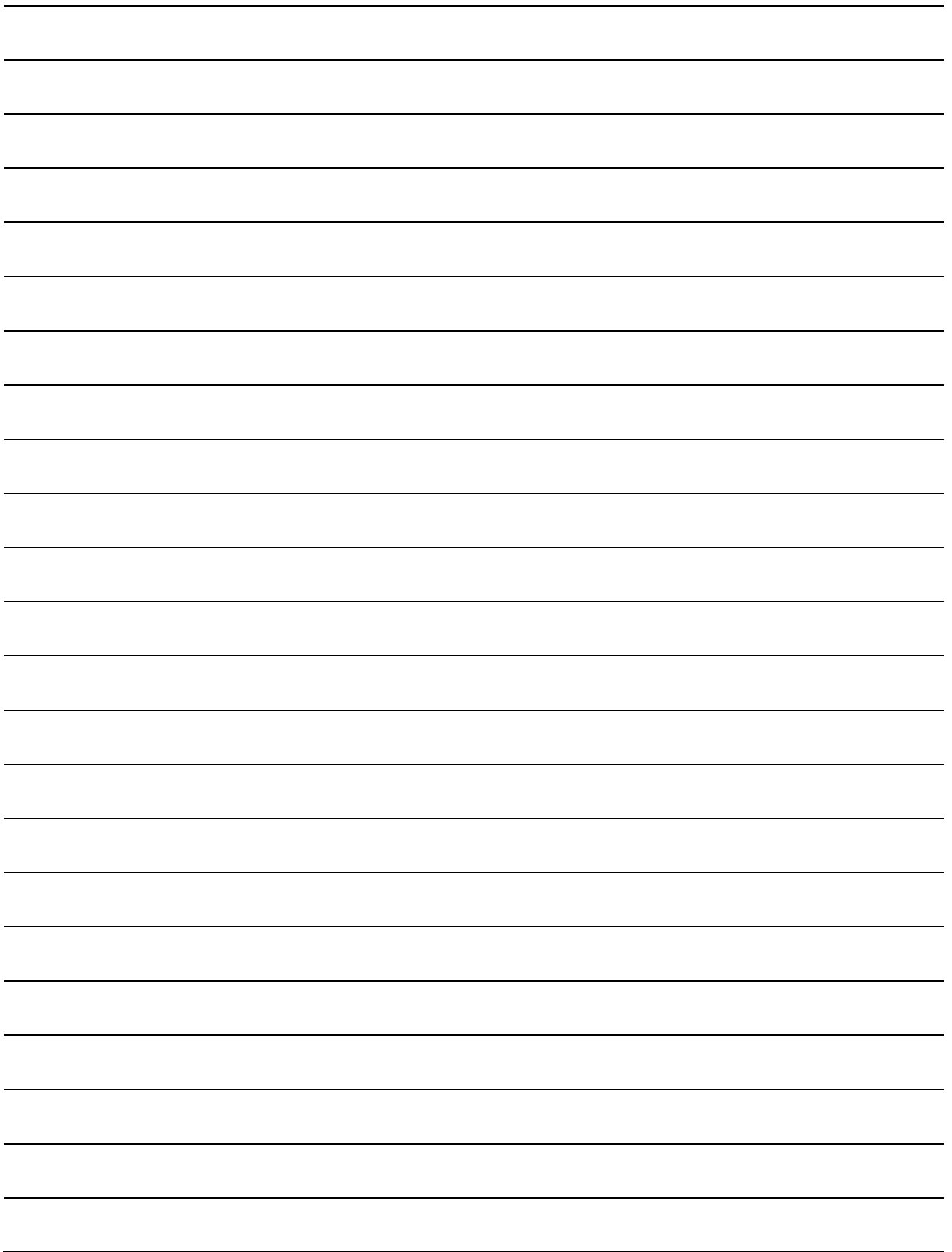
17. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
18. PISA 2009 in Kyrgyzstan. Report on Results (2009). Center for Educational Assessments and Teaching Methods
19. Sitabkhan, Y., Davis, J., Earnest, D., Evans, N., Ketterlin-Geller, L., Lutfeali, S., Ngware, M., Perry, L., Pinto, C., Platas, L., Ralaingita, W., Smith, K., & Srikantaiah, D. (2019). *Instructional strategies for mathematics in the early grades*. A Working Paper Developed by the Mathematics Working Group.
<https://www.globalreadingnetwork.net/publications-and-research/instructional-strategies-mathematics-early-grades>
20. Tyre, P. (2016, March). The math revolution. *The Atlantic*. <https://www.theatlantic.com/magazine/archive/2016/03/the-math-revolution/426855/>
21. University of Arizona. (2012). Progressions for the common core state standards in mathematics. The Common Core Standards Writing Team. http://commoncore-tools.me/wp-content/uploads/2011/04/ccss_progression_nbt_2011_04_073_corrected2.pdf
22. Witzel, B., Riccomini, P. J., & Herlong, M. L. (2013). *Building number sense through the common core*. Corwin. https://www.sagepub.com/sites/default/files/upm-binaries/52538_Ch1.pdf
23. Woods, D. M., Ketterlin Geller, L., & Basaraba, D. (2017, June 14). Number sense on the number line. *Intervention in School and Clinic*. https://www.researchgate.net/publication/317596864_Number_Sense_on_the_Number_Line/link/5a9c78fc0f7e9be379681c64/download

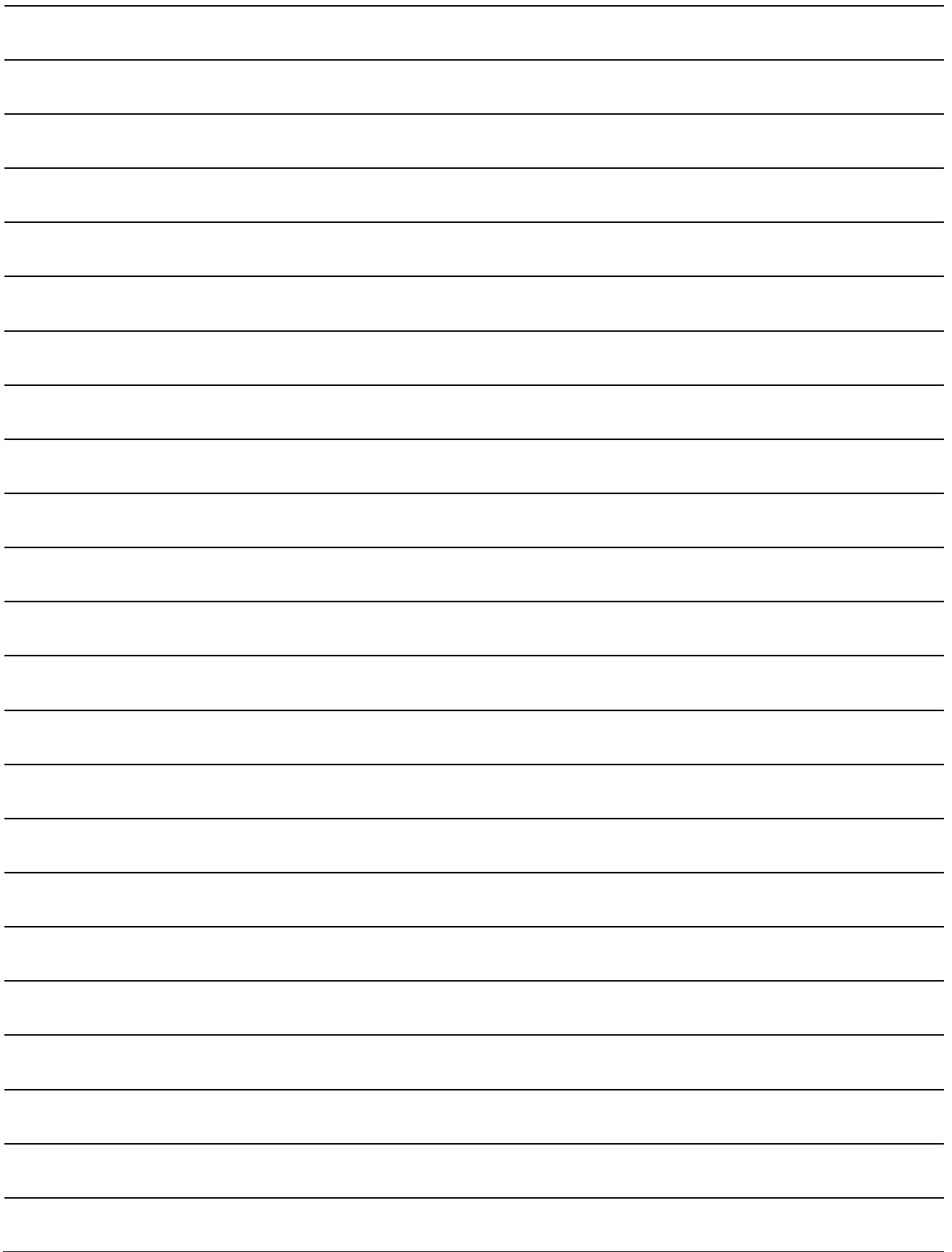


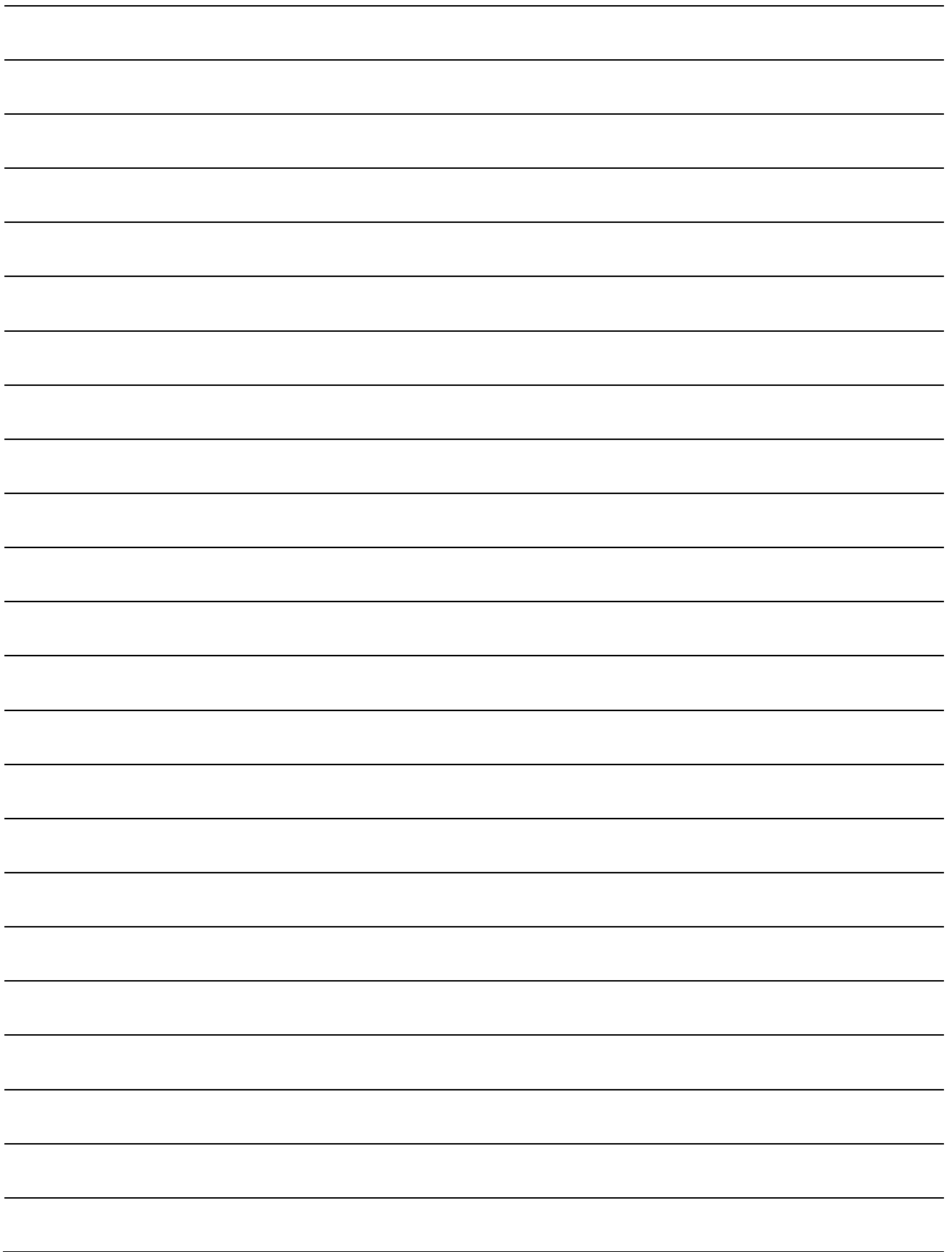
ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ УЧЕБНИКИ

1. Бекбоев И.Б. Математика. Учебник для 1 класса начальной школы. / И.Бекбоев, Н.Ибраева – 3-е изд. – Б.: Кут-Бер, 2013.
2. Бекбоев И.Б. Математика. Учебник для 2 класса начальной школы. / И.Бекбоев, Н.Ибраева – 3-е изд. – Б.: Кут-Бер, 2013.
3. Бекбоев И.Б. Математика. Учебник для 3 класса начальной школы. / И.Бекбоев, Н.Ибраева – 4-ое изд. – Б.: Билим-компьютер , 2015.
4. Бекбоев И.Б. Математика. Учебник для 4 класса начальной школы. / И.Бекбоев, Н.Ибраева – 4-ое изд. – Б.: Билим-компьютер , 2015.
5. Моро М.И. Математика. 1 класс. Учебник для школ с русским языком обучения. В 2ч. Ч1. /М.И. Моро, С.И.Волкова, С.В. Степанова.– Адапт. изд.– Б.: Аркус, 2019.
6. Моро М.И. Математика. 1 класс. Учебник для школ с русским языком обучения. В 2ч. Ч2. /М.И. Моро, С.И.Волкова, С.В. Степанова.– Адапт. изд.– Б.: Аркус, 2019.
7. Моро М.И. Математика. 2 класс. Учебник для школ с русским языком обучения. В 2ч. Ч1. / М.И. Моро, М.А.Бантова, Г.В. Бельтюкова и др.– Адапт. изд.– Б.: Аркус, 2019.
8. Моро М.И. Математика. 2 класс. Учебник для школ с русским языком обучения. В 2ч. Ч2. / М.И. Моро, М.А.Бантова, Г.В. Бельтюкова и др.– Адапт. изд.– Б.: Аркус, 2019.
9. Моро М.И. Математика. Учебник для 3 класса начальной школы. В 2ч. Ч 1. (Первое полугодие), / М.И. Моро, М.А.Бантова , Г.В. Бельтюкова и др. Адапт. изд.– Б.: Аркус, 2019.
10. Моро М.И. Математика. Учебник для 3 класса начальной школы. В 2ч. Ч 2. (Второе полугодие), / М.И. Моро, М.А.Бантова, Г.В. Бельтюкова и др. Адапт. изд.– Б.: Аркус, 2019.
11. Моро М.И. Математика. Учебник для 4 класса начальной школы. В 2ч. Ч 1. (Первое полугодие), / М.И. Моро, М.А.Бантова , Г.В. Бельтюкова и др. Адапт. изд.– Б.: Аркус, 2019.
12. Моро М.И. Математика. Учебник для 4 класса начальной школы. В 2ч. Ч 2. (Второе полугодие), / М.И. Моро, М.А.Бантова , Г.В. Бельтюкова и др. Адапт. изд.– Б.: Аркус, 2019.









Подписано к печати 06.12.2022. Печать офсетная. Формат 60x84^{1/16}. Тираж 4000
Отпечатано в типографии ОсОО«Имак офсет»
Кыргызская Республика г. Бишкек ул. Матросова 1А