



USAID
ОТ АМЕРИКАНСКОГО НАРОДА

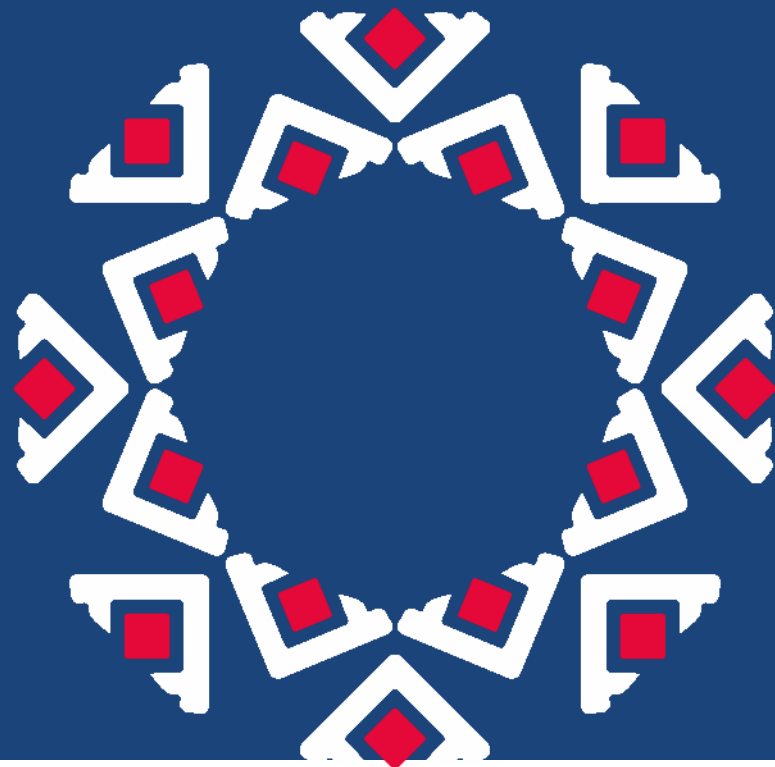


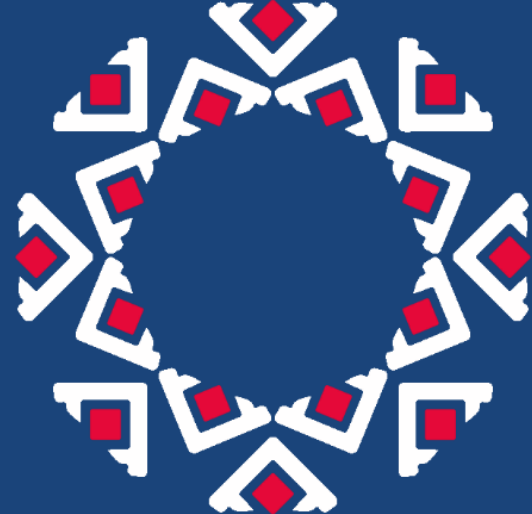
МИНИСТЕРСТВО
ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

Модули 1–5 ПО МАТЕМАТИКЕ

ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ

Проект USAID Окуу Керемет!





Модули 1–5 ПО МАТЕМАТИКЕ

ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ

Проект USAID «Окуу керемет!»

Данная публикация разработана благодаря помощи Американского народа, оказанной через Агентство США по международному развитию (USAID). Содержание публикации не обязательно отражает позицию USAID или Правительства США.

БИШКЕК – 2021

УДК 372.851
ББК 74.262.21
М 74

Авторы-составители:

Аликова А. М., Керимканова У. А., Суржик Л. С., Храмцова А. Н., Ситабхан Я., Brattle Education, подразделение Brattle Publishing Group, LLC®

Под общей редакцией Токтогуловой Н.К.

Проект USAID «Окуу керемет!» — это пятилетний проект (2019–2024 г.г.), направленный на улучшение качества обучения чтению и математике в начальных классах, а также на укрепление системы начального образования в Кыргызской Республике. Данная инициатива основывается на достижениях проектов, реализованных при поддержке USAID за последнее десятилетие в области развития навыков чтения учащихся начальных классов.

По математике было разработано пять базовых учебных Модулей для формирования у учащихся понимания чисел и умения выполнять арифметические действия сложения, вычитания, умножения и деления. Алгоритмы и основные понятия геометрии вводятся для учащихся более старших классов начальной школы. Пять базовых Модулей охватывают следующие темы: (1) «Числа и понимание чисел», (2) «Сложение и вычитание», (3) «Умножение и деление», (4) «Решение текстовых задач» и (5) «Измерение величин». В этих модулях учителям предложены такие эффективные стратегии обучения, подкрепленные доказательной базой, как «Объяснение и обоснование», «Прогресс в развитии навыков» и «Множество моделей». Эти стратегии помогают учащимся развивать аналитические навыки, логическое мышление и способность применять математические знания и навыки для решения повседневных задач, возникающих в реальных жизненных ситуациях.

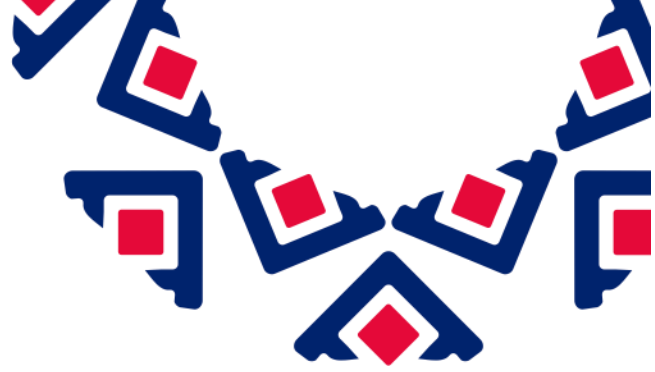
Модули были разработаны группой экспертов из общеобразовательных и академических учреждений, университетов, а также институтов подготовки и повышения квалификации учителей в сотрудничестве с международными экспертами.

Эти учебно-методические материалы вместе с программой повышения квалификации учителей начальных классов были рассмотрены на заседании Учебно-методического объединения Республиканского института повышения квалификации и переподготовки педагогических кадров при Министерстве образования и науки КР и рекомендованы для использования при подготовке и проведении уроков математики в начальных классах (Выписка из протокола №2 от 13 сентября 2021 г.).

Проект USAID «Окуу керемет!» с благодарностью отмечает вклад и экспертную роль Кыргызской академии образования и Республиканского института повышения квалификации и переподготовки педагогических работников при Министерстве образования и науки Кыргызской Республики.

Переводчик с английского на русский язык: Усупова Э.К.

М 74 Модули 1-5 по математике: для учителей начальных классов. - Б.: 2021-318 стр.



Вступительное слово

Дорогие учителя,

Добро пожаловать в этот учебный модуль, разработанный в рамках Проекта «Окуу керемет!». Проект «Окуу керемет!» финансируется Агентством США по международному развитию (USAID) и реализуется в партнерстве с Министерством образования и науки Кыргызской Республики. Проект нацелен на улучшение результатов обучения чтению и математике 300 000 учащихся 1–4 классов в 75% начальных школ в Кыргызской Республике.

Как следует из названия «Окуу керемет!», Проект отмечает природные способности и потенциал обучения каждого ребенка. Учителя являются катализаторами для использования этого потенциала. Независимо от того, какие у нас школьные учреждения, книги, технологии или учебные программы, именно учитель зажигает искру понимания у детей. Качественные педагоги способны сделать знания доступными для самых разных детей. Для успешного выполнения этой задачи требуется целый ряд навыков, которые следует постоянно совершенствовать по мере изменения нашего общества, особенно с учетом темпов технологических инноваций.

Проект «Окуу керемет!» реализуется в продолжение предыдущих образовательных проектов таких, как «Сапаттуу билим», «Читаем вместе», «Время читать», «Продовольствие для образования и детское питание» и многих других. Наша проектная деятельность строится на прочном фундаменте. В рамках этой новой инициативы, поддерживаемой USAID, мы будем работать по развитию как навыков чтения, так и математических навыков учащихся, ведь они усиливают друг друга, и те и другие являются основополагающими навыками. Понимание прочитанного позволяет детям решать текстовые задачи по математике. Умение объяснять и обосновывать решения задач по математике позволяет учащимся обдумывать и синтезировать факты и делать логические выводы в различных дисциплинах.

Помимо того, что в программу тренингов Проекта «Окуу керемет!» была включена математика, программа также включает в себя такие направления, как инклюзивное образование, равенство и использование новых технологий в образовании. Благодаря таким стратегиям, как «Универсальный дизайн обучения» и «Дифференцированное обучение», учителя будут подготовлены к обучению учащихся с разными интересами и потребностями, смогут предоставлять им равные возможности для достижения успеха в учебе независимо от их места проживания: сельской или городской местности, независимо от языковой среды или статуса развития.

Эти Модули представляют собой результат сотрудничества многих действующих сторон: Министерства образования и науки КР, Республиканского института повышения квалификации и переподготовки педагогических кадров при МОН КР,

Кыргызского государственного университета им. И. Арабаева, Американского университета в Центральной Азии, Кыргызской академии образования, учителей, Центра социальной интеграции, Министерства культуры, информации и туризма КР и других. Приверженные своему делу участники процесса разработки Модулей смогли завершить работу над этими Модулями, несмотря на трудности, обусловленные пандемией COVID-19. Мы считаем, что роль педагогов как катализаторов процесса обучения станет еще более важной в ситуации, сложившейся в области образования в силу последствий глобальной пандемии. Мы надеемся, что эти модули помогут вам в решении этой важнейшей задачи.

С наилучшими пожеланиями всем педагогам,



Лиана Герч,
Директор проекта «Окуу керемет!»
RTI International в Кыргызской Республике




Добро пожаловать на тренинг по математике, организованный Проектом «Окуу керемет!»

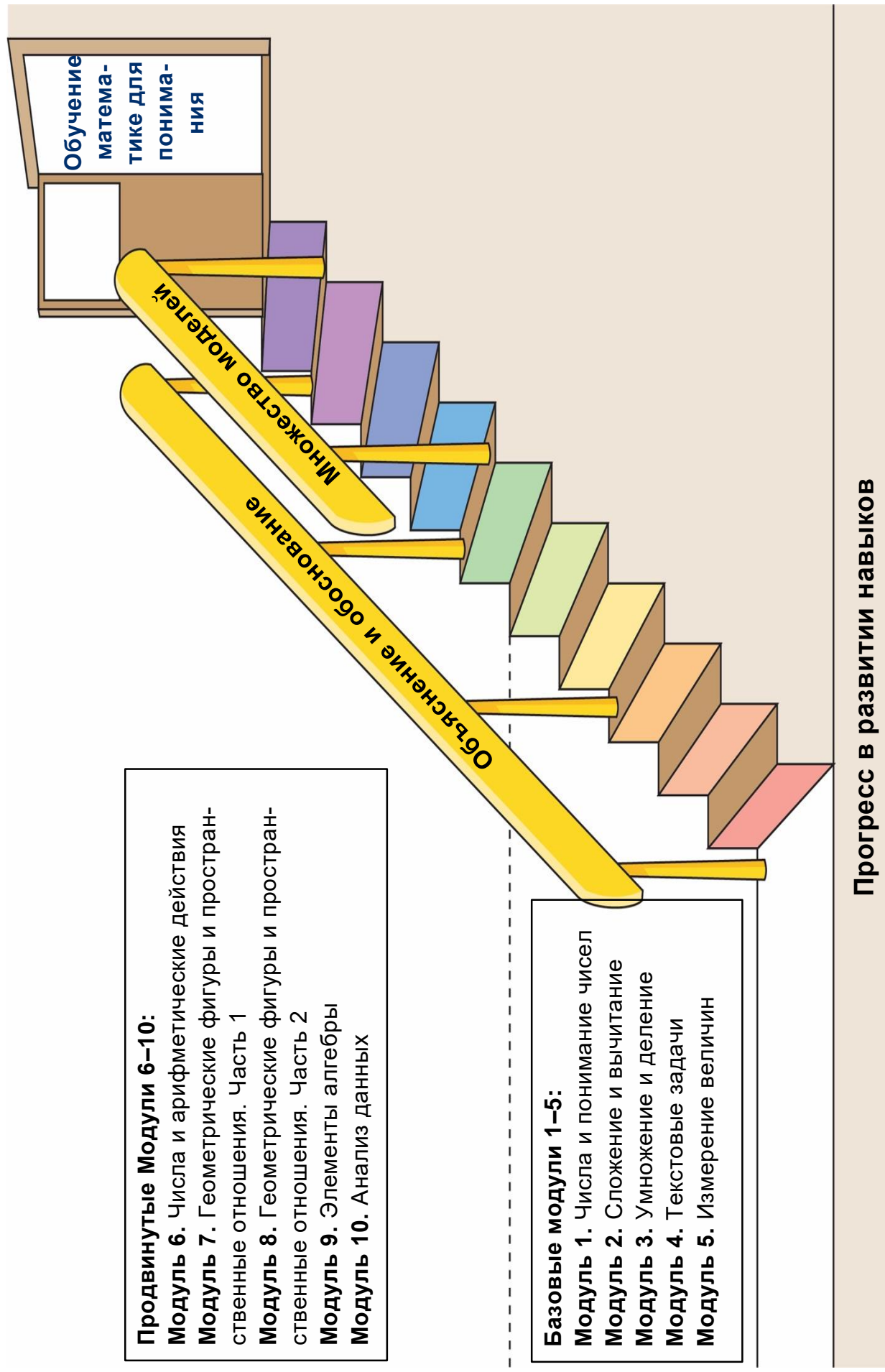
Добро пожаловать в Проект «Окуу керемет!» В этих Модулях мы будем изучать ключевые стратегии обучения, применимые ко всем областям математики в начальных классах, которые позволят вам обучать *математике с пониманием*. Для успешного обучения математике необходимо, чтобы у учителей был определенный набор «инструментов» - стратегий и знаний, которые можно использовать в соответствующих случаях. В этих Модулях мы постарались предоставить вам больше «инструментов» для вашего набора. Сначала в базовых Модулях мы познакомим вас с понятием прогресса в развитии навыков, а затем научим вас использовать стратегию «Объяснение и обоснование». Прогресс в развитии навыков — это основанные на результатах научных исследований пути освоения учащимися содержания каждой области математики.

По мере того, как от базовых Модулей вы перейдете к продвинутым Модулям (6–10), добавится еще одна стратегия — «Множество моделей». Хотя математические модели используются и в Модулях 1–5, в Модулях 6–10, мы предоставим полную поддержку по вопросам обучения с использованием множества математических моделей, включая знакомство с новыми моделями. К концу работы со всеми десятью Модулями вы научитесь сочетать инструменты стратегий и ваши знания о прогрессе в развитии навыков в различных областях математики, чтобы успешно обучать математику с пониманием.

Прогресс в развитии навыков — это основанные на результатах научных исследований траектории или пути, которые показывают прогресс в усвоении учащимися навыков во всех областях математики от простых к более сложным. Знание прогресса в развитии навыков может помочь учителям выявить пробелы в усвоении учащимися предшествующих навыков. После определения уровней сформированности навыков учащихся, учителя могут предусмотреть опоры – *скаффолдинг* в обучении, чтобы можно было двигаться дальше.

В тексте Модуля всякий раз, когда вы видите символ  — это означает, что приведенная информация касается прогресса в развитии навыков, возможных ошибок, которые могут сделать учащиеся, а также возможностей для использования скаффолдинга в обучении.

Первые пять базовых Модулей посвящены использованию стратегии обучения «Объяснение и обоснование» в пяти различных разделах математики: «Числа и понимание чисел», «Сложение и вычитание», «Умножение и деление», «Решение текстовых задач» и «Измерение величин». Приведенное ниже изображение лестницы показывает, как было организовано обучение по пяти базовым Модулям и пяти продвинутым Модулям, разработанным в рамках Проекта «Окуу керемет!».









Продвинутые Модули 6–10:
Модуль 6. Числа и арифметические действия
Модуль 7. Геометрические фигуры и пространственные отношения. Часть 1
Модуль 8. Геометрические фигуры и пространственные отношения. Часть 2
Модуль 9. Элементы алгебры
Модуль 10. Анализ данных

Базовые модули 1–5:
Модуль 1. Числа и понимание чисел
Модуль 2. Сложение и вычитание
Модуль 3. Умножение и деление
Модуль 4. Текстовые задачи
Модуль 5. Измерение величин

Прогресс в развитии навыков

Вы можете заметить, что стратегия «Объяснение и обоснование» во всех пяти базовых Модулях повторяется. Для этого есть две причины: во-первых, стратегия выглядит по-разному в разных областях содержания. Благодаря тому, что в Модулях показано, как использовать стратегию в разных областях математики, вы сможете лучше освоить применение этой стратегии, чтобы включить ее в свой набор инструментов. Во-вторых, каждый Модуль также содержит важную информацию о стратегии прогресса в развитии навыков, которая станет еще одним «инструментом» в вашем наборе. Прогресс в развитии навыков в сочетании с аспектами стратегии «Объяснение и обоснование» подготовят вас к работе с дополнительной стратегией в продвинутых Модулях. Таким образом, базовые Модули предоставляют вам два инструмента: понимание того, как дети учатся, и умение использовать стратегию «Объяснение и обоснование». Оба инструмента рассматриваются в контексте области математики и содержания каждого Модуля. Это подготовит вас к освоению дополнительных стратегий в будущих Модулях.

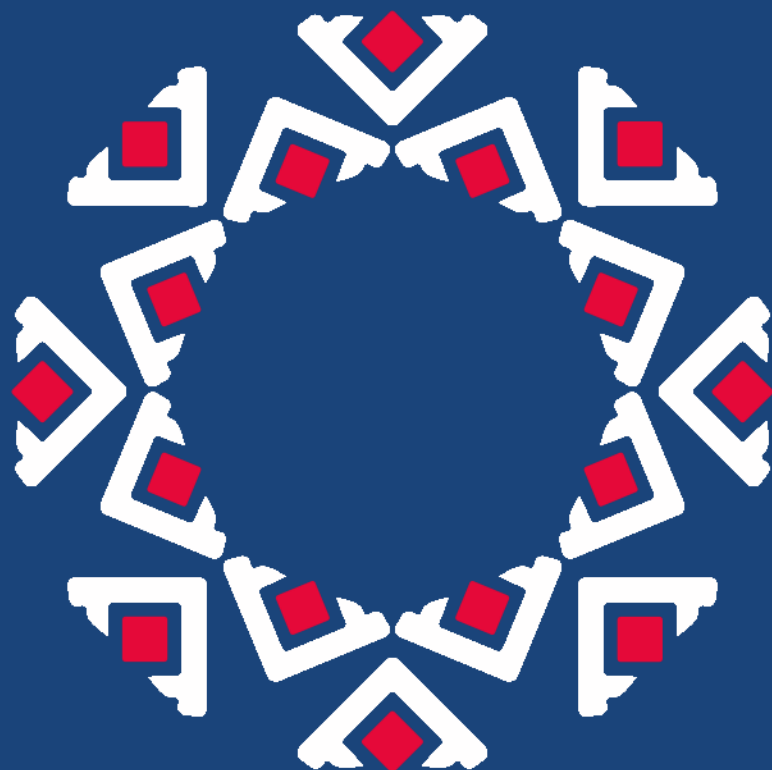
Разделы, содержащиеся в каждом Модуле.

	Обзор стратегий обучения.
	Прогресс в развитии навыков описан в обзорах тем, представленных в Модуле. Эти разделы также содержат информацию о важности темы, ключевых принципах и руководству к их применению на уроке.
	<p>Фрагменты примерного урока. Конкретные руководства/инструкции для учителей о том, как нужно действовать на своих уроках. Каждый фрагмент примерного урока включает в себя:</p> <ul style="list-style-type: none"> - описание действий учителя до начала процесса обучения и во время обучения (1), - предложения по дифференциации урока, включая «уровень выше» и «уровень ниже» уровня среднего учащегося (2), - предложения по формирующему оцениванию (3), - предложения по домашнему заданию (4)
	Аннотированная библиография
	Ресурсы/ справочные страницы
	Приложения

Модуль 1 по МАТЕМАТИКЕ

ЧИСЛА И ПОНИМАНИЕ ЧИСЕЛ

для УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ



СОДЕРЖАНИЕ

ОБЗОР СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ «ОБЪЯСНЕНИЕ И ОБОСНОВАНИЕ»	4
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «ЧИСЛА И ПОНИМАНИЕ ЧИСЕЛ»	7
ЧИСЛА И ПОНИМАНИЕ ЧИСЕЛ. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ.....	9
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «РАСПОЗНАВАНИЕ И СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ».....	11
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2: «РАСПОЗНАВАНИЕ И СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ»	13
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 1: «ЧИСЛОВОЙ ЛУЧ»	14
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 2: «КООРДИНАТНЫЙ ЛУЧ».....	17
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «СОСТАВЛЕНИЕ И РАЗЛОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ»	20
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4: «СОСТАВЛЕНИЕ И РАЗЛОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ»	21
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3: «СОСТАВЛЕНИЕ И РАЗЛОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ»	23
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 4: «РАСПОЗНАВАНИЕ И СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ»	26
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЙ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ ЧИСЛАМ И ПОНИМАНИЮ ЧИСЕЛ»	29
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6: «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЙ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ ЧИСЛАМ И ПОНИМАНИЮ ЧИСЕЛ».....	29
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 5: «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОНИМАНИЯ ЧИСЕЛ В ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЯХ»	30
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 6: «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОНИМАНИЯ ЧИСЕЛ В ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЯХ»	33
КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ	36
ПРИЛОЖЕНИЕ А: ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ	42
ПРИЛОЖЕНИЕ Б: ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	44
ПРИЛОЖЕНИЕ В: ПЛАН ДЕЙСТВИЙ	50
ПРИЛОЖЕНИЕ Г: ВЫДЕРЖКИ ИЗ МЕТОДИЧЕСКОГО ПОСОБИЯ «СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ»	53

ОБЗОР СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ «ОБЪЯСНЕНИЕ И ОБОСНОВАНИЕ»



Первый Модуль знакомит со стратегией обучения «Объяснение и обоснование» в контексте изучения чисел и понимания чисел. Этот модуль также знакомит со стандартным подходом к использованию стратегии «Объяснение и обоснование» при осуществлении вами фрагментов примерного урока. (Практические фрагменты примерного урока этого Модуля используются для обучения математическим понятиям или навыкам. В Приложении А представлено Методическое пособие, показывающее важные шаги в этом процессе и способы применения фрагмента примерного урока к любому контексту).

Причину использования стратегии обучения «Объяснение и обоснование» можно резюмировать цитатой, авторство которой признают за Бенжамином Франклином: *«Скажи мне, и я забуду. Учи меня, и я запомню. Вовлекай меня, и я научусь»*. Такое применение стратегии «Объяснение и обоснование» можно изложить в четыре этапа:

1. Учащимся дают задачу соответствующего уровня сложности и просят подумать о способе ее решения.
2. Учащимся предоставляется возможность объяснить свои варианты решения задачи и обосновать свое рассуждение. «Объяснение и обоснование включает в себя вовлечение учащихся в составление прогнозов, в анализ математических ситуаций, в поиск или предложение других возможных вариантов решения или представление аргументов в пользу определенного решения». (Ситабхан и соавторы, 2019 г., стр. 8).
3. Учитель слушает и задает вопросы, которые проясняют или уточняют решения учащихся. Учитель также может попросить других учащихся оценить полученные решения. На этом «критическом» этапе важно, чтобы учитель глубоко вникал в ход рассуждения учащихся, чтобы дать им доступную для понимания обратную связь.
4. Затем учитель просит других учащихся представить и объяснить свои альтернативные способы решения, а также обосновать ход своего рассуждения.

Другие способы побуждения учащихся к решению задач, объяснению и обоснованию хода своего рассуждения заключаются в следующем:

- показать учащимся решение задачи, в котором есть ошибка, и попросить их найти и объяснить эту ошибку, привести аргументы, почему решение задачи является неверным;
- попросить учащихся написать на листке бумаги шаги своего решения задачи, обменяться записями с партнером и оценить решения друг друга, объясняя, почему это решение правильное или неправильное;
- представить учащимся утверждение и спросить, является ли это утверждение истинным всегда, иногда или никогда и попросить их обосновать свои ответы.

Учащиеся могут объяснять и обосновывать свои ответы в различной форме, включая устное представление своих решений партнеру или классу, запись решения задачи в тетради или на доске, демонстрацию своих решений с помощью счетных материалов, диаграмм или рисунков.

Заметьте, что между объяснением и обоснованием есть четкая разница. Доктор Джули Диксон из Университета Центральной Флориды сказала: «В моем понимании, объяснение описывает то, что сделал учащийся (часто это просто шаги, предпринятые для выполнения процедуры), а обоснование включает причины, по которым то, что сделал учащийся, является математически приемлемым».

«Объяснение и обоснование» – это важная стратегия в обучении математике, которая одинаково важна как для учащихся, так и для учителей. Для учащихся обучение тому, как объяснять и обосновывать свои решения, повышает их уверенность в своей способности понимать математику, а также способности мыслить самостоятельно. Чтобы объяснить свое решение, учащиеся должны структурировать свое рассуждение, использовать соответствующий математический словарный запас и уже тем самым понять самим, почему решение, которое они представляют, является правильным или неправильным. Учащиеся на собственном примере понимают, что допустимо ошибаться при решении задачи, и что у них есть безопасное пространство, позволяющее им учиться на этих ошибках. Поскольку учащиеся знают, что учитель ценит их рассуждения, повышается мотивация учащихся лучше решать задачи.

Когда учителя задают открытые вопросы, предлагают соответствующие задачи для решения и внимательно слушают, как учащиеся объясняют и обосновывают свои ответы или решения, они могут выявить ошибки в ходе рассуждения и даже определить пробелы в знаниях учащихся. Такая стратегия помогает учителю шире и глубже понять распространенные ошибки учащихся и дает возможность исправить их ошибочные представления о чем-либо, восполнить пробелы в знаниях, а также по мере необходимости еще раз проработать тему с отдельным учащимся или с малой группой.

Более подробная информация об этих стратегиях представлена в пособии «Стратегии обучения математике в начальных классах» (Sitabkhan и соавторы, 2019 г.), ссылка в Приложении Г.

Модуль 1 сосредоточен на понимании чисел, определении отношений между числами и осмыслении числовых ситуаций. Модуль закладывает основу для содержания модулей 2 и 3, в которых эти свойства будут обсуждаться с точки зрения арифметических действий.

Модуль 1 «Числа и понимание чисел» включает в себя следующее:

- ◆ Обзор стратегии «Объяснение и обоснование».
- ◆ Обзор темы «Числа и понимание чисел».
- ◆ Ожидаемые результаты обучения согласно Предметному стандарту по математике в начальных классах.
- ◆ Фрагменты примерных уроков для обучения распознаванию и сравнению чисел.
- ◆ Фрагменты примерных уроков для обучения составлению и разложению чисел.
- ◆ Фрагменты примерных уроков для использования жизненных ситуаций в обучении числам и пониманию чисел.
- ◆ Календарно-тематический план по применению стратегий, который показывает, как интегрировать приведенные фрагменты примерных уроков в текущие уроки по учебнику.
- ◆ Библиография (см. Модуль 5, стр. 288–290).

- ◆ Глоссарий (см. Модуль 5, стр. 291–301).
- ◆ Приложение А. Методическое пособие по структуре фрагмента примерного урока.
- ◆ Приложение Б. Дополнительные задачи для самостоятельной работы.
- ◆ Приложение В. План действий.
- ◆ Приложение Г. Ссылка на статью, где более подробно рассматриваются стратегии обучения.
- ◆ Приложение Г. Форма наблюдения урока (см. Модуль 5, стр. 313–318).

ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «ЧИСЛА И ПОНИМАНИЕ ЧИСЕЛ»



Понимание чисел определяется как восприятие понятия числа, отношений между числами и действия с ними. В своей работе «Контрольный список умений ребенка, обладающего глубоким пониманием чисел» в книге «*Формирование понимания чисел через общую базу*» Витцель и соавторы (2013 г.) выделили четыре характеристики учащегося, который демонстрирует понимание чисел:

- ◆ развивает понимание **значения** чисел и арифметических действий;
- ◆ определяет **отношения** между числами и арифметическими действиями;
- ◆ **понимает** алгоритмы вычислений и использует их надлежащим образом и эффективно;
- ◆ **разбирается** в порядковых и количественных ситуациях.

Учащиеся развивают понимание значения чисел, изучая такие понятия, как:

- ◆ числа произносятся устно и выражаются в виде графических символов, передающих определенные количественные значения;
- ◆ число 0 представляет собой пустой набор;
- ◆ числа можно использовать для представления длины.

Они понимают отношения между числами, изучая такие понятия, как:

- ◆ числа состоят из других чисел и могут быть разложены или «разбиты» на различные комбинации чисел (например, число 10 можно разложить на 1 и 9 или на 3 и 7);
- ◆ из двух чисел больше то число, у которого цифра на месте одного и того же разряда числа больше, потому что разрядное место цифры в числе указывает на её значение.

Прочное понимание чисел помогает научиться использовать такие подходы, как:

- ◆ составление двузначного числа, зная количество десятков и количество единиц в этом числе;
- ◆ сравнение чисел с пониманием разрядного значения, т. е. что значение цифры 6 в числе 6075 в 10 раз больше значения цифры 6 в числе 675, поэтому $6075 > 675$.

Ученики разбираются в ситуациях, связанных с числами и величинами, когда они используют такое понимание, как:

- ◆ число 97 – это примерно 100, потому что оно ближе к 100 на числовом луче;
- ◆ число 3 639 меньше, чем число 300 000, но больше, чем число 300.

Понимание разрядного значения цифр в числе играет важную роль в развитии понимания чисел у учащегося. «Как только дети развивают базовое понимание чисел до десяти, они должны развить прочное понимание «десятки», как основы для понимания разрядного значения, а также для проведения расчетов в уме» (Vask, 2014 г.). Учащиеся знают, что позиция цифры в числе определяет ее разрядное значение, когда они сравнивают двухзначные числа, дальше трехзначные и более. По мере того, как развивается понимание учащимися разрядного значения цифр в числе, укрепляется и понимание чисел. Учащиеся впредь могут использовать разрядное значение в развитии стратегий сложения, вычитания и

умножения чисел. В таблице ниже приведены примеры разрядного значения цифры в числе в развитии понимания чисел разных возрастных групп учащихся.

Учащийся	Класс	Демонстрирует разрядное значение цифр в понимании чисел, например,
Асия	1	представляет число 16 как 1 десяток и 6 единиц;
Элдиар	2	понимает, что число 57 – это то же самое, что и $50 + 7$;
Регина	3	сравнивает числа 359 и 381 правильно, сравнивая цифру сотен, а затем цифру десятков;
Алишер	4	знает, что значение цифры 4 в числе 49275 в 10 раз больше значения цифры 4 в числе 4925

Важность развития прочного понимания чисел в начале образовательного пути учащегося трудно переоценить. Обладая глубоким пониманием чисел, учащиеся будут сталкиваться с меньшим количеством трудностей в дальнейшем изучении математики на более высоком уровне. «...способность понимать числа влияет на оценку успеваемости учащихся по математике в школе, и поэтому очень важно развивать эту способность» (Maghfirah и Mahmudi, 2018г.) Также, более глубокое понимание чисел, содействующий меньшему количеству трудностей в изучении математики, в свою очередь способствует лучшим образовательным возможностям и лучшему качеству жизни. В исследовании, проведенном Дунканом и Магнусоном «учащиеся, испытывающие постоянные трудности в обучении математике в начальной школе, имели на 13 процентов меньше шансов окончить среднюю школу и на 29 процентов меньше шансов поступить в колледж» (Кристенсен, 2011 г.).

В следующей таблице перечислены навыки и понятия, связанные с формированием глубокого и нужного понимания чисел, которые учащиеся должны приобрести и усвоить к концу 1–4 классов.

ЧИСЛА И ПОНИМАНИЕ ЧИСЕЛ. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

Содержательная линия	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
3. Числа и вычисления	<ul style="list-style-type: none"> • Числа от 1 до 20. Нумерация. • Число 0. • Десятки и единицы. • Двузначные числа и круглые десятки. • Сравнение чисел. Знаки «>», «<», «=». Равенство, неравенство. • Числовой луч. 	<ul style="list-style-type: none"> • Нумерация. Числа от 1 до 100. • Счёт десятками. • Замена двузначного числа суммой разрядных слагаемых. • Сравнение чисел и числовых выражений. 	<ul style="list-style-type: none"> • Нумерация. Числа от 1 до 1000. • Трёхзначные числа и их последовательность. • Замена трехзначного числа суммой разрядных слагаемых. • Римские цифры. • Сравнение чисел. • Доли. Образование и сравнение долей. 	<ul style="list-style-type: none"> • Нумерация. Разряды и классы (класс миллионов, тысяч и единиц). • Представление многозначных чисел в виде суммы разрядных слагаемых. • Сравнение многозначных чисел. • Координатный луч. • Доли. Определение доли числа и числа по его доле.

Ожидаемые результаты									
Компетенности	Ожидаемые результаты								
К1	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">1 класс</th> <th style="text-align: center;">2 класс</th> <th style="text-align: center;">3 класс</th> <th style="text-align: center;">4 класс</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> <p>1.3.1. Ученик имеет представление о натуральном числе как результате счёта и измерения; определяет место числа в последовательности чисел от 1 до 20, читает и записывает числа в пределах 20.</p> </td> <td> <p>2.3.1. Ученик имеет представление о натуральном ряде чисел и особенностях его построения; распознает последовательность, читает и записывает числа в пределах 100.</p> </td> <td> <p>3.3.1. Ученик имеет представление о натуральном числе как результате счёта и измерения, о некоторых свойствах натуральных чисел (о чётных, четных и нечётных);</p> </td> <td> <p>4.3.1. Ученик имеет представление о способах записи чисел на примере десятичной системы счисления и римской нумерации; понимает последовательность, читает и записывает числа в пределах 1 000 000, 1 000 000 000.</p> </td> </tr> </tbody> </table>	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс	<p>1.3.1. Ученик имеет представление о натуральном числе как результате счёта и измерения; определяет место числа в последовательности чисел от 1 до 20, читает и записывает числа в пределах 20.</p>	<p>2.3.1. Ученик имеет представление о натуральном ряде чисел и особенностях его построения; распознает последовательность, читает и записывает числа в пределах 100.</p>	<p>3.3.1. Ученик имеет представление о натуральном числе как результате счёта и измерения, о некоторых свойствах натуральных чисел (о чётных, четных и нечётных);</p>	<p>4.3.1. Ученик имеет представление о способах записи чисел на примере десятичной системы счисления и римской нумерации; понимает последовательность, читает и записывает числа в пределах 1 000 000, 1 000 000 000.</p>
1 класс	2 класс	3 класс	4 класс						
<p>1.3.1. Ученик имеет представление о натуральном числе как результате счёта и измерения; определяет место числа в последовательности чисел от 1 до 20, читает и записывает числа в пределах 20.</p>	<p>2.3.1. Ученик имеет представление о натуральном ряде чисел и особенностях его построения; распознает последовательность, читает и записывает числа в пределах 100.</p>	<p>3.3.1. Ученик имеет представление о натуральном числе как результате счёта и измерения, о некоторых свойствах натуральных чисел (о чётных, четных и нечётных);</p>	<p>4.3.1. Ученик имеет представление о способах записи чисел на примере десятичной системы счисления и римской нумерации; понимает последовательность, читает и записывает числа в пределах 1 000 000, 1 000 000 000.</p>						

Компетен- ности	Ожидаемые результаты			
	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
К2	1.3.2. Ученик знает состав числа от 1 до 20, располагает числа в порядке возрастания и убывания, сравнивает их.	2.3.2. Ученик раскладывает двузначные числа на разрядные слагаемые, сравнивает числа в пределах 100.	3.3.2. Ученик раскладывает многозначные числа на разрядные слагаемые, сравнивает числа в пределах 1000.	4.3.2. Ученик раскладывает на разряды и классы числа в пределах 1 000 000, 1 000 000 000, сравнивает их.
К3	1.3.3. Ученик выделяет единицы, десятки и круглые десятки в двузначном числе.	2.3.3. Ученик различает и называет разряды в двузначном числе.	3.3.3. Ученик различает и называет разряды и классы чисел в пределах 1 000.	4.3.3. Ученик различает, выделяет и называет в записях многозначных чисел классы и разряды.
К4	1.3.4. Ученик устанавливает правило, по которому расположены числа на числовом луче. Использует числовой отрезок для сравнения, сложения и вычитания чисел в пределах 20; самостоятельно выполняет сложение и вычитание двузначного числа с однозначными, двузначными числами в устной форме.	2.3.4. Ученик устанавливает правило, по которому составлена числовая последовательность, продолжает её, восстанавливает пропущенные в ней числа; самостоятельно выполняет устное и письменное сложение и вычитание двузначных чисел в пределах 100.	3.3.4. Ученик устанавливает правило, по которому образуются многозначные числа, продолжает числовые ряды; сравнивает разные способы вычисления, выбирает наиболее рациональный способ; самостоятельно выполняет письменно арифметические действия с числами в пределах 1000.	4.3.4. Ученик называет координату данной точки, указывает (отмечает) на луче точку с заданной координатой; самостоятельно строит алгоритмы арифметических действий с многозначными числами, использует их для вычислений, самоконтроля и коррекции своих ошибок.



ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «РАСПОЗНАВАНИЕ И СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ»

Распознавание чисел – это способность визуально распознавать и называть числа. Таблица, приведенная ниже показывает последовательность этапов обучения, которые младший школьник проходит в познании чисел до того, как он научится распознавать числа.

Способность учащихся распознавать числа развивается с помощью:

- ◆ мгновенной оценки количества или визуального распознавания небольшой группы объектов и сопоставления ее с названием числа, чтобы визуально определять «больше» и «меньше»;
- ◆ использования взаимно-однозначного соответствия для соотношения предметов и выявления большего и меньшего из них;
- ◆ использования взаимно-однозначного соответствия между натуральным рядом чисел и предметами для подсчета набора предметов, зная, что последнее подсчитанное число представляет собой общую сумму (количество элементов множества).

Как только учащиеся научатся распознавать числа и поймут, что эти числа представляют собой количество, они перейдут к распознаванию числовых символов, написанных по порядку. Этот шаг – начало обучения тому, как располагать числа в последовательности. Расположение чисел в последовательности включает в себя их сравнение, чтобы расположить по порядку. Теперь учащиеся могут, например, назвать число, предшествующее 5, найти число, отсутствующее в последовательности 5, ____, 7, и вспомнить число, которое следует за числом 7.

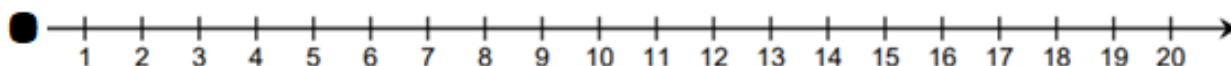
В таблице ниже показано, как знания, учащихся с каждым классом развиваются от счета для сравнения к более эффективным методам сравнения.

Учащийся	Класс	Навыки ученика в ходе обучения сравнению чисел.
Надиа	1	считает 10 предметов как 1 десяток для сравнения чисел до 20: $16 > 12$, потому что число 16 – это 1 десяток и 6 единиц, а число 12 – это 1 десяток и 2 единицы;
Эмир	2	понимает разрядное значение цифр в двузначных числах и анализирует числа для сравнения: $57 > 49$, потому что в числе 57 содержится 5 десятков, а в числе 49 - 4 десятка;
Назгул	3	использует разрядное значение цифр в трехзначных числах и представляет числа как сумму их разрядных слагаемых: $359 < 381$, потому что $359 = 300 + 50 + 9$ и $381 = 300 + 80 + 1$. Значит, число 359 меньше числа 381, потому что в нем меньше десятков;
Дамир	4	знает разряды чисел до миллиарда и понимает, что разрядное значение цифры в числе увеличивается в десять раз по мере того, как положение цифры меняется влево в схеме разрядных единиц, например, значение цифры 4 в числе 49 275 в 10 раз больше значения цифры 4 в числе 4 925.

Разрядное значение цифр в числе может быть использовано для определения последовательности многозначных чисел, когда учащиеся используют на практике понимание принципа построения натурального ряда чисел, умение отвечать, например, на следующие вопросы:

- ◆ Какое число предшествует числу 1 700?
- ◆ Можете ли вы назвать число, которое больше числа 33 550, но меньше числа 33 560?
- ◆ Какие числа находятся между числами 125 674 и 125 678?

Числовой луч – это важное визуальное представление чисел, которое используется для сравнения и упорядочения чисел. Это просто луч, который начинается слева с числа 0, вдоль которого через равные интервалы расположены числа. Когда учащиеся располагают числа на числовом луче, им легче определить, какое число больше или меньше другого числа путем проверки: число, расположенное на числовом луче правее, больше, чем число, расположенное левее.

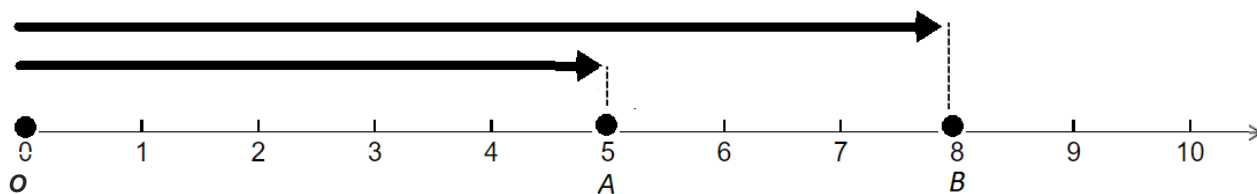


«Исследования показывают, что визуальные представления, такие как числовой луч, способствуют развитию у учащихся понимания чисел, помогая им создавать мысленное представление о порядке и величине чисел» (Woods, 2017г.). В таблице, приведенном ниже показано, как числовой луч помогает сделать задачи на сравнение и последовательности чисел более понятными для учащихся.

Вопрос	Представление в виде числового луча
Какое число предшествует числу 90?	
Можете ли вы назвать число, которое больше числа 250, но меньше числа 300?	
Какие числа находятся между числами 98 и 102?	

«В начальных классах для учащихся, которым трудно перейти от подсчета набора предметов к видению чисел на числовом луче, может быть полезным понять числовой луч как представления длины» (Woods и соавторы, 2017г.). Учащиеся могут видеть, что число, соответствующее точке на числовом луче, показывает длину отрезка и представляет собой расстояние, на котором эта точка находится от точки, соответствующей числу 0.

На числовом луче, изображенном на рисунке ниже, точка *A* соответствует числу 5, а отрезок от точки 0 до точки *A* имеет длину 5 единиц. Точка *B* соответствует числу 8, а длина отрезка от точки 0 до точки *B* равна 8 единицам. Поскольку точка *B* на числовом луче расположена правее точки *A*, то говорят, что координата точки *B*, которая равна 8, больше координаты точки *A*, которая равна 5.



Поскольку на числовом луче можно показывать координаты различных точек, он называется координатным лучом.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2: «РАСПОЗНАВАНИЕ И СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ»

Следующие установившиеся практические методы (фрагменты примерного урока) отражают порядок действий, в которых стратегия «Объяснение и обоснование» используется для обучения распознаванию и сравнению чисел. В этих фрагментах примерных уроков используется числовой луч как основание (скаффолдинг) для открытых вопросов о сравнении и последовательности чисел, которые задают учащимся. Эти вопросы требуют от учащихся объяснения своих ответов и обоснования хода своего рассуждения. Работа учащихся с числовыми лучами помогает им укрепить понимание чисел как выражение единиц длины, дает им возможность мысленно представить, почему одни числа больше или меньше других чисел.



Фрагмент примерного урока 1: «Числовой луч»

Название / Тема: Сравнение чисел при помощи числового луча.

Целевые классы: 1–2.

Цель деятельности: учащиеся будут определять место чисел на числовом луче и сравнивать числа.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: понимание, что числовой луч дает визуальную иллюстрацию натурального ряда чисел, является основой введения понятий «отрицательные числа» и «рациональные числа», изучения прямоугольной системы координат.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями.]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок

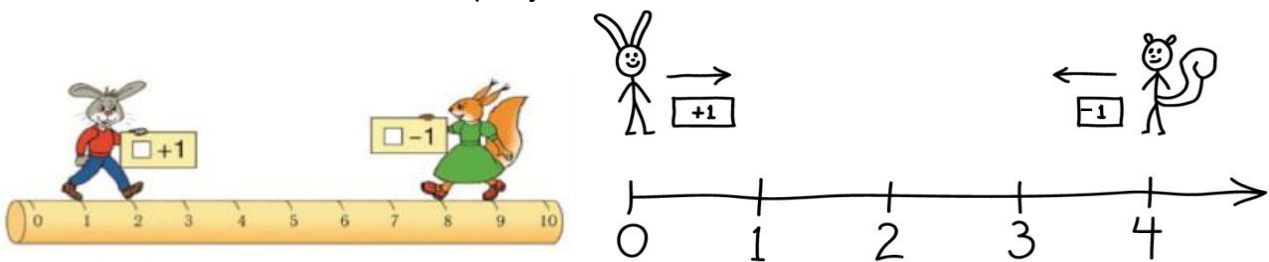
- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем сравнивать числа при помощи числового луча.

Часть II. Формирование понимания у учащихся

- ♦ **Решение задачи:** напишите примеры на доске.
 - *Какое число больше: 1 или 5?*
 - *Какое число меньше: 4 или 9?*
 - *Какой знак $>$, $<$, или $=$ поставите между числами 4 и 6?*

Попросите учащихся работать самостоятельно или в паре с соседом по парте, чтобы решить эти примеры.

Вы можете использовать этот рисунок в качестве модели.



Примечание: Для 2-го класса вы можете использовать числовой луч, отмечая точки с координатами от 0 до 100.

- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Как вы узнали, что число 5 больше числа 1?*
 - *Как вы узнали, что число 4 меньше числа 9?*
 - *Можете ли вы показать мне, как вы использовали числовой луч, чтобы получить свой ответ?*
 - *Какой из знаков вы написали между числами 4 и 6? Почему?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения задачи?*

◆ **Противоположное предположение:**

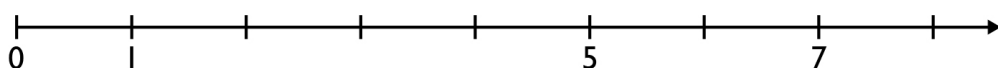
- Скажите, что учащийся из другого класса сказал, что числа 4 и 6 равны, так как они расположены на одинаковом расстоянии от числа 5 на числовом луче, т.е. количество делений между числами 4 и 5 и числами 5 и 6 на числовом луче одинаково.
- Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с этим учащимся? Объясните, почему?*
 - *Как вы думаете, почему он так выполнил этот пример?*
 - *Что бы вы сказали ему?*

◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как были решены примеры.

- Скажите: *«Мы можем использовать числовой луч для сравнения чисел, ориентируясь на место чисел на числовом луче».*
- *По мере движения по лучу вправо (жест слева направо) числа увеличиваются. По мере движения влево (жест справа налево) числа становятся меньше.*
- *Какие числа, по вашему мнению, появятся на числовом луче, если мы удлиним луч вправо? (11, 12,...)*
- *Когда мы сравниваем два числа, мы используем математические обозначения (знаки), чтобы записать результаты сравнения. Посмотрите на эти знаки:*
 - > – знак «больше»,
 - < – знак «меньше»,
 - = – знак равенства.

◆ **Практика:** попросите учеников решить похожие задачи из учебника.

- Пока ученики работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Как вы решили эту задачу?*
 - *Можете объяснить свое решение?*
- Сделайте себе заметки, с какими трудностями сталкиваются учащиеся, чтобы вы могли оказать им дополнительную поддержку позже.
- **Уровень выше:** задайте учащимся более сложные задачи, используя числовые лучи с пропущенными координатами точек, как показано в задаче ниже.



- Поставьте знак <, >, или = между числами 3 и 5; 7 и 4; 3 и 3. Объясните свое решение, используя для этого числовой луч на рисунке, приведенном выше.
- Как из числа 7 получить число 5? Как из числа 5 получить число 7?
- Покажите на числовом луче, где находятся числа 3, 9?

- **Уровень ниже:** дайте учащимся больше задач на сравнение двух чисел в пределах 10 с помощью числового луча.

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - Начертите на доске числовой луч. Отметьте на нем числа 0 и 1.
 - Попросите учащихся показать пальцами ответы на следующие вопросы (число, направление):
 - *Какие числа находятся на числовом луче правее числа 5? Левее числа 5?*
 - *Сколько отрезков длиной в одну единицу находятся на числовом луче между числами 5 и 8? 6 и 9?*
 - *В каком направлении от числа 8 расположены на числовом луче числа, которые больше 8? Меньше 8?*

Посмотрите вокруг и отметьте для себя, кто из учащихся испытывают трудности.

- ◆ **Повторите** пройденное понятие и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.

Напомните учащимся, что на числовом луче каждое число имеет свое место. Числа на луче расположены в порядке возрастания следующим образом: при перемещении слева направо числа увеличиваются и справа налево – уменьшаются.
- ◆ **Домашнее задание:** дайте домашнее задание по учебнику. Уровень сложности домашних задач не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части урока, и должен соответствовать целям, поставленным во фрагментах примерного урока. После выполнения домашнего задания учащиеся должны уметь отвечать на следующие вопросы:
 - *Как вы сравниваете числа, используя числовой луч?*
 - *Как вы находите пропущенные числа на числовом луче?*
 - *Как вы получаете одно число из другого?*





Фрагмент примерного урока 2: «Координатный луч»

Название/Тема: Место числа на координатном луче.

Целевые классы: 3–4.

Цель деятельности: учащиеся будут определять место чисел на координатном луче и координаты точек на координатном луче

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: понимание, что координатный луч дает наглядную иллюстрацию взаимно-однозначного соответствия целых неотрицательных чисел и точек координатного луча, является основой для изучения прямоугольной системы координат и введения понятий «отрицательные числа» и «рациональные числа».

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями.]

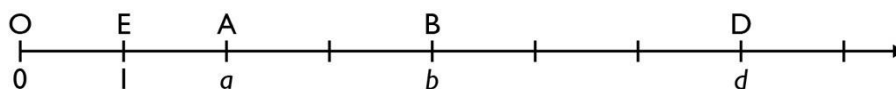
Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем определять место числа на числовом луче и установим соответствие между точками числового луча и числами.

Часть II. Формирование понимания у учащихся.

- ♦ **Решение задачи:** напишите следующее задание на доске. Обратите внимание учащихся на координатный луч и попросите их ответить на вопросы. Попросите их работать самостоятельно или в паре с соседом по парте, чтобы выполнить это задание.
 - *Какое из чисел больше остальных: a , b или d ?*
 - *На сколько число b больше, чем число a ?*
 - *Какие числа находятся между числами b и d на числовом луче?*
 - *Какая точка на числовом луче соответствует числу 1?*



- ♦ **Обсуждение:** попросите учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Число, соответствующее какой из точек на числовом луче, больше чисел, соответствующих остальным точкам: A , B или D ? Как вы узнали?*
 - *На сколько координата точки D больше, чем координата точки A ? Можете ли вы пояснить, как получили ответ?*
 - *Какие числа расположены на числовом луче между точками B и D ? Как вы узнали?*
 - *Какое число соответствует точке E ? Можете ли объяснить, как вы узнали?*

- *Кто может поделиться с другими своим способом решения задачи?*

◆ **Противоположное предположение:**

- Скажите учащимся, что один учащийся из другого класса считает, что числу 3 соответствует точка В.
- Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Почему?*
 - *Почему этот учащийся сказал так?*
 - *Как бы вы объяснили этому учащемуся, что его (ее) ответ неправильный?*

◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как было выполнено задание.

Объясните, что любой точке на числовом луче соответствует единственное число, оно называется координатой точки. Для любого числа можно указать соответствующую ему точку. Поэтому числовой луч называется координатным лучом.

- Числу 1 соответствует точка Е, длина отрезка ОЕ – одна единица длины, отрезок ОЕ называется единичным отрезком.
- $a = 2$, $b = 4$, $d = 7$. Из этого следует, что $d > b$ и $d > a$.
- Числу 2 соответствует точка А на координатном луче.
- Точке В соответствует число 4 на координатном луче. Число 4 называется координатой точки В и записывается В(4).
- Координата точки В больше координаты точки А на 2.

◆ **Практика:** попросите учащихся, решить похожие задачи из учебника.

- Определить на числовом луче точки с координатами, расположенными в интервале от 15 до 19.
- Отметить точки на луче, если заданы координаты этих точек.

Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:

- *Как вы решили эту задачу?*
- *Можете объяснить свое решение?*

- Отметьте для себя, с какими трудностями сталкиваются учащиеся, чтобы вы могли оказать им дополнительную поддержку позже.
- **Уровень выше:** дайте учащимся более сложные задания на определение координат точек и сравнение более двух чисел, используя координатный луч. Например,

Назовите три числа, которые являются координатами точек, расположенных на координатном луче:

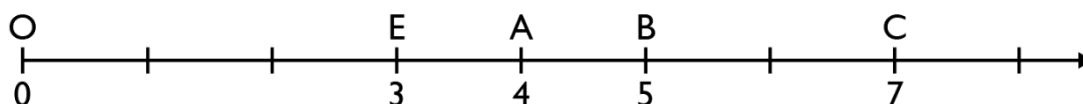
- *правее точки А (9)*
- *левее точки В (12)*
- *правее точки С (13), но левее точки К (19).*

- **Уровень ниже:** дайте учащимся задания на определение координат двух точек и сравнение их с помощью координатного луча.

Часть III. Оценивание результатов обучения.

◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**

- Нарисуйте заранее числовой луч на доске, как показано ниже, и отметьте на нем точки А, В, и С.



Попросите учащихся посмотреть на числовой луч и показать на пальцах числа, которые являются правильными ответами на каждый из вопросов:

- Назовите координату начала числового луча.
- Назовите координаты точек А, В и С.
- Координата какой из точек больше: А или С?

- Посмотрите вокруг и отметьте для себя, кто из учащихся испытывает трудности.

- ◆ **Повторите** пройденное понятие и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.

Напомните учащимся, что на координатном луче каждому числу соответствует единственная точка и каждой точке - единственное число, которое называется координатой этой точки. И чем правее расположена точка на числовом луче, тем ее координата больше.

- ◆ **Домашнее задание:** дайте домашнее задание по учебнику. Домашние задания не должны превышать по уровню сложности задания, рассмотренные в практической части урока, и должны соответствовать целям, поставленным к данному фрагменту примерного урока. После выполнения домашнего задания учащиеся должны уметь отвечать на следующие вопросы:

- Как вы определите на числовом луче точки с координатами, расположенными в интервале от 15 до 30?
- Как вы отметите точки на луче, если заданы координаты этих точек?



ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «СОСТАВЛЕНИЕ И РАЗЛОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ»



Разрядное значение цифр в записи чисел играет важную роль в развитии понимания чисел не только для сравнения чисел, но для того, чтобы учащиеся могли представлять числа различными способами. Два основных способа представить числа – это составить числа или разбить их на составные. Когда учащиеся складывают числа из составных чисел, они составляют числа. Когда ученики разбивают числа на их составные, они раскладывают числа. Когда учащиеся понимают, что числа могут быть составлены и разложены разными способами, они приобретают гибкость мышления, позволяющую им успешно концептуально осмысливать действия с числами.

Учащиеся начинают понимать разрядное значение цифры в записи числа, когда узнают, что двузначное число представимо в виде суммы десятков и единиц, например, $36 = 30 + 6$. Эта расширенная запись числа используется для последующего представления трехзначных чисел в виде суммы сотен, десятков и единиц. Учащиеся используют понятие разрядных единиц в числе, чтобы определить ее значение. Эту расширенную форму записи числа можно применить к числам в пределах миллиарда и больше, например,

$$3\ 000\ 600\ 002 = 3\ 000\ 000\ 000 + 600\ 000 + 2.$$

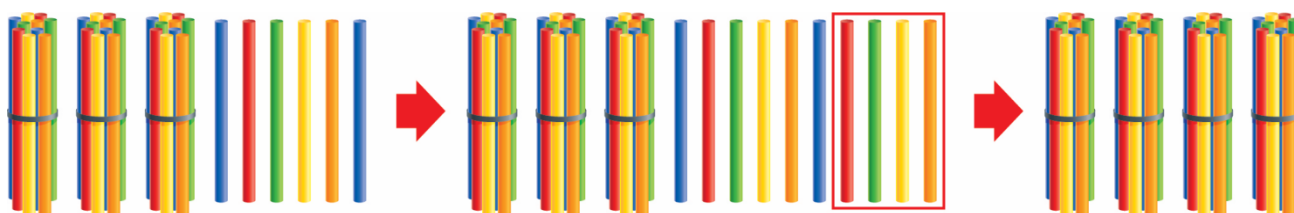
Учащиеся смогут составлять и раскладывать числа, используя различные способы. Некоторые из них зависят от понимания разрядного значения цифры в записи числа, а некоторые не зависят. Эти два приема составления и разложения чисел были обозначены как специальные способы и общие способы. «Например, специальный способ вычисления $398 + 17$ состоит в том, чтобы разложить 17 на $2 + 15$ и посчитать $398 + 2 + 15$ » (Университет Аризоны, 2012 г.). В отличие от этого общие способы базируются на разрядном значении цифр в записи числа: «Более легко обобщаемый метод вычисления $398 + 17$ состоит в том, чтобы сгруппировать разрядные слагаемые на основе десятков. Общие способы распространяются на все числа, представленные в десятичной системе счисления» (Университет Аризоны, 2012 г.).

Понимание того, как составлять и раскладывать числа, позволяет учащимся легче выполнять действия с числами. Учащиеся могут разложить числа на составные теми способами, которые им понятны, и сложить их обратно теми способами, которые для них имеют смысл. Начиная с выполнения действий на сложение чисел, учащиеся начинают понимать составление и разложение чисел. Демонстрация того, что число 12 может быть составлено как $10 + 2$, $6 + 6$ или $8 + 4$, позволяет ученикам применить эти различные выражения при решении задач на сложение. Разложение чисел можно рассматривать как способ сделать их «удобными», а составление чисел - как способ облегчить выполнение арифметических действий.

Когда учащиеся учатся составлять и раскладывать числа, это помогает им «видеть» числа. Используя визуальное представление, такое как таблица с десятью ячейками (см. ниже), учащиеся могут увидеть, что 12 – это 10 и еще 2.

●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●			

Разложение чисел на разрядные слагаемые помогают ученикам визуально представить двузначные и трехзначные числа. Учащиеся могут составить число 36 из 3 десятков и 6 единиц. Они могут увидеть, что, если бы у них было еще 4 единицы, они физически могли бы сгруппировать 6 единиц и еще 4 единицы, чтобы получить десяток, и таким образом у них есть представление числа 40.



Шаблоны для составления предложений – это полезный инструмент для подготовки учащихся к тому, чтобы они могли объяснить свои ответы. Они могут служить для учащихся основой для грамотных ответов по мере того, как они учатся применять математические термины в своих объяснениях и обоснованиях. «В шаблонах для составления предложений есть завершенная мысль и пустые места для терминологии или фраз. Шаблоны для составления предложений очень специфичны и работают с терминологией и понятиями, которым вы обучаете учащихся» (Boschen, 2016 г.). Примеры шаблонов для составлений предложений, которые учащийся может использовать при составлении или разложении числа приведены ниже:

- ◆ В числе ___ имеет ___ сотен, ___ десятков и ___ единиц.
- ◆ Если сложить вместе ___ десятков и ___ единиц, то получится _____.
- ◆ Я могу записать число _____ как _____ плюс еще 1.
- ◆ Цифра в разряде тысяч-это ____, поэтому в числе имеется ___ тысяч.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4: «СОСТАВЛЕНИЕ И РАЗЛОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ»

Следующие практические методы описывают, как использовать стратегию «Объяснение и обоснование» для обучения составлению и разложению чисел, используя арифметические действия (таблицы сложения/вычитания и умножения/деления) и разрядное значение цифр в записи чисел. Эти фрагменты примерного урока используют визуальные представления, например таблицу разрядов и классов чисел, чтобы помочь учащимся представлять числа разными способами. Попросив учащихся объяснить свои ответы и обосновать ход своего рассуждения при составлении и разложении чисел, учителя смогут получить информацию о распространенных неправильных представлениях учащихся, а также о том,

насколько хорошо учащиеся понимают математические термины, которые они изучают. Работа учащихся над составлением и разложением чисел улучшает понимание чисел, повышая гибкость их мышления и вариативность интерпретации чисел.



Фрагмент примерного урока 3: «Составление и разложение чисел»

Название /Тема: Составление и разложение чисел.

Целевые классы: 1–2.

Цель деятельности: учащиеся будут представлять любое число в виде комбинации из чисел, которые составляют это число.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: знание состава числа - основа формирования навыков быстрых устных и письменных вчислений.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями.]

Процедура:

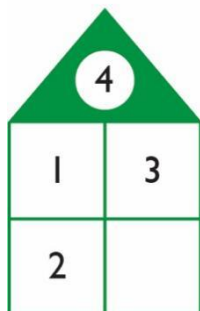
Часть I. Открытие и введение в урок

- ◆ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем работать над (1) пониманием того, как числа можно разбить на меньшие числа, и (2) как составлять комбинации чисел.

Часть II. Формирование понимания у учащихся

- ◆ **Решение задачи:** напишите задачу на доске. Попросите учеников работать самостоятельно или в паре с соседом по парте, чтобы решить эту задачу.

ЗАСЕЛЯЕМ
ДОМА:



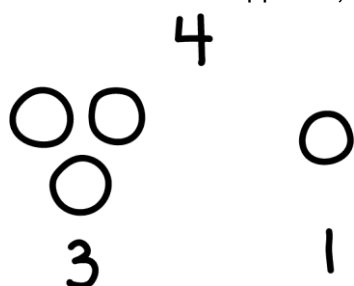
- **Совет учителю:** ученикам 2-го класса можно задать составление комбинаций числа в пределах 20 или 100.
- ◆ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Как вы узнали, что ответ 2?*
 - *Можете ли вы объяснить, как вы получили ответ 2?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения задачи?*
- ◆ **Противоположное предположение:**
 - *Скажите учащимся, что вы разговаривали с другим учеником 1-го класса из другой школы, и он сказал, что еще один способ составить число 4 - это комбинация чисел 2 и 3.*

- Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните почему?*
 - *Как вы думаете, почему этот ученик сказал, что 2 и 3 составляют 4?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*

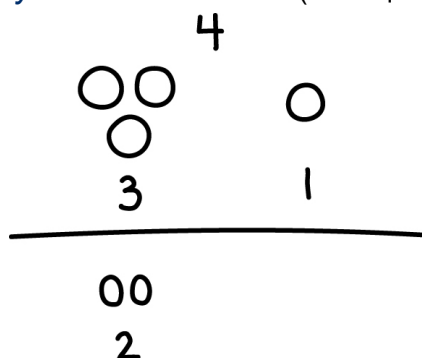
◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.

- *Когда мы пытаемся найти комбинации числа 4, мы понимаем, что 1 и 3 составляют 4.*

При необходимости, чтобы помочь учащимся в обучении, нарисуйте визуальные элементы на доске, как показано ниже.



- *Если у нас есть число 2, то какое число нужно прибавить к нему, чтобы получилось число 4? (Учащиеся отвечают: 2).*



- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника на составление комбинаций других чисел.
 - **Уровень выше:** дайте учащимся задачи на составление двузначных чисел. Например, для чисел 10, 15, 20.
 - **Уровень ниже:** предоставьте учащимся счетные материалы, чтобы они могли найти больше комбинаций одного числа.
 - Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Запишите, с какими трудностями сталкиваются учащиеся, чтобы вы могли оказать им дополнительную поддержку позже.
 - Задавайте такие вопросы, как:
 - *Как вы решили эту задачу?*
 - *Можете объяснить свое решение?*

Часть III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**

- Напишите на доске цифру 5. Попросите учащихся показать вам на пальцах хотя бы одну комбинацию, которая дает в сумме число 5. Осмотрите класс и обратите внимание на того, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное умение и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
- Напомните учащимся, что существуют различные способы составления комбинации одного числа, и что они будут выполнять упражнения, чтобы развивать этот навык.
- ◆ **Домашнее задание:** используя описания задачи в практической части, дайте учащимся такое же домашнее задание по учебнику.
- Домашние задания не должны превышать по уровню сложности задания, рассмотренные в практической части урока, и должны соответствовать целям, поставленным к фрагменту примерного урока. Предложите учащимся подготовиться к следующему занятию так, чтобы они могли объяснить всем в классе свое решение.
- Задания могут быть на определение состава чисел, составление нескольких комбинаций одного числа.
- Практические задания могут быть в виде текстовых задач.





Фрагмент примерного урока 4: «Распознавание и сравнение чисел»

Название / Тема: Разряды чисел.

Целевые классы: 3–4.

Цель деятельности: учащиеся будут определять разрядные значения цифр в десятичной записи чисел, читать и записывать многозначные числа.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: знание состава числа, понимание того, что разряд цифры в записи числа – это структурный элемент представления чисел в позиционных системах счисления, который является «рабочим местом» цифры в числе, являются основой формирования навыков быстрого устного и письменного вычислений.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями.]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем работать с разрядами чисел, которые называются разряд сотен, разряд десятков и разряд единиц.

Часть II. Формирование понимания у учащегося.

- ♦ **Решение задачи:** напишите следующие вопросы на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или в паре с соседом по парте, чтобы ответить на эти вопросы:
 - *Сколько сотен в числе 672? Десятков? Единиц?*
 - *Сколько сотен в числе 206? Десятков? Единиц?*
 - *Совет учителю:* для 1-2 классов используйте числа до 100 и разряды только десятки и единицы.
- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Как вы узнали, что цифра 7 в числе 672 относится к разряду десятков?*
 - *Можете ли вы объяснить, почему цифра 2 относится к разряду сотен в числе 206?*
 - *Сколько десятков в числе 206? Почему? Как вы это узнали?*
 - *Сколько единиц в числе 730? Объясните почему?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения задачи?*
- ♦ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что вы разговаривали с учеником 3-го класса из другой школы, и он сказал, что в числе 206 имеется 20 сотен, а не 2.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Объясните почему?*
 - *Как вы думаете, почему ученик сказал, что там 20 сотен?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*

- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, какие ответы были на вопросы.
- Скажите, что *при определении разряда цифр важно помнить, что место цифры в записи числа говорит нам о ее значении. Мы можем нарисовать таблицу, чтобы наглядно это представить.*

Сотни	Десятки	Единицы
2	0	6

- *Итак, число 206 содержит 2 сотни, 0 десятков и 6 единиц.*
 - *Цифра 2 равняется не 2, а 200 в этом числе, потому что эта цифра находится в разряде сотен.*
 - *Если бы мы поменяли цифры местами, например, как в числе 620, то изменилось бы значение числа. В записи чисел 620 и 206 используются одни и те же цифры, но значения этих чисел разные.*
 - *Давайте рассмотрим другой пример: что означает 4 в числе 450?*
 - *Помогите учащимся понять, что 4 означает 400 в этом числе, а 5 – это 50.*
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника на определение значения цифр в числах согласно их разряду.
- Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Запишите, с какими трудностями сталкиваются учащиеся, чтобы вы могли оказать им дополнительную поддержку позже.
- Задавайте такие вопросы, как:
 - *Как вы решили эту задачу?*
 - *Можете объяснить свое решение?*
- **Уровень выше:** задайте учащимся более сложные числа до 1000 и попросите записать числа в развернутой форме записи чисел. Например, $536=500+30+6$.
- **Уровень ниже:** задайте учащимся меньшие числа (до 100), используйте схему разрядного значения чисел для поддержки учащихся.

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 Напишите на доске число 560. Попросите учащихся назвать цифру в разряде сотен; в разряде десятков; в разряде единиц.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное понятие и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Напомните учащимся, что разрядное значение цифр в числе зависит от того, где они расположены в записи числа, и, что порядок цифр очень важен для определения значения числа. Порядковому номеру разряда соответствует его вес - множитель, на который надо умножить значение разряда в данной системе счисления.
- ◆ **Домашнее задание:** дайте домашнее задание по учебнику.

- Домашние задания не должны превышать по уровню сложности задания, рассмотренные в практической части урока, и должны соответствовать целям, поставленным в данном фрагменте примерного урока. После выполнения домашнего задания учащиеся должны уметь отвечать на следующие вопросы:
 - *Как вы определили разряд цифр в записи числа?*
 - *Как заменить число развернутой формой записи числа?*



ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЙ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ ЧИСЛАМ И ПОНИМАНИЮ ЧИСЕЛ»



Понимание чисел легче развивается тогда, когда учащиеся связывают использование чисел со своим жизненным опытом. Жизненный опыт в математике приобретается в любой ситуации, когда учащийся сталкивается с числами, которые ему необходимо понять или интерпретировать. В это время у учащихся расширяется математический словарный запас, как способ описания своего опыта.

Международные и страновые исследования в области образования подтверждают, что учащиеся общеобразовательных учреждений сталкиваются с трудностями в изучении математики. Основной причиной низких результатов учеников начальных классов и основной школы в исследованиях НООДУ-2017, PISA-2009 является недостаточная сформированность у учащихся способности использовать (переносить) имеющиеся предметные знания и умения на решение задач, приближенных к реальным ситуациям. Отмечается также невысокий уровень умения поиска новых или альтернативных способов решения задач и низкий уровень овладения общеучебными умениями.

В исследованиях отмечается, что одна из причин трудностей в обучении математике связана с направленностью содержания учебных материалов на овладение предметными знаниями и умениями, решение типичных (стандартных задач) с недостаточным применением учителями на уроке задач с жизненными ситуациями. В современном мире становится актуальным использование на уроке методик, направленных на формирование у учащихся умения применять полученные знания для решения как учебных задач, так и практических задач, близких к реальным ситуациям, представленных в некотором контексте и решаемых доступными средствами математики. Научить решать эти задачи можно при осуществлении системных комплексных изменений в учебной деятельности учащихся; при переориентации системы образования на новые результаты, связанные с «навыками 21 века» - функциональной грамотностью учащихся и развитием позитивных стратегий поведения в различных ситуациях (Стратегия образования КР).



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6: «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЙ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ ЧИСЛАМ И ПОНИМАНИЮ ЧИСЕЛ»

В следующих фрагментах примерных уроков используются жизненные ситуации, которые позволяют эффективно применять стратегию «Объяснение и обоснование» с учащимися начальных классов. Когда вы начинаете думать о жизненном опыте учащихся, связанном с числами, вы можете вспомнить больше таких примеров.



Фрагмент примерного урока 5: «Использование понимания чисел в жизненных ситуациях»

Название / Тема: Задачи на применение понимания чисел и сравнение чисел в жизненных ситуациях.

Целевые классы: 1–2.

Цель деятельности: учащиеся будут применять умения составления чисел и сравнение чисел при решении задач в реальной жизненной ситуации.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: развитие умения проводить рассуждения и применения чисел для решения простейших задач в реальных ситуациях является основой глубокого понимания математики, роли математики в познании действительности, решения практических задач.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями.]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем решать математические задачи, с которыми вы можете встретиться в реальной жизни.

Часть II. Формирование понимания у учащихся.

- ♦ **Решение задачи:** напишите следующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Если возможно, предоставьте им монеты, чтобы использовать разные комбинации монет.

Утром мама попросила Айнуру с братиком Адилетом приехать домой из школы вместе. Чтобы доехать домой, дети могут сесть на микроавтобус или на троллейбус. За проезд одного человека в микроавтобусе нужно заплатить 10 сомов. За проезд одного человека в троллейбусе нужно заплатить 8 сомов. Вместе у них осталось всего 18 сомов. На чем Айнура и Адилет смогут приехать домой из школы? Объясните свое решение.

- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Каким образом Айнура и Адилет могут добраться домой? Как вы решали задачу? Объясните.*
 - *Может ли кто-нибудь предложить другой способ, как дети могут доехать домой? Объясните, как вы получили свой ответ?*

- ♦ **Противоположное предположение:**

Скажите учащимся, что, когда эта задача была предложена другому ученику, он ответил, что Адилет и Айнура могут приехать домой на микроавтобусе.

- Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с решением этого ученика? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, почему этот ученик так ответил?*

- *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.
 - Скажите, *что при решении этой задачи следует определить стоимость проезда двух детей сначала в микроавтобусе, затем - в троллейбусе, сравнить полученные суммы с тем, сколько сомов есть у детей.*
За проезд в микроавтобусе Айнура и Адилет должны заплатить 20 сомов, так как оплата проезда каждого из них составляет 10 сомов. За проезд в троллейбусе -16 сомов, так как оплата за каждого – 8 сомов. Поскольку у них 18 сомов, они не могут поехать на микроавтобусе. Один из них мог сесть на микроавтобус, а другой – на троллейбус, но тогда это не соответствовало бы желанию мамы, что они должны приехать домой вместе.
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Найдите простые задачи, близкие по содержанию к задачам в реальной ситуации.
 - **Уровень выше:** дайте учащимся задачи, в которых можно рассмотреть различные варианты составления или разложения числа.
 - Например, *мороженое «Фруктовое» стоит 15 сомов, мороженое «Сливочное» стоит 20 сомов. У Бермет и Бакыт всего 35 сомов. Какое мороженое смогут купить себе Бермет и Бакыт? Сколько различных ответов имеет задача?*
 - **Уровень ниже:** дайте учащимся задачи, где требуется найти один вариант в комбинации составления или разложения числа.

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
В супермаркете «Глобус» картофель продается по цене 20 сомов за 1 кг, а недалеко на рынке картофель продается по цене 15 сомов за 1 кг. Мама по телефону попросила Гульзат купить 2 кг картофеля, когда у Гульзат осталось всего 32 сома. Где Гульзат сможет купить картофель, чтобы выполнить мамину просьбу? Объясните свое решение
 - Дайте учащимся 3–5 минут, чтобы они прочитали и решили задачу. По истечении времени попросите учащихся проголосовать за предложенные кем-то из них решения. Попросите их поднять правую руку, если они проголосовали за рынок, и поднять левую руку, если они проголосовали за супермаркет. Попросите поднять обе руки, если они не определились с ответом.
 - Попросите учащихся объяснить свое решение. Спросите учащихся, которые подняли левую руку, как они решили задачу. Затем спросите учащихся, которые подняли правую руку, как они решили задачу. Спросите тех учащихся, которые сомневались, как они решали эту задачу.
 - Если многие учащиеся испытывают трудности в решении задачи, обсудите решение задачи еще раз.
- ◆ **Повторите** пройденное понятие и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении. Используйте описание решения задачи в разделе «Практика».

- ◆ **Домашнее задание:** Дайте домашнее задание по учебнику.
- Найдите задачи близкие к реальной ситуации. Задания не должны превышать по уровню сложности задания, рассмотренные в практической части, и должны соответствовать целям, поставленным к уроку. После выполнения домашнего задания учащиеся должны уметь отвечать на следующие вопросы:
 - *Как вы выбираете разные комбинации, чтобы составить число?*
 - *Как вы сравниваете числа, связанные с единицами измерения (стоимость, вес)?*



Фрагмент примерного урока 6: «Использование понимания чисел в жизненных ситуациях»

Название/Тема: Задачи на применение понимания чисел в жизненных ситуациях.

Целевые классы: 3–4.

Цель деятельности: учащиеся будут применять умения составления чисел для решения задач в реальных ситуациях.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: развитие умения проводить рассуждения для решения простейших задач в реальных ситуациях является основой глубокого понимания и применения чисел, основой дальнейшего формирования готовности учащихся использовать усвоенные знания, умения и способы деятельности для решения практических задач в реальной жизни.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями.]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ◆ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем решать математические задачи, с которыми они могут встретиться в жизненных ситуациях.

Часть II. Формирование понимания у учащегося

- ◆ **Решение задачи:** напишите следующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу.

Скажите, что *Бакыту* нужно записать на флэшку мультфильмы, показ каждого из которых длится 46 минут, 48 минут, 26 минут, 54 минуты, 32 минуты. Поместятся ли все эти мультфильмы на 180-минутной флэшке?

- ◆ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - Все ли мультфильмы поместятся на флэшку? Как вы узнали?
 - Какие комбинации мультфильмов могут поместиться на флэшку? Объясните, как вы получили свой ответ?
 - Как вы узнали, какой набор мультфильмов нужно использовать?
 - Кто может поделиться другим способом решения этой задачи?
- ◆ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что когда эта задача была предложена другому ученику, он решил, что следует записать фильмы продолжительностью 46 мин, 48 мин, 32 мин, 54 мин.
 - Спросите учащихся:
 - Вы согласны или не согласны? Почему?
 - Как вы думаете, почему ученик решил записать эти фильмы?
 - Что бы вы сказали этому ученику?

- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.
 - *Мы посчитали, что, все мультфильмы на флэшке не поместятся. Итак, нам нужно выбрать, какие из них записать, чтобы использовать как можно больше места. Нам нужен способ выбора мультфильмов из предложенных.*
 - *Один из способов решения – выбрать самые большие по длительности мультфильмы и сложить их длительность (наибольшие числа). Сначала сложим 54 мин. и 48 мин., получится 102 мин. Сравниваем $102 < 180$, понимаем, что есть еще место на флэшке.*
 - *Затем, можно выбрать следующее наибольшее число и добавить к 102 мин., $102 + 46 = 148$ (мин.) Оять видим, что есть еще место на флэшке.*
 - *Осталось два мультфильма на 26 мин и 32 мин. Сначала попробуем большее число 32, $148 + 32 = 180$ (мин.). Эти четыре мультфильма подходят точно. А пятый длительностью 26 мин.*
- Помогите учащимся понять, что для составления различных комбинаций по составу числа, в данном случае 180, у них должен быть определенный способ сложения чисел, а не просто выбор случайных чисел. Способ, который мы использовали здесь, состоял в том, чтобы начинать с больших чисел.
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из реальной жизни.
 - Составить разные комбинации для составления числа.
 - Предложить способы составления числа.
 - Сравнить значения чисел и выбрать решение на основе сравнения.
 - Пока ученики работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Сделайте заметки себе, с какими трудностями сталкиваются учащиеся, чтобы вы могли оказать им дополнительную поддержку позже.
 - Задавайте такие вопросы, как:
 - *Как вы решили эту задачу?*
 - *Можете ли вы объяснить свое решение?*
 - **Уровень выше:** дайте учащимся задачи с большими числами и/или задачи, где можно составлять различные комбинации чисел несколькими способами. Например, попросите их набрать 200 сомов купюрами по 20 сомов и по 50 сомов.
 - **Уровень ниже:** дайте учащимся задачи с меньшим количеством чисел, например, только 2 или 3 слагаемых в комбинации для составления числа.

Часть III: Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание**
 - Подготовьте заранее на доске простейшее изображение денежных купюр и монет достоинством до 100 сомов: 1, 3, 5, 10, 20, 50.

- Дайте задание учащимся записать номиналы монет или купюр, которые в сумме составят 70 сомов, 75 сомов, 86 сомов.
- ◆ **Домашнее задание:** дайте домашнее задание по учебнику.
- Найдите задачи, близкие по содержанию к задачам в реальной ситуации. Задания не должны превышать по уровню сложности задания, рассмотренные в практической части, и должны соответствовать целям, поставленным в данном фрагменте примерного урока.
- После выполнения домашнего задания учащиеся должны уметь отвечать на следующие вопросы:
 - *Как вы составляете разные комбинации для составления числа?*
 - *Как вы рассчитываете способы составления числа?*
 - *Как вы сравниваете значение чисел и выбираете решение на основе сравнения?*



КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ

«Числа и понимание чисел».
 «Распознавание и сравнение чисел».
 Фрагмент примерного урока 1. «Числовой луч». 1–2 классы.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование»</p> <p>Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Распознавание чисел от 0 до 10. • Умение сравнивать числа. 	<Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки>	<Заполняется учителем>	<p>Определение места чисел на числовом луче и сравнение чисел.</p>	<p>3. Числа и вычисления.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Числа от 1 до 20 (1 класс). • Число 0 (1 класс). • Сравнение чисел. Знаки $<$, $>$, $=$ (1 класс). • Числовой луч (1 класс). <p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Условие, вопрос, решение задачи. <p>3. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K1: 1.3.1; ○ K2: 1.3.2; ○ K4: 1.3.4 • 2 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K1: 2.3.1

«Числа и понимание чисел».
 «Распознавание и сравнение чисел».
 Фрагмент примерного урока 2 «Место числа на координатном луче». 3–4 классы.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> Понимание взаимно-однозначного соответствия целых неотрицательных чисел и точек координатной прямой. Пропедевтика прямоугольной системы координат. 	<Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки>	<Заполняется учителем>	<p>Определение положения чисел на координатном луче и координаты точек на луче.</p>	<p>3. Числа и вычисления.</p> <ul style="list-style-type: none"> Нумерация. Числа от 1 до 1000 (3 класс). Сравнение чисел (3 класс). Координатный луч (4 класс). <p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> Составные задачи на все арифметические действия, разностное и кратное сравнение (3 и 4 классы). <p>3. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> 3 класс. <ul style="list-style-type: none"> К1: 3.3.1

«Числа и понимание чисел».
 «Состав и разложение чисел».
 Фрагмент примерного урока 3 «Составление и разложение чисел». 1–2 классы.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование». Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> Разбиение числа на составные части. Умение составления комбинаций чисел. 	<Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки>	<Заполняется учителем>	<p>Практика в определении комбинаций составления числа.</p>	<p>3. Числа и вычисления.</p> <ul style="list-style-type: none"> Числа от 1 до 20 (1 класс). Сравнение чисел и числовых выражений (1 и 2 классы). <p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> Условие, вопрос, решение задачи (1 класс). Простые задачи на увеличение и уменьшение числа, на разностное сравнение (1 класс). Задачи на нахождение суммы, остатка, обратные задачи (1 класс). <p>7. Выражения.</p> <ul style="list-style-type: none"> Числовое выражение и его значение (1 класс). <p>3. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> 1 класс. <ul style="list-style-type: none"> К4: 1.3.4.

«Числа и понимание чисел».
 «Состав и разложение чисел».
 Фрагмент примерного урока 4 «Разрядное значение цифр». 3–4 классы.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование».</p> <p>Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> Определение разрядных значений цифр в десятичной записи чисел. Замена числа развращеной формулой записи. Представление чисел в позиционных системах счисления. 	<Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки>	<Заполняется учителем>	<p>Практика в определении разрядного значения цифр в десятичной записи многозначных чисел.</p>	<p>3. Числа и вычисления.</p> <ul style="list-style-type: none"> Нумерация. Числа от 1 до 1000 (3 класс). Нумерация. Разрядные единицы и классы (4 класс). Трёхзначные числа и их последовательность (3 класс). Замена трёхзначного числа суммой разрядных слагаемых (3 класс). Представление многозначных чисел в виде суммы разрядных слагаемых (4 класс) <p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> Задачи на нахождение суммы, остатка, обратные задачи (1 класс) <p>3. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> 3 класс. <ul style="list-style-type: none"> КЗ: 3.3.3 4 класс 4. <ul style="list-style-type: none"> КЗ: 4.3.3

«Числа и понимание чисел».

«Использование жизненных ситуаций для обучения пониманию чисел и сравнение чисел».
 Фрагмент примерного урока 5 «Задачи на применение понимания чисел и сравнение чисел в жизненных ситуациях».
 1–2 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники / Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности.
<p>Основная: «Объяснение и обоснование».</p> <p>Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> Понимание и сравнение чисел. Умение рассуждать и применять понимание чисел для решения простых задач в жизненных ситуациях. 	<Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки>	<Заполняется учащимися>	<p>Практика в использовании различных вариантов составления и решения задач для решения задач в жизненных ситуациях.</p>	<p>5. Арифметические операции.</p> <ul style="list-style-type: none"> Письменное и устное сложение однозначных и двузначных чисел в пределах 20 (1 класс). Письменное и устное сложение и вычитание двузначных чисел с однозначными, двузначными числами (2 класс). <p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> Условие, вопрос, решение задачи (1 класс). Задачи на нахождение суммы, остатка, обратные задачи (1 класс). Составные задачи на сложение, вычитание (1 класс). <p>7. Выражения.</p> <ul style="list-style-type: none"> Составные задачи, содержащие отношения «больше на», «меньше на», «на сколько больше», «на сколько меньше», нахождение третьего слагаемого (2 класс). <p>3. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> 2 класс. <ul style="list-style-type: none"> C4: 2.4.3; C5: 2.5.

«Числа и понимание чисел».
 «Использование жизненных ситуаций для обучения пониманию чисел и значения чисел».
 Фрагмент примерного урока 6. «Задачи на применение понимания чисел и сравнение чисел в жизненных ситуациях».
 3–4 классы.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование».</p> <p>Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Понимание чисел для решения задач. • Способность рассуждать и применять понимание чисел для решения задач в жизненных ситуациях. 	<Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки>	<Заполняется учителем>	<p>Применение навыков составления чисел для решения задач в жизненных ситуациях.</p>	<p>3. Числа и вычисления.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Замена трехзначного числа суммой разрядных слагаемых (3 класс). <p>5. Арифметические операции.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Письменное сложение и вычитание многозначных чисел (3 и 4 классы). <p>6 Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Составные задачи на смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение (3 класс). • Составные задачи на все арифметические действия, разностное и кратное сравнение (4 класс). <p>3. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 класс. K2: 3.3.2 • 4 класс. K2: 4.3.2



ПРИЛОЖЕНИЕ А: ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ

Подтема /Фрагмент примерного урока.

Название / Тема:

Целевые классы:

Цель деятельности: учащиеся будут ...

Необходимые материалы:

Важность:

Связь с учебником:

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ◆ Краткое представление учащимся того, над чем они будут работать сегодня.

Часть II. Формирование понимания у учащихся.

- ◆ **Решение задачи:** выберите задачу для решения учащимися. Дайте учащимся 2–5 минут в зависимости от сложности задачи, чтобы они смогли решить ее самостоятельно или с партнером. Когда они решают задачу, пройдите по классу, наблюдая и фиксируя для себя активность каждого из учащихся.
- ◆ **Обсуждение:** учащиеся делятся своими решениями, сосредотачиваясь на объяснении и обосновании своего решения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ?*
 - *Как вы узнали, что ответ _____?*
 - *Можете объяснить, как вы получили ответ _____?*
 - *Кто может поделиться с другими учащимися своим способом решения задачи?*
- ◆ **Противоположное предположение:** предложите учащимся контрассуждение, в котором представлен неверный ответ. Спросите учащихся, что они думают об этом ответе, и что они могут сказать другому учащемуся, который предложил неверное решение.
 - *Скажите учащимся, что вы разговаривали с другим учащимся из другой школы, и он сказал _____.*
 - *Спросите учащихся:*
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему он так сказал?*
 - *Что вы сказали бы этому учащемуся?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги для класса, как была решена задача, опираясь на более ранние объяснения учащихся. При необходимости выполните рисунок на доске, чтобы проиллюстрировать решение задачи.

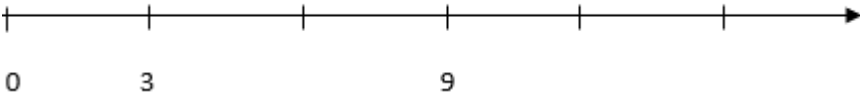
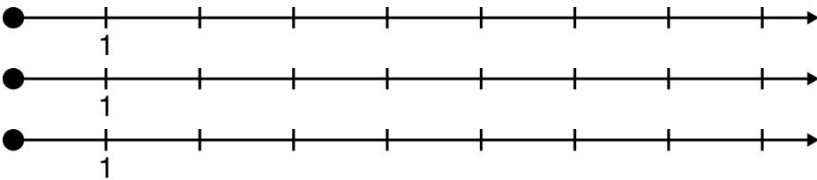
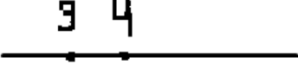
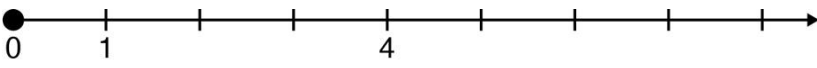
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить аналогичную задачу. Вы можете найти ее в учебнике или сами составить. По мере необходимости предлагайте более сложные или более простые задачи.

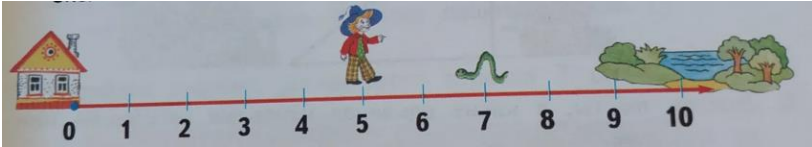
Часть III. Оценивание результатов обучения.

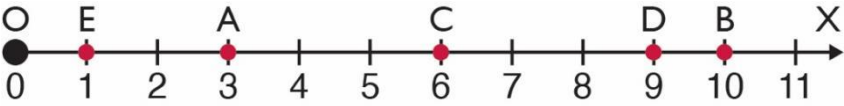
- ◆ **Быстрая проверка/ Неформальное формирующее оценивание:**
 - Это возможность быстро понять, насколько хорошо учащиеся поняли содержание урока. Вы можете использовать такие методы, как:
 - *Большой палец вверх.*
 - *Поднять руку и показать пальцами.*
 - *Другие.*
- ◆ **Повторите** концепцию и привяжите ее к цели, изложенной во введении.
 - *Напомните учащимся о том, что они узнали сегодня, и скажите, что они продолжат практиковать это.*
- ◆ **Домашнее задание.**
 - *Найдите подходящие задачи в учебнике или составьте сами их для решения учащимися дома. Убедитесь, что эти задачи не сложнее, не сосредоточены на другом навыке, чем тот, что был освоен в классе.*



ПРИЛОЖЕНИЕ Б: ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Фрагмент примерного урока 1 «Числовой луч».		
Задача	Класс	Уровень
 <p>0 3 9</p> <p>Найдите пропущенное число и продолжите ряд.</p>	1	выше
<p>Начертите в тетрадях три числовых луча, как показано ниже</p>  <p>На первом числовом луче отметьте числа, которые больше, чем число 0, но меньше, чем число 7. На втором числовом луче отметьте числа, которые меньше, чем число 8, но больше, чем число 3. На третьем числовом луче расположите в порядке возрастания числа: 7, 3, 8, 5 и 11.</p>	2	соответствует
<p>Запишите в тетрадь числа, которые меньше, чем число 10, но больше, чем число 2. Используя числовой луч, сравните числа 2 и 4; 5 и 7; 8 и 9. Какое арифметическое действие нужно выполнить, чтобы из числа 9 получить число 6? Запишите ответ в виде примера.</p>	2	соответствует
<p>Я зашла в соседний класс и увидела на доске такой рисунок:</p>  <p style="text-align: center;">3 4</p> <ul style="list-style-type: none">• Как вы думаете, что это было?• Как преобразовать данный рисунок, чтобы был изображен числовой луч?• Какие числа будут отмечены на этом числовом луче перед числом 3? После числа 4?	2	соответствует
<p>Какие числа на числовом луче можно вставить между числами 1 и 4? Назовите числа на полученном числовом луче, следующие за числом 4? Сравните число 4 с числами, расположенными левее и правее него на числовом луче. Что заметили?</p>  <p>0 1 4</p>	2	соответствует

Фрагмент примерного урока 1 «Числовой луч».							Класс	Уровень
Задача							2	соответствует
	A	1	3	5	7		2	соответствует
	B	11	9	7		3		
	A	5	6		8	9		
	B	14	13	12	11			
	A	2	5	8	13			
	B	20	17		11	8		
Найдите пропущенные числа.							2	выше
 <p>Незнайка вышел из дома и, сделав 5 одинаковых шагов, увидел гусеницу. Рассмотрите рисунок и ответьте на вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> Сколько шагов ему надо пройти до гусеницы? Сколько шагов сделает незнайка до Огурцовой реки? А сколько шагов от Огурцовой реки до дома пройдет обратно Незнайка? 							2	выше
Продолжите числовые ряды по вертикали.							2	выше
	1	4					2	выше
	2	8						
	3	12						

Фрагмент примерного урока 2 «Координатный луч».			Класс.	Уровень.
Задача.			4	соответствует
Начертите в тетради координатный луч. За единичный отрезок возьмите 2 клетки. Отметьте на этом луче точки А (2), В (1), С (5).			4	соответствует
Используя координатный луч, изображенный ниже, выполните задания:			4	соответствует
<ul style="list-style-type: none"> Назовите координаты точек А, В, С. Начертите этот луч в своей тетради. Отметьте на координатном луче точки К и Н, соответствующие числам 8, 11. Назовите несколько чисел, которые расположены на числовом луче после числа 11. 			4	соответствует
			4	выше

Фрагмент примерного урока 2 «Координатный луч».		
Задача.	Класс.	Уровень.
<p>Начало пути муравьишки - точка E на координатном луче, изображенном выше.</p> <ul style="list-style-type: none"> Он двинулся вправо на 3 метки. Потом прополз вправо еще на 5 меток. Но вдруг понял, что ползет неверно, и вернулся назад на 2 метки. Чтобы не заблудиться, он вернулся в самое начало координатного луча. И оттуда прополз вправо на две метки, затем остановился. Отметьте буквами все остановки муравья и укажите их координаты. 		
<p>Дан координатный луч. Напишите, чему равен (сколько клеток составляет) его единичный отрезок. Напишите координаты точек O, B, C, P.</p>	4	выше

Фрагмент примерного урока 3 «Составление и разложение чисел».		
Задача.	Класс.	Уровень.
<p>Расставьте карточки с числами в пустые окошки.</p>	1	соответствует
<p>Запишите числа в порядке возрастания: 783; 708; 7830; 8703; 8703; 7083.</p> <p>Сколько единиц, десятков, сотен и тысяч в каждой разрядной единице?</p>	3	выше

Фрагмент примерного урока 4 «Разрядное значение цифр».		
Задача.	Класс.	Уровень.
<p>Представьте числа 20, 301, 756 в развернутой форме (виде суммы разрядных слагаемых).</p>	4	соответствует

Фрагмент примерного урока 4 «Разрядное значение цифр».																																														
Задача.	Класс.	Уровень.																																												
Определите число, если число дана в виде: $300\ 000 + 20\ 000 + 30 + 7$.	4	соответствует																																												
Вычислите, используя разложение на разрядные слагаемые. $15 - 3 = (\square\square + \square) - \square = \square\square + (\square - \square) = \square\square + \square = \square\square$ $17 - 6 = (\square\square + \square) - \square = \square\square + (\square - \square) = \square\square + \square = \square\square$ $19 - 4 = (\square\square + \square) - \square = \square\square + (\square - \square) = \square\square + \square = \square\square$	2	соответствует																																												
<p>1) Сколько в каждом из записанных в таблице чисел тысяч; сотен; десятков; единиц?</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Число</th> <th>Тысяч</th> <th>Сотен</th> <th>Десятков</th> <th>Единиц</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>8456</td> <td>8</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>6303</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>8456</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>2) Сколько в каждом числе всего тысяч; всего сотен; всего десятков; всего единиц?</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Число</th> <th colspan="4">Всего</th> </tr> <tr> <th>тысяч</th> <th>сотен</th> <th>десятков</th> <th>единиц</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>8456</td> <td>8</td> <td>84</td> <td>845</td> <td>8456</td> </tr> <tr> <td>6303</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>9010</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Запишите ответы в таблицы.</p>	Число	Тысяч	Сотен	Десятков	Единиц	8456	8	4	5	6	6303					8456					Число	Всего				тысяч	сотен	десятков	единиц	8456	8	84	845	8456	6303					9010					4	соответствует
Число	Тысяч	Сотен	Десятков	Единиц																																										
8456	8	4	5	6																																										
6303																																														
8456																																														
Число	Всего																																													
	тысяч	сотен	десятков	единиц																																										
8456	8	84	845	8456																																										
6303																																														
9010																																														

Фрагмент примерного урока 5 «Применение понимания чисел в жизненной ситуации».		
Задача.	Класс.	Уровень.
За проезд одного человека в маршрутном такси нужно заплатить 10 сомов. За проезд одного человека в троллейбусе нужно заплатить 8 сомов. У Айнуры и Адилета есть всего 18 сомов монетами в 3 сома. На чем Айнура и Адилет смогут приехать домой из школы? Объясните свое решение.	2	выше
В супермаркете «Глобус» картофель продается по цене 19 сомов за 1 кг, а на рынке картофель продается по цене 14 сомов за 1 кг. Мама по телефону попросила Гульзат купить 2 кг картофеля, когда у Гульзат осталось всего 36 сомов. Где Гульзат сможет купить картофель, чтобы выполнить мамину просьбу? Объясните свое решение.	2-3	выше

Фрагмент примерного урока 5 «Применение понимания чисел в жизненной ситуации».

Задача.	Класс.	Уровень.															
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Название продукта.</th> <th>Цена в магазине.</th> <th>Цена на рынке.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Лепешка</td> <td>25 сомов за 1 штуку</td> <td>20 сомов за 1 штуку</td> </tr> <tr> <td>Яйца</td> <td>75 сомов за 10 штук</td> <td>90 сомов за 10 штук</td> </tr> <tr> <td>Яблоки</td> <td>50 сомов за 1 кг</td> <td>35 сомов за 1 кг</td> </tr> <tr> <td>Мороженое</td> <td>10 сомов за 1 штуку</td> <td>10 сомов за 1 штуку</td> </tr> </tbody> </table> <p>В таблице выше указаны цены на некоторые продукты в магазине и на рынке. Мама дала вам 100 сомов, чтобы купить 1 лепешку и 1 кг яблок. И еще разрешила купить мороженое на все оставшиеся деньги. Хватит ли вам сдачи после покупки лепешки и яблок, чтобы купить мороженое? Сколько штук мороженого вы сможете при этом купить? Куда вы пойдете покупать лепешку, яблоки и мороженое? Объясните, почему.</p>	Название продукта.	Цена в магазине.	Цена на рынке.	Лепешка	25 сомов за 1 штуку	20 сомов за 1 штуку	Яйца	75 сомов за 10 штук	90 сомов за 10 штук	Яблоки	50 сомов за 1 кг	35 сомов за 1 кг	Мороженое	10 сомов за 1 штуку	10 сомов за 1 штуку	2-3 класс	выше
Название продукта.	Цена в магазине.	Цена на рынке.															
Лепешка	25 сомов за 1 штуку	20 сомов за 1 штуку															
Яйца	75 сомов за 10 штук	90 сомов за 10 штук															
Яблоки	50 сомов за 1 кг	35 сомов за 1 кг															
Мороженое	10 сомов за 1 штуку	10 сомов за 1 штуку															
<p>Для приготовления овощного салата требуется: 5 минут, чтобы помыть овощи, 6 минут, чтобы нарезать их, 2 минуты, чтобы разложить салат по тарелкам и накрыть стол. У Анары есть 15 минут до прихода мамы. Успеет ли Анара приготовить салат и накрыть стол? Останется ли у нее время? Если останется, то сколько минут?</p>	2-3	выше															

Фрагменты примерного урока 6 «Применение понимания чисел в жизненной ситуации».

Задача.	Класс.	Уровень.																			
<p>За один прием банкомат по карте выдает не более 3000 сомов. - За какое наименьшее число приемов Бакыт сможет снять сумму в 7000 сомов?</p>	4	соответствует																			
<p>У Айгуль есть только 200 сомов купюрами по 20 сомов и по 50 сомов. Ей нужно оплатить через терминал (без комиссии) два различных счета за услуги сотовой связи: 70 сомов и 110 сомов. Сколькими способами она сможет это сделать?</p>	4	выше																			
<p>В таблице указано, сколько граммов некоторых продуктов содержится в одном стакане, в одной столовой ложке, в одной чайной ложке.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Название продукта</th> <th colspan="3">Масса в граммах</th> </tr> <tr> <th>в стакане</th> <th>в столовой ложке</th> <th>в чайной ложке</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>мука</td> <td>160</td> <td>20</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>сахарный песок</td> <td>200</td> <td>25</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>молоко</td> <td>200</td> <td>20</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Название продукта	Масса в граммах			в стакане	в столовой ложке	в чайной ложке	мука	160	20	10	сахарный песок	200	25	10	молоко	200	20		4	выше
Название продукта		Масса в граммах																			
	в стакане	в столовой ложке	в чайной ложке																		
мука	160	20	10																		
сахарный песок	200	25	10																		
молоко	200	20																			

Фрагменты примерного урока 6 «Применение понимания чисел в жизненной ситуации».

Задача.				Класс.	Уровень.
масло сливочное	245	20	5		
соль	320	30	10		
рис	230	20			
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Как с помощью стакана или ложек отмерить 100 г риса, 300 г молока, 10 г сахарного песка, 10 г масла, 5 г соли для приготовления рисовой каши? ▪ Как с помощью стакана и ложек отмерить 200 г муки, 100 г молока, 20 г сахарного песка, 25 г масла, 5 г соли для приготовления блинов? ▪ Домашнее задание: приготовить рисовую кашу или блины вместе с кем-то из взрослых по рецептам выше, проверить, насколько рецепт верен. Рассказать об этом на уроке и поделиться своими выводами. 					
<p>Диана решила помочь маме приготовить ужин: нарезать салат и сварить гречневую кашу. До прихода мамы оставалось 40 минут. Диана знала, что на приготовление этих блюд нужно разное время: 10 мин. - чтобы помыть овощи; 10 мин. – нарезать овощи для салата; 5 мин. – помыть гречневую крупу; 30 мин. – варить кашу; 5 мин. – накрыть на стол. Итого: 60 мин. = 1 ч. Но у девочки было всего 40 мин. В какой последовательности Диана должна готовить, чтобы ужин был готов к приходу мамы?</p>				4	выше
<p>Бакыт решил купить новые футболки себе и брату. В магазине футболка стоит 600 сомов. И еще в магазине действует акция: «Вторая футболка – за полцены». На сайте интернет-магазина Бакыт обнаружил, что такие же футболки продаются за 480 сомов. Где Бакыту выгоднее купить две одинаковые футболки? Объясните, почему.</p>				4	выше



ПРИЛОЖЕНИЕ В: ПЛАН ДЕЙСТВИЙ

Модуль 1. Фрагменты примерного урока 1/2 «Сравнение чисел с помощью числового луча»						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц/ неделя, когда я буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а)/изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						

Модуль 1. Фрагменты примерного урока 3/4 «Составление и разложение чисел»						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц/ неделя, когда я буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а)/изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						

Модуль 1. Фрагменты примерного урока 5/6 «Применение понимания чисел в жизненной ситуации»						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц/неделя, когда я буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а)/изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						



**ПРИЛОЖЕНИЕ Г:
ВЫДЕРЖКИ ИЗ МЕТОДИЧЕСКОГО ПОСОБИЯ «СТРАТЕГИИ
ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ»**

Sitabkhan, Y., Davis, J., Earnest, D., Evans, N., Ketterlin-Geller, L., Lutfeali, S., Ngware, M., Perry, L., Pinto, C., Platas, L., Ralaingita, W., Smith, K., & Srikantaiah, D. (2019).

Стратегии обучения математике в начальных классах

Instructional Strategies for Mathematics in the Early Grades

Yasmin Sitabkhan, PhD
RTI International

Norma Evans
Evans and Associates

Moses Ngware, PhD
African Population and Health Research Center

Linda M. Platas, PhD
San Francisco State University

Jeff Davis, PhD
MSI

Leanne Ketterlin-Geller, PhD
Southern Methodist University

Lindsey Perry, PhD
Southern Methodist University

Wendi Ralaingita, PhD
RTI International

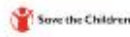
Deepa Srikantaiah, PhD
World Learning

Darrell Earnest, PhD
University of Massachusetts, Amherst

Shirin Lutfeali
Save the Children

Christabel Pinto
Room to Read

Kristy Smith
World Vision International



African Population and Health Research Center

UMassAmherst



World Learning Inc.

World Vision

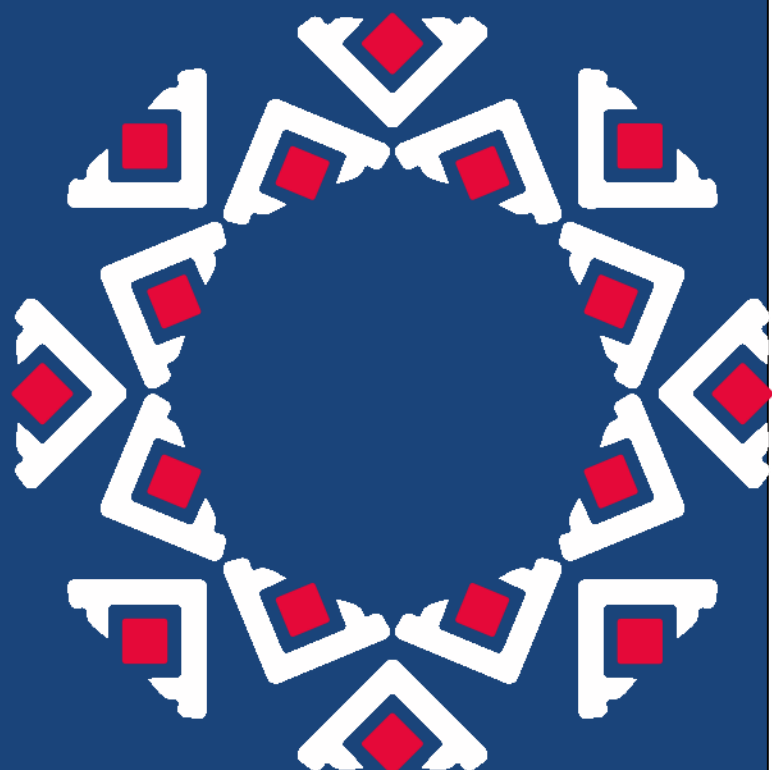
Выдержка из Методического пособия «Стратегии обучения
математике в начальных классах»
доступно по ссылке: <https://clck.ru/Yrijd> или по QR-коду



Модуль 2 по МАТЕМАТИКЕ

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ





СОДЕРЖАНИЕ

ОБЗОР СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ «ОБЪЯСНЕНИЕ И ОБОСНОВАНИЕ»	58
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ»	60
СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ЧИСЕЛ. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ...	65
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ»	70
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2: «СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ»....	74
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 1: «СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ».....	75
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 2: «СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ».....	78
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА: «СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ»	80
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «АЛГОРИТМ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ»	82
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4: «АЛГОРИТМ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ»	84
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3: «АЛГОРИТМ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ»	85
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 4: «АЛГОРИТМ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ»	87
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ИЗ РЕАЛЬНЫХ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЙ»	89
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6: «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ИЗ РЕАЛЬНЫХ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЙ»	90
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 5: «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ В РЕАЛЬНЫХ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЯХ»	92
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 6: «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ В РЕАЛЬНЫХ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЯХ».	95
КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ	98
ПРИЛОЖЕНИЕ А: ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ.....	104
ПРИЛОЖЕНИЕ Б: ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ.	106
ПРИЛОЖЕНИЕ В: ПЛАН ДЕЙСТВИЙ	110

ОБЗОР СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ «ОБЪЯСНЕНИЕ И ОБОСНОВАНИЕ»



Второй Модуль знакомит со стратегией обучения «Объяснение и обоснование» в контексте обучения сложению и вычитанию. Этот модуль также познакомит со стандартным подходом к использованию стратегии «Объяснение и обоснование» при осуществлении вами фрагментов примерного урока. (Практические фрагменты примерного урока этого Модуля используются для обучения математическим понятиям или навыкам. В Приложении А представлено Методическое пособие, показывающее важные шаги в этом процессе и способы применения фрагмента примерного урока к любому контексту).

Причину использования стратегии обучения «Объяснение и обоснование» можно резюмировать цитатой, авторство которой признают за Бенжином Франклином: «Скажи мне, и я забуду. Учи меня, и я запомню. Вовлекай меня, и я научусь». Такое применение стратегии «Объяснение и обоснование» можно изложить в четыре этапа:

1. Учащимся дают задачу соответствующего уровня сложности и просят подумать о способе ее решения.
2. Учащимся предоставляется возможность объяснить свои варианты решения задачи и обосновать свое рассуждение. «Объяснение и обоснование включает в себя вовлечение учащихся в составление прогнозов, в анализ математических ситуаций, в поиск или предложение других возможных вариантов решения или представление аргументов в пользу определенного решения». (Ситабхан и соавторы, 2019 г., стр. 8).
3. Учитель слушает и задает вопросы, которые проясняют или уточняют решения учащихся. Учитель также может попросить других учащихся оценить полученные решения. На этом «критическом» этапе важно, чтобы учитель глубоко вникал в ход рассуждения учащихся, чтобы дать им доступную для понимания обратную связь.
4. Затем учитель просит других учащихся представить и объяснить свои альтернативные способы решения, а также обосновать ход своего рассуждения.

Другие способы побуждения учащихся к решению задач, объяснению и обоснованию хода своего рассуждения заключаются в следующем:

- показать учащимся решение задачи, в котором есть ошибка, и попросить их найти и объяснить эту ошибку, привести аргументы, почему решение задачи является неверным;
- попросить учащихся написать на листке бумаги шаги своего решения задачи, обменяться записями с партнером и оценить решения друг друга, объясняя, почему это решение правильное или неправильное;
- представить учащимся утверждение и спросить, является ли это утверждение истинным всегда, иногда или никогда и попросить их обосновать свои ответы.

Учащиеся могут объяснять и обосновывать свои ответы в различной форме, включая устное представление своих решений партнеру или классу, запись решения задачи в тетради или на доске, демонстрацию своих решений с помощью счетных материалов, диаграмм или рисунков.

Заметьте, что между объяснением и обоснованием есть четкая разница. Доктор Джули Диксон из Университета Центральной Флориды сказала: «В моем понимании, объяснение описывает то, что сделал учащийся (часто это просто шаги, предпринятые для выполнения процедуры), а обоснование включает причины, по которым то, что сделал учащийся, является математически приемлемым».

«Объяснение и обоснование» – это важная стратегия в обучении математике, которая одинаково важна как для учащихся, так и для учителей. Для учащихся обучение тому, как объяснять и обосновывать свои решения, повышает их уверенность в своей способности понимать математику, а также способности мыслить самостоятельно. Чтобы объяснить свое решение, учащиеся должны структурировать свое рассуждение, использовать соответствующий математический словарный запас и уже тем самым понять самим, почему решение, которое они представляют, является правильным или неправильным. Учащиеся на собственном примере понимают, что допустимо ошибаться при решении задачи, и что у них есть безопасное пространство, позволяющее им учиться на этих ошибках. Поскольку учащиеся знают, что учитель ценит их рассуждения, повышается мотивация учащихся лучше решать задачи.

Когда учителя задают открытые вопросы, предлагают соответствующие задачи для решения и внимательно слушают, как учащиеся объясняют и обосновывают свои ответы или решения, они могут выявить ошибки в ходе рассуждения и даже определить пробелы в знаниях учащихся. Такая стратегия помогает учителю шире и глубже понять распространенные ошибки учащихся и дает возможность исправить их ошибочные представления о чем-либо, восполнить пробелы в знаниях, а также по мере необходимости еще раз проработать тему с отдельным учащимся или с малой группой.

Более подробная информация об этих стратегиях представлена в Приложении Г Модуля 1 в выдержке из Методического пособия «Стратегии обучения математике в начальных классах» (Sitabkhan и соавторы, 2019 г.).

В Модуле 2 рассматриваются сложение и вычитание как арифметические операции (действия), изучаются алгоритмы сложения и вычитания и используются действия сложения и вычитания при решении задач в жизненных ситуациях. Здесь закладывается основа для Модуля 3 «Умножение и деление».

Модуль 2 «Сложение и вычитание» включает в себя следующее:

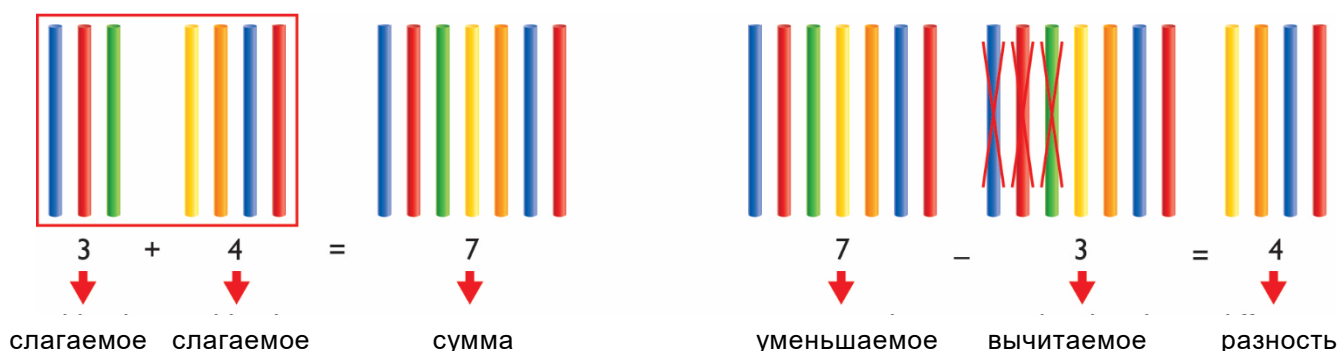
- ◆ Обзор стратегии «Объяснение и обоснование».
- ◆ Обзор темы «Сложение и вычитание».
- ◆ Ожидаемые результаты обучения согласно Предметному стандарту по математике в начальных классах.
- ◆ Фрагменты примерных уроков для обучения сложению и вычитанию.
- ◆ Фрагменты примерных уроков для обучения алгоритмам сложения и вычитания.
- ◆ Фрагменты примерных уроков по использованию сложения и вычитания при решении задач в жизненных ситуациях.
- ◆ Календарно-тематический план по применению стратегий, который показывает, как интегрировать приведенные фрагменты примерных уроков в текущие уроки по учебнику.
- ◆ Библиография (см. Модуль 5, стр. 288–290).
- ◆ Глоссарий (см. Модуль 5, стр. 291–301).
- ◆ Приложение А. Методическое пособие по структуре фрагмента примерного урока.
- ◆ Приложение Б. Дополнительные задачи для самостоятельной работы.
- ◆ Приложение В. План действий.
- ◆ Приложение Г. Форма наблюдения урока (см. Модуль 5 стр. 313-318).

ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ»



Сложение – это действие прибавления (объединения) двух или более групп предметов, чтобы найти *сумму* – общее количество предметов. Числа, представляющие группы предметов, называются *слагаемыми*.

Вычитание – это процесс удаления предметов из группы предметов, чтобы найти *разность*, т.е., количество оставшихся предметов. Число, представляющее группу, из которой удалили предметы – это *уменьшаемое*, а число предметов, которое удалили – это *вычитаемое*.



При изучении правил сложения и вычитания учащиеся используют понятие числа **0** как представляющее полное отсутствие чего-либо.

Первое правило – это **основное свойство сложения**: когда учащиеся прибавляют 0 (или ничего) к любому числу предметов, они получают то же самое число предметов, например, $3 + 0 = 3$.

Аналогично, когда они вычитают 0 из любого числа предметов, в результате число предметов остается неизменным, например, $4 - 0 = 4$. Это **основное свойство вычитания**.

Учащиеся узнают, что не имеет значения, начнут ли они с 4 предметов и прибавят 3 предмета к группе, или начнут с 3 предметов и прибавят 4 предмета к группе: общее количество предметов в группе будет 7. Эта сумма одинакова в обоих случаях. Учащиеся определяют, что при перемене мест слагаемых 3 и 4 получается одна и та же самая сумма 7. Это свойство о том, что порядок расположения слагаемых не влияет на сумму, называется **переместительным (коммутативным) свойством сложения**, например, $3 + 4 = 4 + 3$.

Когда учащиеся переходят к сложению трех чисел, они узнают, что, какие бы два числа из трех слагаемых, которые они выбрали для сложения до того, как прибавить третье число, этот выбор не влияет на значение суммы, т.е. при сложении числа могут быть сгруппированы по-разному. При этом применяется **сочетательное (ассоциативное) свойство сложения**: при сложении трех и более чисел их можно группировать по-разному, при этом сумма остается прежней, например,

$$(3 + 4) + 6 = 13,$$
$$3 + (4 + 6) = 13.$$

Важно указать учащимся, что переместительное свойство не применимо к вычитанию, при вычитании порядок чисел имеет значение. Ученики могут видеть, что можно забрать 3 предмета из 4 предметов ($4 - 3$). Но они не смогут взять 4 предмета из 3

предметов (3–4), потому что у них нет для этого достаточного количества, поэтому 4–3 не то же самое, что 3–4.

Сочетательное свойство также не применимо к вычитанию, потому что группировка чисел по-разному влияет на значение разности. Учащиеся могут видеть, что $(10-3) - 4$ не то же самое, что $10 - (3-4)$. Выполняя вычитание $(10 - 3) - 4$, они получают 3, но при вычитании $10 - (3 - 4)$ они не могут осуществить вычитание для группировки $(3 - 4)$, потому что они не могут взять 4 предмета из 3 предметов.

Свойства, которые учащиеся могут использовать при сложении и вычитании, обобщены в таблице ниже. Учащиеся могут на собственном опыте ознакомиться с этими свойствами задолго до того, как узнают их названия. Такой опыт позволит учащимся с легкостью использовать эти свойства при сложении и вычитании.

Свойства сложения и вычитания	
Свойство	Пример
Основное свойство сложения	$3 + 0 = 3.$
Основное свойство вычитания	$4-0 = 4.$
Переместительное свойство сложения	$3 + 4 = 4 + 3.$
Сочетательное свойство сложения	$(3 + 4) + 6 = 3 + (4 + 6).$

Впервые эти свойства применяются тогда, когда учащиеся начинают использовать способы вычисления значений числовых выражений на сложение и вычитание. В таблице ниже представлены способы, которые учащийся может использовать при изучении и запоминании значений числовых выражений (Gray, 2017г.; Maclellan, 1995г.).

Стратегия	Применение	Примеры
Счет всего.	Заученные значения числовых выражений на сложение, представляются количеством предметов.	 $4 + 3$
Счет по возрастанию.	Заученные значения числовых выражений на сложение.	$8 + 1 = \dots$ Берем число 8, считаем по возрастанию на 1 единицу, получится 9, значит $8 + 1 = 9.$ $5 + 3 = \dots$ Берем число 5, считаем по возрастанию на 3 единицы: 6, 7, 8, получится 8, значит $5 + 3 = 8.$
Обратный счет.	Заученные значения числовых выражений на вычитание.	$7-2 = \dots$ Берем число 7, далее ведем обратный счет на 2 единицы: 6, 5; получится 5, значит $7-2 = 5.$ $9-5 = \dots$

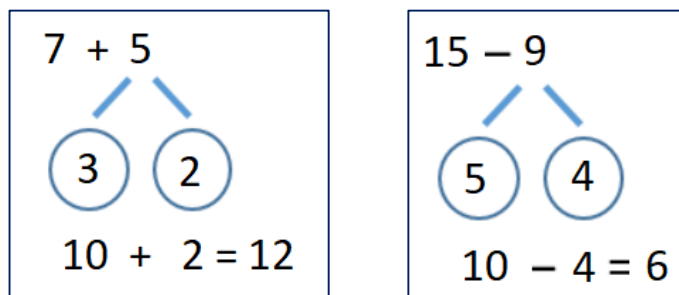
Стратегия	Применение	Примеры
		Берем число 9, ведем обратный счет на 5 единиц: 8, 7, 6, 5, 4; получится 4, значит $9-5 = 4$.
Счет.	Заученные значения числовых выражений на вычитание.	$6-2 = \dots$ Берем число 6, ведем обратный счет: 6, 5, 4, 3, 2. Увидели, что число 2 получили через 4 шага счета от числа 6, значит $6-2 = 4$. $8-4 = \dots$ Берем число 8, ведем обратный счет: 8, 7, 6, 5; 4. Увидели, что число 4 получили через 4 шага счета от числа 8, значит $8-4 = 4$.
Парные числа.	Заученные значения числовых выражений на сложение повторяющихся чисел.	$3 + 3 = 6$; $8 + 8 = 16$.
Парные числа плюс 1.	Заученные значения числовых выражений на сложение соседних чисел.	$3 + 4 = \dots$ Пара из чисел 3 и 3 и счет по возрастанию еще на 1, получится 7. Значит $3 + 4 = 7$. $7 + 8 = \dots$ Это пара чисел 7 и 7 и счет по возрастанию еще на 1, получится 15. Значит $7 + 8 = 15$.
Получить в сумме и в разности десять.	Заученные значения числовых выражений на сложение и вычитание в сумме больше 10.	$7 + 6 = \dots$ Считаем $7 + 3$, чтобы получить 10. И еще 3, получится 13. Значит $7 + 6 = 13$. $11-7 = \dots$ Считаем $11-1-6$, можно так $10-6 = 4$; $11-7 = 4$.
Использование заученных значений числовых выражений.	Все заученные значения числовых выражений на сложение и вычитание.	Воспроизведение заученных значений числовых выражений

Используя стратегию возрастающего счета для сложения, учащиеся начинают с меньшего числа и считают по возрастанию на 1 или 2 единицы от этого числа. Обратный счет, хотя и является аналогичным процессом, в котором учащиеся считают обратно на 1 или 2 единицы, начиная от большего числа, кажется более трудным для них, чем счет по возрастанию.

Чтобы понять способ использования парных чисел для нахождения значений числовых выражений на сложение повторяющихся чисел, учащиеся могут сначала визуальнo представить парные числа, удвоив количество предметов и сосчитав их. С помощью такого визуального представления сложение парных чисел может быть легче, чем изучение других числовых выражений на сложение. После того, как учащиеся усвоят числовые выражения с парными числами, они смогут применить эти знания для нахождения значений числовых выражений, которые состоят из парных чисел плюс 1, как, например, в выражении $7 + 8$ есть пара из чисел 7 и 7 и еще 1.

Способы получения 10 при сложении или вычитании требуют, чтобы учащиеся сначала усвоили, какие однозначные числа дают в сумме 10: 1 и 9; 2 и 8; 3 и 7; 4 и 6; 5 и 5. Далее они используют эту информацию, чтобы разложить или разбить число и получить в промежуточном результате 10. Затем могут прибавить 10 к оставшейся части или вычесть оставшуюся часть из 10.

Зная, что действия сложение и вычитание являются взаимно обратными, это можно применить в качестве способов вычислений для изучения и нахождения значений числовых выражений на сложение (все суммы однозначных чисел) и значений выражений на вычитание (все разности, которые дают однозначные числа). Считается, что взаимно обратные действия «отменяют» друг друга.



Таким образом, если учащиеся складывают числа 3 и 4, чтобы получить число 7, они могут «отменить» сложение, вычитая 4 из 7, чтобы получить 3. Эта связь между сложением и вычитанием может помочь учащимся изучить значения числовых выражений на сложение и соответствующие им значения числовых выражений на вычитание. Эти выражения объединяются в «семейство числовых выражений» – группу связанных выражений, использующих один и тот же набор однозначных чисел. Семейство выражений для чисел 3 и 4 показано ниже.

$$\begin{aligned}
 3 + 4 &= 7, \\
 4 + 3 &= 7, \\
 7 - 3 &= 4, \\
 7 - 4 &= 3.
 \end{aligned}$$

Поскольку учащиеся сначала изучают выражения на сложение, они могут использовать то, что они знают о сложении, чтобы изучить связанное с ним числовое выражение на вычитание в семействе выражений. Например, предположим, что учащийся знает значение выражения на сложение $7 + 4 = 11$. Он усваивает связанное с этим выражение на вычитание $11 - 7 = \dots$, думая о нем как о поиске недостающего слагаемого. Учащийся думает: «Какое число нужно прибавить к числу 7, чтобы в сумме получить 11?». И получает ответ 4 на основе знания значения числового выражения на сложение, записанного выше, а значит может запомнить значение выражения на вычитание $11 - 7 = 4$ с этой точки зрения.

Наряду с усвоением навыков нахождения значений числовых выражений, вышеуказанные стратегии показали себя как способствующие беглости в нахождении значений числовых выражений. Важность обучения быстрому и точному запоминанию значений числовых выражений на сложение и вычитание проявляется по мере того, как учащиеся переходят к сложению и вычитанию многозначных чисел. «Без способности извлекать из памяти значения числовых выражений непосредственно или автоматически, учащиеся, скорее всего, будут испытывать высокую когнитивную нагрузку при выполнении ряда сложных заданий. Дополнительные требования к обработке информации, возникающие в результате неэффективных методов, таких как подсчет (по сравнению с непосредственным извлечением из памяти), часто приводят к декларативным и процедурным ошибкам. В прошлом для развития беглости счета применялось решение арифметических примеров на время, но комбинация применения стратегий наряду с практикой показала себя как превосходный метод для повышения беглости счета в нахождении значений числовых выражений, а также для повышения способности ученика применять стратегии к другим заданиям, таким как аппроксимация» (Вудворд, 2006г.).

В недавних исследованиях в области использования многих стратегий оценивались три гипотезы о том, как обучать различным стратегиям.

Первая гипотеза, называемая как «*Неконтролируемое развитие*», отдает предпочтение учащимся, использующим как можно больше различных стратегий, включая и те, которые учащиеся создают сами.

Вторая гипотеза, определенная как «*Стрижка*», предполагает, что учителя непосредственно и последовательно обучают определенным стратегиям (способам решения). Результаты этого исследования позволяют предположить, что *третья гипотеза* как синтез первых двух, названная «*Обрезкой*», привела к самым высоким уровням достижений. Авторы объясняют, что это напоминает обрезку деревьев: «...это будет способствовать раннему стимулированию и поддержке созданных учащимися стратегий, и лишь значительно позже избирательно сосредоточится на поддержке новых или сильных ветвей, тем самым позволяя (учащимся) отказаться от ветвей, которые не растут или неустойчивы» (Клементс, 2020 г.). Это означает, что в начальных классах важно позволить учащимся выбирать и использовать несколько стратегий, но по мере их взросления направлять учащихся к использованию только самой эффективной стратегии.

Представленные здесь стратегии можно применять в 1–4 классах по мере того, как учащиеся учатся складывать и вычитать однозначные и многозначные числа. В таблице ниже представлены понятия и навыки из Предметного стандарта, которые учащиеся должны знать и которыми должны владеть к окончанию 1–4 классов.

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ЧИСЕЛ. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
Содержательная линия				
3. Числа и вычисления.		<ul style="list-style-type: none"> Замена двузначного числа суммой разрядных слагаемых. 	<ul style="list-style-type: none"> Замена трехзначного числа суммой разрядных слагаемых. 	<ul style="list-style-type: none"> Представление многозначных чисел в виде суммы разрядных слагаемых.
4. Величины.			<ul style="list-style-type: none"> Арифметические действия с величинами. 	<ul style="list-style-type: none"> Арифметические действия с величинами.
5. Арифметические действия.	<ul style="list-style-type: none"> Письменное и устное сложение и вычитание чисел и свойства их действий. Компоненты сложения и вычитания, взаимосвязь между ними. Таблица сложения и вычитания однозначных чисел. Письменное и устное сложение однозначных и двузначных чисел в пределах 20. Проверка сложения и вычитания. 	<ul style="list-style-type: none"> Письменное и устное сложение и вычитание двузначных чисел с однозначными, двузначными числами. 	<ul style="list-style-type: none"> Письменное сложение и вычитание многозначных чисел. 	<ul style="list-style-type: none"> Письменное сложение, вычитание многозначных чисел.
6. Задачи.	<ul style="list-style-type: none"> Простые задачи на увеличение и уменьшение числа, на разностное сравнение. Задачи нахождение суммы, остатка, обратные задачи. Составные задачи на сложение, вычитание. 	<ul style="list-style-type: none"> Составные задачи, содержащие отношения «больше на», «меньше на», «на сколько больше», «на сколько меньше», нахождение третьего слагаемого. 	<ul style="list-style-type: none"> Составные задачи на смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение. 	<ul style="list-style-type: none"> Составные задачи на смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение.

Содержательная линия	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
		<ul style="list-style-type: none"> Решение задач при помощи составления выражения. 		
7. Выражения.	<ul style="list-style-type: none"> Выражения с одной скобкой на действия сложение и вычитание. 	<ul style="list-style-type: none"> Числовое выражение без скобок, с одной скобкой на все арифметические действия. 	<ul style="list-style-type: none"> Вычисление значений выражений со скобками и без с применением свойств и порядка арифметических действий. 	<ul style="list-style-type: none"> Вычисление значений выражений со скобками и без с применением свойств и порядка арифметических действий.
8. Равенство, равенство и уравнение	<ul style="list-style-type: none"> Нахождение неизвестного компонента (слагаемого, вычитаемого, уменьшаемого). 	<ul style="list-style-type: none"> Простые уравнения на сложение и вычитание, на умножение и деление. 	<ul style="list-style-type: none"> Простые уравнения на все арифметические действия. Составные уравнения на сложение и вычитание. 	<ul style="list-style-type: none"> Составные уравнения на сложение и вычитание.

Компетенности	Ожидаемые результаты			
	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
К1	<p>Ученик</p> <p>1.5.1. называет и различает арифметические действия сложение и вычитание и их компоненты;</p> <p>1.6.1. устно составляет и моделирует задачи на сложение и вычитание;</p> <p>1.7.1. отличает числовое выражение от других математических записей; характеризует числовое выражение (название, как составлено), называет и определяет поря-</p>	<p>Ученик</p> <p>2.5.1. называет и различает арифметические действия сложение, вычитание, умножение и деление и их компоненты;</p> <p>2.6.1. рассказывает о решении составных задач на нахождение суммы, разности; планирует и устно воспроизводит ход решения задачи;</p> <p>2.7.1. различает числовое выражение и выражение с одной переменной; характеризует числовое выражение</p>	<p>Ученик</p> <p>3.5.1. различает и выполняет арифметические действия с многозначными числами по алгоритму;</p> <p>3.6.1. выбирает арифметические действия для решения задачи и объясняет их выбор; определяет число и порядок действий;</p> <p>3.7.1. называет и определяет порядок арифметических действий в числовых выражениях, содержащих несколько арифметических действий со скобками и без скобок;</p>	<p>Ученик</p> <p>4.5.1. использует свойства арифметических действий с многозначными числами при выполнении вычислений;</p> <p>4.7.1. соблюдает порядок выполнения действий в числовых выражениях, содержащих несколько арифметических действий со скобками и без скобок;</p> <p>4.8.1. знает и применяет алгоритм нахождения неизвестных компонентов арифметических действий.</p>

Ожидаемые результаты				
Компетенности	Ожидаемые результаты			4 класс
	1 класс	2 класс	3 класс	
К2	<p>док арифметических действий в числовых выражениях;</p> <p>1.8.1. называет компоненты действий сложения и вычитания.</p>	<p>(название, как составлено), называет и определяет порядок арифметических действий в числовых выражениях, содержащих от 2 и более арифметических действий со скобками и без скобок;</p> <p>2.8.1. называет компоненты арифметических действий сложения, вычитания, умножения и деления.</p>	<p>действий со скобками и без скобок;</p> <p>3.8.1. Знает компоненты арифметических действий и устанавливает взаимосвязь между ними.</p>	<p>Ученик</p> <p>4.4.2. переводит единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия сложение, вычитание, умножение, деление со значениями именованных величин (длина, масса, время, площадь).</p> <p>4.5.2. находит значение числового выражения с многочленными числами.</p>
	<p>Ученик</p> <p>1.5.2. выполняет действия сложения и вычитание однозначных чисел, десятков и единиц в пределах 20;</p> <p>1.7.2. находит значение выражения в 2 арифметических действиях со сложением или вычитанием со скобками и без.</p> <p>1.8.2. Находит неизвестный компонент сложения, вычитания, решает равенства, неравенства.</p>	<p>Ученик</p> <p>2.3.2. раскладывает двузначные числа на разрядные слагаемые, сравнивает числа в пределах 100;</p> <p>2.4.2. Переводит единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия сложение, вычитание со значениями именованных величин (длина, масса, время).</p> <p>2.5.2. находит значение выражения с действиями сложение и вычитание, умножение и деление с числами в пределах 100;</p> <p>2.8.2. находит неизвестные компоненты сложения, вычитания, умножения и деления, решает равенства, неравенства, сравнивает числа разными способами.</p>	<p>Ученик</p> <p>3.3.2. раскладывает многозначные числа на разрядные слагаемые, сравнивает числа в пределах 1000;</p> <p>3.4.2. переводит единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия сложение, вычитание со значениями именованных величин (длина, масса, время, площадь).</p> <p>3.5.2. находит значение выражения с арифметическими действиями сложение и вычитание, умножение и деление с числами в пределах 1000.</p>	<p>Ученик</p> <p>4.4.2. переводит единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия сложение, вычитание, умножение, деление со значениями именованных величин (длина, масса, время, площадь).</p> <p>4.5.2. находит значение числового выражения с многочленными числами.</p>

Компетенности	Ожидаемые результаты			
	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
К3	<p>Ученик</p> <p>1.5.3. устанавливает связь между действиями сложения и вычитания и их компонентами;</p> <p>1.6.3. анализирует решение задач на увеличение, уменьшение числа на несколько единиц, на разностное сравнение, на нахождение суммы, остатка;</p> <p>1.7.3. определяет способы решения выражений в 2 арифметических действия со сложением или вычитанием;</p> <p>1.8.3. подбирает в равенствах неизвестные компоненты действий, определяет способ нахождения компонентов сложения и вычитания.</p>	<p>Ученик</p> <p>2.4.3. анализирует выполненные арифметические действия с именованными единицами;</p> <p>2.5.3. устанавливает взаимосвязь между арифметическими действиями и их компонентами, практически реализует её при проверке вычислений;</p> <p>2.6.3. анализирует решение задачи на нахождение слагаемого и вычитаемого, уменьшаемого и разности, кратное сравнение, нахождение третьего слагаемого.</p>	<p>Ученик</p> <p>3.5.3. устанавливает связь между арифметическими действиями и их компонентами и практически реализует её при проверке вычислений;</p> <p>3.7.3. самостоятельно анализирует порядок арифметических действий в составных выражениях.</p>	<p>Ученик</p> <p>4.5.3. воспроизводит устные и письменные алгоритмы выполнения арифметических действий;</p> <p>4.7.3. обосновывает правильность значений простых и составных выражений; прогнозирует результат вычисления арифметического действия.</p>
	К4	<p>Ученик</p> <p>1.3.4. устанавливает правило, по которому расположены числа на числовом луче; использует числовой отрезок для сравнения, сложения и вычитания чисел в пределах 20; самостоятельно выполняет сложение и вычитание двузначного числа с однозначным, двузначных чисел в устной форме;</p>	<p>Ученик</p> <p>2.3.4. устанавливает правило, по которому составлена числовая последовательность, продолжает её, восстанавливает пропущенные в ней числа; самостоятельно выполняет сложение и вычитание двузначных чисел в пределах 100;</p> <p>2.5.4. проверяет правильность выполнения вычислений с действиями сложения и</p>	<p>Ученик</p> <p>3.3.4. устанавливает правило, по которому образуются многозначные числа, продолжает числовые ряды; сравнивает разные способы вычислений, выбирает наиболее рациональный способ; самостоятельно выполняет письменно арифметические действия с числами в пределах 1000;</p>

Ожидаемые результаты				
Компетенности	Ожидаемые результаты			
	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
	<p>1.5.4. самостоятельно выполняет сложение и вычитание круглых десятков и единиц в пределах 20.</p> <p>1.6.4. по рисункам, схемам, выражениям самостоятельно составляет и решает задачи на увеличение, уменьшение числа на несколько единиц, на разностное сравнение, на нахождение суммы, остатка;</p> <p>1.7.4. самостоятельно составляет выражения в 2 действия со скобками и без с действиями сложение и вычитание;</p> <p>1.8.4. самостоятельно устанавливает связь между компонентами сложения и вычитания при нахождении неизвестных компонентов,</p>	<p>вычитания изученными способами;</p> <p>2.8.4. самостоятельно составляет простые уравнения с действиями сложения и вычитания, устанавливает связь между компонентами сложения и вычитания, умножения и деления при нахождении неизвестных компонентов.</p>	<p>3.5.4. сравнивает разные способы вычислений при выполнении арифметических действий, выбирает удобный.</p>	<p>ния единиц измерения величин при выполнении арифметических действий;</p> <p>4.5.4. рационально использует способы вычисления в арифметических действиях с многозначными числами.</p>

ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ»



После изучения значений базовых числовых выражений учащиеся переходят к действиям сложения и вычитания двузначных чисел. Прежде чем вводить формальные алгоритмы для этих действий, важно побудить учащихся использовать вычисления в уме для поиска суммы или разности. «Когда учащиеся подходят к решению задач без карандаша и бумаги, им приходится полагаться на то, что они знают и понимают о числах, и о том, как числа взаимосвязаны. Вычисления в уме заставляют их эффективно оперировать числами, чтобы не забивать свою голову большими величинами» (Пэрриш, 2010г.).

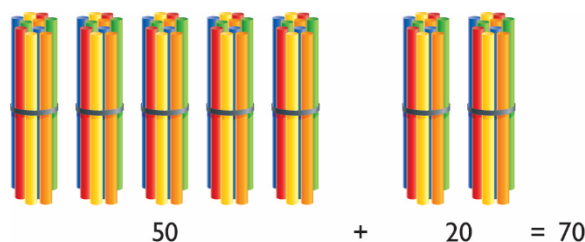
В таблице показана последовательность усложняющихся задач на сложение и вычитание, которые можно дать учащимся для выполнения сложения или вычитания в уме. Использование этой последовательности укрепляет уверенность учащихся в применении своего способа решения в поиске ответа.

Тип задачи	Возможная ментальная стратегия	Пример
Сложите двузначное число и однозначное число (не 9).	Считайте по возрастанию от двузначного числа.	$12 + 4 = \dots$ Считаем 12, 13, 14, 15, 16, Значит $12 + 4 = 16$
Вычтите однозначное число из двузначного числа (не 9).	Ведите обратный счет от двузначного числа.	$48 - 2 = \dots$ Считаем 48, 47, 46, значит $48 - 2 = 46$.
Сложите двузначное число и число 10.	Считайте возрастанию по 10 один раз.	$28 + 10 = \dots$ Считаем 28, 38, Значит $28 + 10 = 38$.
Сложите двузначное число и число 9.	Считайте возрастанию по 10 один раз и вычтите 1.	$36 + 9 = \dots$ Считаем 36, 46, берем на 1 меньше, т.е. 45, значит $36 + 9 = 45$.
Вычтите 10 из двузначного числа	Ведите обратный счет по 10 один раз.	$75 - 10 = \text{это: } 75, 65$ $75 - 10 = 65$
Вычтите число 9 из двузначного числа	Ведите обратный счет по 10 один раз и прибавьте 1.	$63 - 9 = \dots$ Считаем 63, 53, но + 1, будет 54, Значит $63 - 9 = 54$.

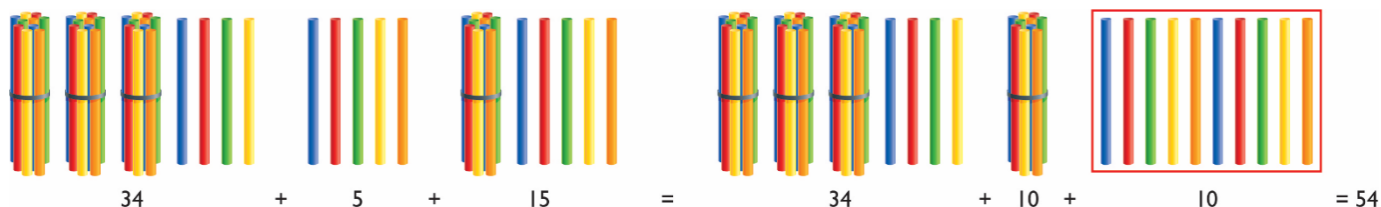
С этого момента учащиеся получают пользу от представления двузначных чисел, а также десятков и единиц, используя счетные материалы на основе десятков. Счетные материалы на основе десятков помогают учащимся визуально представить двузначные числа, чтобы сложить или вычесть их.



Учащиеся могут сложить числа 50 и 20, представив каждое слагаемое с помощью счетных материалов на основе десятков и подсчитав количество всех десятков. Поскольку имеется 7 десятков, то сумма равна 70.



Счетные материалы на основе десятков также могут помочь показать, как получить 10. Учащиеся могут визуализировать 10 счетных палочек как один десяток. Затем они могут добавить 1 десяток к числу десятков и подсчитать оставшиеся, чтобы получить сумму. Так, например, учащиеся могут сложить $34 + 5 + 15$, признав, что число единиц в 15 и 5 можно сгруппировать так, чтобы получился десяток.



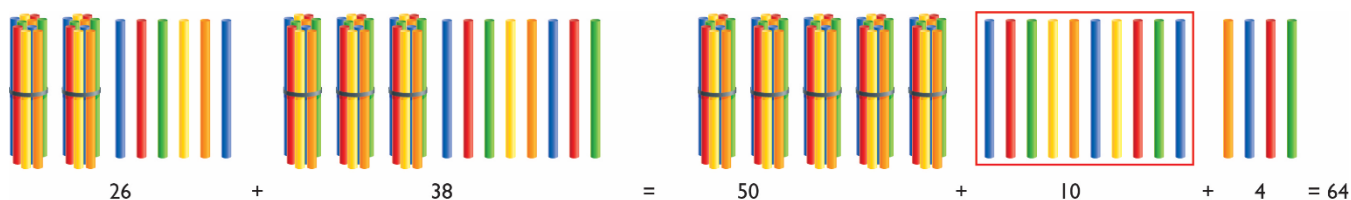
Имея твердую мысленную картину десятков и единиц, учащиеся могут продолжать учиться складывать и вычитать, следуя последовательности этапов развития, представленной в таблице ниже.

Тип задачи	Стратегия использования визуального представления	Пример
Сложите два числа кратных 10.	Сложите десятки, единиц нет.	$50 + 20 = 70$
Вычитите два числа кратных 10.	Вычитите десятки, единиц нет.	$90 - 30 = 60$
Сложите двузначное число и число кратное 10.	Сложите десятки и сохраните то же самое число единиц.	$63 + 20 = 83$
Вычитание числа кратного 10 из двузначного числа.	Вычитите десятки и сохраните то же самое число единиц.	$49 - 10 = 39$
Сложите три числа, получив промежуточно круглое число.	Сгруппируйте два слагаемых, чтобы получить в сумме круглое число и прибавьте результат к третьему числу.	$25 + 7 + 13 = 25 + (7 + 13) = 26 + 20 = 45$

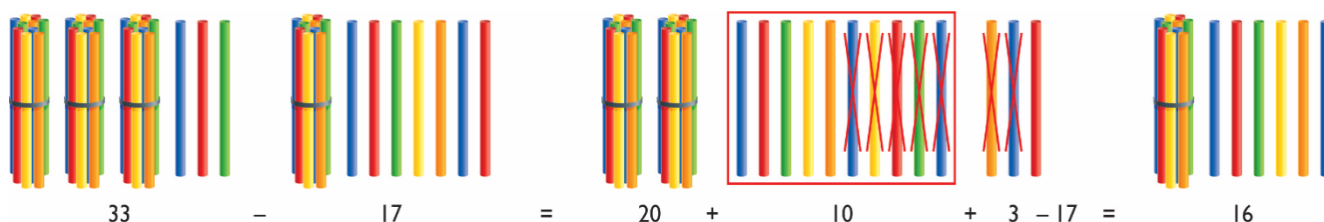
Вычисления в уме, которые учащиеся используют для сложения трех чисел путем получения десятков, можно более формально применить к сложению и вычитанию дву-

значных чисел, для которых требуется перегруппировка десятков. Для сложения чисел, не требующих перегруппировки, можно научить учащихся использовать счетные материалы на основе десятков, сосчитав общее количество единиц и общее количество десятков. Для сложения, которое требует перегруппировки десятков, можно использовать счетные материалы на основе десятков. Это поможет учащимся визуально представить, что означает перегруппировка десятков. Например, когда учащиеся представляют сумму

$26 + 38$, используя счетные материалы на основе десятков, они могут видеть, что сумма единиц в слагаемых равна $6 + 8 = 14$. Поскольку это больше 10, то можно перегруппировать 10 единиц как 1 десяток и представить 14 как 1 десяток и 4 единицы.



Счетные материалы на основе десятков также помогают учащимся визуально представить вычитание. Для вычитания чисел, которые не требуют перегруппировки, учащихся можно научить использовать счетный материал на основе десятков, отнимая общее число единиц и отнимая число десятков. Эта визуализация того, что значит перегруппировать десяток, так же помогает при вычитании, которое требует перегруппировки. Например, когда учащиеся представляют разность $33 - 17$, используя счетные материалы на основе десятков, они понимают, что не могут отнять 7 единиц от 3, поэтому им нужно перегруппировать 33 как 2 десятка и 13 единиц, чтобы можно было отнять 7 единиц от 13.

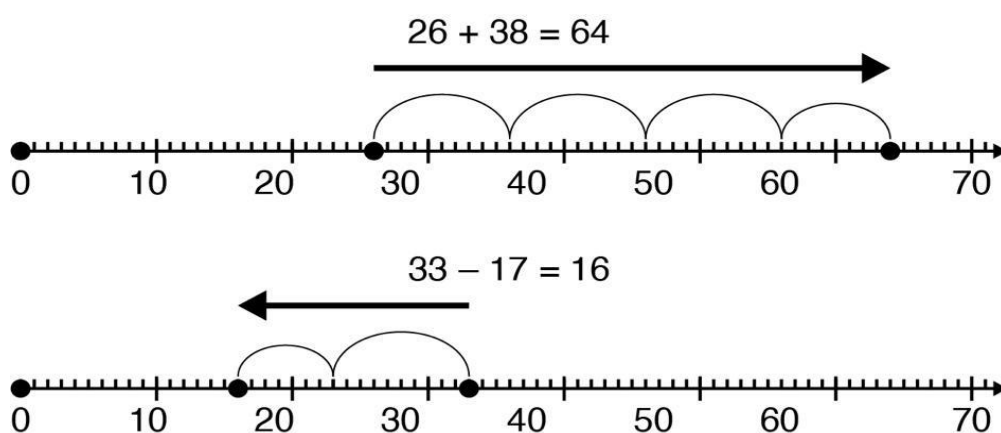


В таблице ниже показана последовательность использования счетных материалов на основе десятков для сложения и вычитания.

Тип задачи	Стратегия использования визуального представления	Пример
Сложите двузначное число и двузначное число без перегруппировки.	Сложите единицы и сложите десятки.	$32 + 41 = 73$
Вычтите двузначное число из двузначного числа без перегруппировки.	Вычтите единицы и вычтите десятки.	$55 - 31 = 24$
Сложите двузначное число и однозначное число, сделав десяток.	Сложите единицы, перегруппируйте числа, чтобы получить десяток, а затем добавьте 1 десяток к десяткам.	$46 + 7 = 53$

Тип задачи	Стратегия использования визуального представления	Пример
Вычтите однозначное число из двузначного числа, перегруппировав десяток.	Перегруппируйте 1 десяток в 10 единиц, затем вычтите единицы и запишите новое число десятков.	$83 - 5 = 78$
Сложите двузначное число и двузначное число, сделав десяток.	Сложите единицы, перегруппируйте, чтобы получить десяток, затем сложите десятки и еще 1 десяток.	$26 + 38 = 64$
Вычтите двузначное число из двузначного числа, перегруппировав десяток	Перегруппируйте 1 десяток в 10 единиц, затем вычтите единицы, вычтите десятки (с учетом, что 1 десяток перегруппирован в единицы, т.е. вычтите еще 1 десяток).	$33 - 17 = 16$

Альтернативное визуальное представление сложения и вычитания – использование числового луча, где можно показать действие сложения. Учащиеся начинают движение по числовому лучу от первого числа и перескакивают вправо, чтобы прибавить второе число, или перескакивают влево, чтобы вычесть второе число. Учащиеся учатся перескакивать по десяткам сначала для подсчета количества десятков во втором числе, а затем по единицам для подсчета количества единиц во втором числе. Приведенные ниже числовые лучи демонстрируют пример сложения и вычитания двузначных чисел.



Хотя использование счетных материалов на основе десятков можно с легкостью расширить для сложения и вычитания трехзначных чисел, более эффективным способом сложения трехзначных чисел является то, что нужно полагаться на понимание учащимся разрядного значения. Учащиеся могут начать складывать и вычитать двузначные числа, представляя их в развернутом виде, а затем переходить к трехзначным числам таким же образом. Например,

$$\begin{array}{r}
 26 = 20 + 6 \\
 + 38 = 30 + 8 \\
 \hline
 50 + 14 = 64
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 517 = 500 + 10 + 7 \\
 + 136 = 100 + 30 + 6 \\
 \hline
 600 + 40 + 13 = 653
 \end{array}$$

Представление чисел в развернутом виде также хорошо подходит для вычитания, но перегруппировка может добавить дополнительный шаг. Например,

$$\begin{array}{r} 33 = 30 + 3 = 20 + 13 \\ - 17 = 10 + 7 = 10 + 7 \\ \hline 10 + 6 = 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 925 = 900 + 20 + 5 = 800 + 120 + 5 \\ - 631 = 600 + 30 + 1 = 600 + 30 + 1 \\ \hline 200 + 90 + 4 = 294 \end{array}$$

Сложение и вычитание с использованием развернутой записи может быть расширено до чисел с любым количеством цифр. При сложении и вычитании этих типов чисел может потребоваться дополнительная практика:

- ♦ с числами, в которых 0 – это разрядная единица в середине числа, например, 507–326
- ♦ с числами, в которых количество цифр неодинаковое, например, 275 + 58



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2: «СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ»

Следующие практические фрагменты примерного урока показывают, как использовать стратегию «Объяснение и обоснование» в качестве стратегии обучения сложению и вычитанию чисел до 100. Эти практические методы (фрагменты примерного урока) используют визуальные представления, которые направляют учеников в обучении тому, как разложить число, чтобы получить десяток, и как использовать переместительное и сочетательное свойства сложения для группирования чисел, чтобы эффективно сложить их в уме. В этих практических фрагментах примерного урока следует попросить учеников объяснить ход своего рассуждения и обосновать свои ответы о том, как они использовали такие стратегии для получения десятков.



Фрагмент примерного урока 1: «Сложение и вычитание»

Название / Тема: Табличное сложение.

Целевые классы: 1–2.

Цель деятельности: учащиеся будут решать примеры (задачи) на сложение до 20.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: умение выполнять сложение однозначных чисел с переходом через десяток является основой устного и письменного сложения двузначных и многозначных чисел.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем решать примеры на сложение чисел до 20.

Часть II. Формирование понимания у учащегося

- ♦ **Решение задачи:** покажите пример, приведенный ниже, и попросите выполнить сложение. Учащиеся могут выполнять задание самостоятельно или с партнером. Вы также можете выбрать пример и попросить учащихся сложить однозначные числа с переходом через десяток.

$$9 + 6 = \dots$$

Какое число получите при сложении чисел 9 и 6?

- **Совет учителю:** для 2 класса рассматривается пример сложения двузначного и однозначного чисел с переходом через десяток.
- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ вы получили?*
 - *Можете ли вы объяснить, как вы складывали числа 9 и 6?*
 - *Может ли кто-нибудь из вас поделиться другим способом решения?*
- ♦ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что ученик из другого класса сказал, что при сложении чисел 9 и 6 получил в ответе 16.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с таким ответом? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил ответ 16?*
 - *Что бы вы сказали ему?*
- ♦ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.

При сложении двух чисел существует несколько разных способов решения. Вы можете посчитать, прибавляя по единице, или разбить числа, или, может быть, вы просто знаете способ быстрого счета. Я покажу два способа.

- Первый способ. Я разобью числа. Во-первых, я знаю, что мне просто нужно добавить 1 к 9, чтобы получить 10, т.к. 10 является удобным числом. Для этого собираюсь занять 1 у 6 и прибавить к числу 9.
 - $6 - 1 = 5$
 - $9 + 1 = 10$
 - Теперь у меня есть числа 10 и 5, которые в сумме составят 15.
 - Можно короче записать так

$$\begin{array}{c}
 10 \\
 9 + 6 = (9 + 1) + 5 = 15 \\
 \wedge \\
 1 \quad 5
 \end{array}$$

- Второй способ. Я знаю, что $10 + 6 = 16$, поскольку к 10 легко прибавить. Но, я складываю числа $9 + 6$, и я знаю, что число 9 меньше 10 на 1. Я могу отнять 1 из 16 и получу 15.
 - $16 - 1 = 15$.
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника на сложение однозначных чисел. Скажите, что они могут использовать любой способ, который хотят.

Упражнения могут быть на сложение трех чисел, где два слагаемых составляют число 10, а третье слагаемое меньше 10.

 - **Уровень выше:** задайте учащимся более сложные упражнения, например, вычислите сумму, объясните решение: $8 + 6$; $7 + 6$.
 - **Уровень ниже:** задайте учащимся больше задач на сложение с переходом через десяток, но для вычисления пусть используют счетные материалы.
 - Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы как:
 - *Какое число вы разбили? Объясните, почему.*
 - *Можете ли вы объяснить свои вычисления?*

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка** / Неформальное формирующее оценивание:
- ◆ **Напишите** на доске $5 + 6 = \dots$
 - Попросите учащихся подумать, а затем записать решение у себя в тетради и поднять тетрадь.
 - Попросите их обратиться к своему соседу по парте и объяснить друг другу, как они решали пример. Подчеркните, что они могут использовать и поделиться любым способом, которую использовали для решения этой задачи, но они должны уметь объяснить своё решение.
- ◆ **Повторите** пройденное понятие и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Сегодня мы узнали, что существуют разные способы, чтобы сложить два однозначные числа. Но какой бы способ мы ни использовали, важно уметь объяснить, как мы его применили.
- ◆ **Домашнее задание:**

- Дайте домашнее задание по учебнику на сложение однозначных чисел. Задания могут быть текстовыми задачами в одно действие на сложение чисел с переходом через десяток, на сложение трех чисел, где два слагаемых дают в сумме один десяток и третье слагаемое однозначное число.
- Уровень сложности домашних заданий не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, рассмотренным во фрагменте примерного урока.





Фрагмент примерного урока 2: «Сложение и вычитание»

Название / Тема: Устные вычисления.

Целевые классы: 3–4.

Цель деятельности: учащиеся будут применять группировку для сложения чисел в устных вычислениях.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: понимание и применение перестановки и группировки удобных слагаемых является основой устных и быстрых вычислений, упрощения сложных примеров, а также подготовкой к устным вычислениям с многозначными числами.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем выполнять сложение, группируя слагаемые.

Часть II. Формирование понимания у учащегося.

- ♦ **Решение задачи:** запишите примеры на доске и попросите выполнить сложение. Учащиеся могут выполнять задание самостоятельно или с партнером. Попросите учащихся решить пример устно, не записывая в тетради.

$$65 + 9 + 5 = \dots$$

- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ вы получили? Как вы получили этот ответ?*
 - *Можете ли вы показать, что вы делали, чтобы выполнить сложение?*
 - *Кто-нибудь решил этот пример другим способом? Можете ли вы объяснить, как вы его решили?*
- ♦ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что ученик из другого класса сказал, что ответ равен 80.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с этим учеником? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил в ответе 80?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ♦ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обсудив один из способов решения примера.
 - *Мы знаем, что при сложении мы можем менять местами слагаемые, при этом ответ не изменится.*
 - *Переставляя слагаемые и группируя их, мы можем складывать числа в любом порядке, как удобнее.*

Я знаю, что в сумме числа 5 и 5 составляют 10, т.о. сумма

$$65 + 5 = 70. \text{ У меня осталось } 9, \text{ тогда } 70 + 9 = 79.$$

- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника и сделать вычисления удобным способом.
 - Суммы могут быть представлены тремя слагаемыми, состоящими из двузначного и однозначных чисел, где два слагаемых удобно складывать.
 - Суммы могут быть представлены четырьмя слагаемыми, состоящими из двузначного числа и трех однозначных чисел, или двух двузначных чисел и двух однозначных чисел, которые удобно складывать.
 - **Уровень выше:** задайте учащимся более сложные примеры из учебника с тремя и четырьмя слагаемыми. Например, $22+15+8$; $50+19+1+20$; $20+27+30+3$
 - **Уровень ниже:** дайте учащимся больше задач на сложение трех слагаемых, где два слагаемые дают в сумме круглый десяток и одно слагаемое является однозначным числом.
 - Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Какие числа сгруппировали? Объясните, почему.*
 - *Можете ли вы объяснить свои вычисления?*

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание:**
 - Напишите на доске числа: 35, 2, 48, 5.
 - Попросите учащихся выбрать из каждой строки пары чисел, которые в сумме дают круглое число.
- ◆ **Повторите** пройденное понятие и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Напомните учащимся, что мы группировали слагаемые в примерах, так, чтобы было удобно складывать.
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Дайте домашнее задание по учебнику на вычисления удобным способом.
 - Примеры могут содержать три слагаемые из двузначных и однозначных чисел, где два слагаемые удобные для сложения.
 - Задания могут быть из четырех слагаемых, где есть одно двузначное и три однозначные или два круглые двузначные и два удобные однозначные слагаемые.
 - Уровень сложности домашних заданий не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, рассмотренным во фрагменте примерного урока.





Дополнительный фрагмент примерного урока: «Сложение и вычитание»

Название / Тема: Устные вычисления.

Целевые классы: 3–4.

Цель деятельности: учащиеся будут применять удобные способы в вычислениях.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: понимание и применение удобных способов вычислений значений числовых выражений является основой упрощения сложных примеров, а также подготовкой к рациональным вычислениям значений числовых выражений с многозначными числами.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем выполнять вычисления используя удобные способы.

Часть II. Формирование понимания у учащегося.

- ♦ **Решение задачи:** запишите примеры на доске и попросите выполнить сложение. Учащиеся могут выполнять задание самостоятельно или с партнером. Попросите учащихся решить пример устно, не записывая в тетради.

$$25 - 17 + 16 = \dots$$

- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ вы получили? Как вы получили этот ответ?*
 - *Можете ли вы показать, что вы делали, чтобы выполнить вычисление?*
 - *Кто-нибудь решил этот пример другим способом? Можете ли вы объяснить, как вы его решили?*
- ♦ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что ученик из другого класса сказал, что ответ равен 8.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с этим учеником? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил в ответе 8?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ♦ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обсудив один из способов решения примера.
 - *При нахождении значения числового выражения мы можем разбивать числа в выражении так, чтобы было удобно вычислить.*
 - *Я могу вычислить значение выражения $25 - 17 + 16$ по правилу порядка действий, а могу и удобным способом.*
 - *Из 25 отнять 17, это то же самое, что отнять сначала 1, а затем 16.*

- *Представлю в уме выражение так: $25-17 + 16 = 25-1-16 + 16$.*
- *Я знаю, что если из данного числа отнять и прибавить одно и то же число, то получится это же число.*
- *Итак, $25-17 + 16 = 25-1 = 24$.*
II способ.
- *Из 25 отниму 17, и прибавлю 17 (к 16 прибавила 1, а потом отниму), $25-17 + 17$;*
- *Я знаю, что если из данного числа отнять и прибавить одно и то же число, то получится это же число, $25-17 + 17 = 25$.*
- *Я помню, что прибавила лишнюю 1, отниму ее из 25.*
- *Итак, $25-17 + 16 = 25-17 + 17-1 = 25-1 = 24$.*

- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие примеры на вычисление значения выражения из учебника и сделать вычисления удобным способом.
 - Выражения, могут состоять из трех двузначных чисел, с действиями сложения и вычитания, и где два числа отличаются друг от друга на единицу.
 - Выражения могут состоять из одного двузначного и двух однозначных чисел, с действиями сложения и вычитания, и где два числа отличаются друг от друга на единицу.
 - **Уровень выше:** задайте учащимся более сложные примеры из учебника с тремя числами. Например, $27-19+18$; $22-15+16$; $50+19-18$; $45-8+7$.
 - **Уровень ниже:** дайте учащимся больше задач на сложение и вычитание одного двузначного и двух однозначных чисел. Например, $19 + 8-8$; $23 - 7 + 7$; $17 + 9-8$;
 - Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Какое число прибавлено и вычтено? Объясните, почему.*
 - *Можете ли вы объяснить свои вычисления?*

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание:**
 - Напишите на доске выражение: $35-18 + 19$.
 - Попросите учащихся показать на пальцах какой ответ они получили.
- ◆ **Повторите** пройденное понятие и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Напомните учащимся, что мы разбивали числа так, чтобы было удобно вычислять значение выражения.
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Дайте домашнее задание по учебнику на вычисления удобным способом.
 - Примеры могут содержать выражения, которые представлены тремя двузначными числами, с действиями сложения и вычитания, и где два числа отличаются друг от друга на единицу.
 - Выражения могут состоять из двух двузначных и одного однозначного чисел или одного двузначного и двух однозначных чисел, с действиями сложения и вычитания, и где два числа отличаются друг от друга на единицу.

- Уровень сложности домашних заданий не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, рассмотренным во фрагменте примерного урока.



ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «АЛГОРИТМ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ»



Используя расширенную форму записи чисел, учащиеся имеют возможность видеть складываемые или вычитаемые числа, выстраивая их в вертикальный ряд, что позволяет им подготовиться к использованию формального алгоритма. Чтобы складывать двузначные числа, учащиеся начинают выстраивать числа так, как в алгоритме, используя схему, подобную приведенной ниже. Схема слева показывает сумму, для получения которой перегруппировка не требуется, схема в середине показывает сумму, для которой нужна перегруппировка, а схема справа показывает разность, которая включает перегруппировку.

	Tens	Ones
	5	7
+	3	2
	8	9

	Tens	Ones
	1	
	2	6
+	3	8
	6	4

	Tens	Ones
	2	13
	3	3
-	1	7
	1	6

Десятки/единицы Десятки/единицы Десятки/единицы

Эти схемы можно расширить с помощью разряда сотен для трехзначных чисел. При использовании учащимися этого вертикального выстраивания для стандартного алгоритма может возникнуть несколько следующих «камней преткновения»:

- ◆ если учащимся дать пустую схему для заполнения, чтобы найти разность, прежде чем приступить к вычитанию, они могут поместить неправильное число в верхнем ряду;
- ◆ при поиске разности, учащиеся могут складывать числа в столбцах, а не вычитать их;
- ◆ учащимся может быть трудно найти сумму, в которой есть цифра 0 в одном из разрядных единиц, например, $43 + 17 = 60$ или $154 + 253 = 407$;
- ◆ учащимся может быть затруднительно найти разность, когда в уменьшаемом есть цифра 0 в какой-либо разрядной единице, например, $70 - 23$ или $509 - 342$;
- ◆ учащиеся могут не знать, как правильно выстроить цифры для чисел, в которых количество цифр неодинаковое, например, $143 + 27$ или $289 - 56$.

Со временем учащиеся научатся выстраивать числа по вертикали без использования схемы. Они смогут продолжать писать шаги перегруппировки в верхней части задачи. Поскольку сложение и вычитание являются взаимно обратными действиями, вы можете предложить учащимся проверить результат вычитания с помощью сложения, а результат сложения проверить с помощью вычитания. Научите их, что, если они получают сумму 64 при сложении чисел 26 и 38, то они могут проверить свой ответ вычитанием $64 - 38$, чтобы получить 26; научите их, что полученную ими разность 16 при вычитании $33 - 17$ можно проверить, сложив $16 + 17$, чтобы получить 33.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4: «АЛГОРИТМ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ»

Учителя могут использовать следующие практические фрагменты примерных уроков для применения стратегии «Объяснение и обоснование» в обучении сложению и вычитанию чисел до 100. В этих практических методах (фрагментах примерных уроков) визуальные представления предметов, числовых лучей и схем помогают учащимся увидеть, как можно представить сложение и вычитание в виде подсчета предметов, прыжков на числовом луче или чисел в развернутой записи.



Фрагмент примерного урока 3: «Алгоритм сложения и вычитания»

Название / Тема: Письменное сложение двузначных чисел.

Целевые классы: 2.

Цель деятельности: учащиеся будут выполнять сложение двузначных чисел столбиком.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: понимание и применение алгоритма письменного сложения двузначных чисел является основой для письменного сложения и вычитания многозначных чисел.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок

- ◆ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем выполнять сложение двузначных чисел столбиком, используя алгоритм.

Часть II. Формирование понимания у учащегося

- ◆ **Решение задачи:** попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу устно. Можно выбрать любые задачи/примеры, по условиям которых учащийся должен определить число единиц, десятков в сумме чисел.
 - Вычисли сумму

$$\begin{array}{r} 57 \\ +38 \\ \hline \end{array}$$

- ◆ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ваш ответ? Можете объяснить, как вы решили этот пример?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения примера?*
 - *Можете показать, какие шаги были предприняты, чтобы получить ответ?*
- ◆ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что один ученик 2-го класса из другой школы сказал, что при сложении чисел 38 и 57 получится 85 (8 десятков и 5 единиц).
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил ответ 85?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как был решен пример.
 - Мы можем использовать правила письменного сложения чисел.
 - *Для сложения двузначных чисел столбиком:*

1. складываем единицы $7 + 8 = 15$, 15 единиц – это 1 десяток и 5 единиц, пишем под единицами 5, а 1 десяток запоминаем. (помните, что переносим не 1, а 10!);
2. складываем десятки $30 + 50 = 80$, и еще 10 (1 десяток), который запомнили, $80 + 10 = 90$, пишем под десятками 9, что означает 90;
3. читаем ответ: сумма чисел 57 и 38 равна 95.

- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника, дайте домашнее задание выполнить письменно сложение двузначных чисел.
 - **Уровень выше:** дайте учащимся более сложные задания на письменное сложение двузначных чисел, например, $54 + 27$; $75 + 18$.
 - **Уровень ниже:** дайте учащимся больше заданий на письменное сложение двузначного числа с однозначным и устного сложения двузначных чисел без перехода через десяток.

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - **Напишите** на доске $65 + 28 = \dots$. Попросите учащихся показать на пальцах или назвать цифру единиц, а потом цифру десятков в сумме этих чисел.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное понятие и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - *Мы научились складывать двузначные числа в столбик. Когда складываем в столбик, важно помнить и правильно определять место (разряд) цифр в числе при сложении.*
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Дайте домашнее задание по учебнику на письменное сложение двузначных чисел.
 - Тем, кто затрудняется, дайте задание на выполнение письменного сложения двузначного числа с однозначным и устного сложения двузначных чисел без перехода через десяток.
 - Уровень сложности домашних заданий не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, рассмотренным во фрагментах примерного урока.





Фрагмент примерного урока 4: «Алгоритм сложения и вычитания»

Название / Тема: Вычитание трехзначных чисел.

Целевые классы: 3–4.

Цель деятельности: учащиеся будут выполнять письменное вычитание трехзначных чисел, используя алгоритм.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: понимание и применение алгоритма письменного вычитания трехзначных чисел является основой для письменного сложения и вычитания многозначных чисел.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ◆ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем выполнять вычитание трехзначных чисел столбиком.

Часть II. Формирование понимания у учащегося.

- ◆ **Решение задачи:** напишите следующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Можно выбрать любые задачи/примеры, по условиям которых учащиеся должны определить число единиц, десятков, сотен в разности чисел.
 - Вычисли, используя запись столбиком.
$$729 - 195 = \dots$$
 - *Совет учителю:* для 4 класса используйте примеры, где нужно вычислить разность четырехзначных чисел.
- ◆ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили? Можете объяснить, как решили этот пример?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этого примера?*
- ◆ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что один ученик 3-го класса из другой школы сказал, что разность чисел 729 и 195 равна 674 (6 сотен 7 десятков и 4 единицы).
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как учащийся получил ответ 674? Что бы вы сказали этому учащемуся?*
 - **Совет учителю:** обратите внимание, что учащиеся могут прийти к ответу 674, неправильно вычитая 9 десятков из 2 десятков или 90 из 20 без заимствования из сотен.
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как был решен пример.

- Для вычитания трехзначных чисел с одним переходом через разряд (с одним «заёмом») нужно выполнить следующие шаги:
 1. *Пишем числа в соответствии с разрядами. Помните, это важно, чтобы разрядные цифры в числах были записаны в столбик правильно: единицы под единицами, десятки под десятками, сотни под сотнями.*
 2. *Единицы вычитаем из единиц, десятки из десятков, сотни из сотен.*
 3. *Вычитаем единицы $9-5=4$, пишем под единицами 4.*
 4. *Вычитаем десятки, но из 2 десятков нельзя вычесть 9 десятков. Это подобно тому, как вычесть 90 из 20! Для этого занимаем 1 сотню из 700 (чтобы не забыть о том, что теперь у нас осталось только 600, ставим точку над цифрой 7). 1 сотня и 2 десятка = 12 десяткам. Из 12 вычитаем 9, получим 3, пишем под десятками 3.*
 5. *Вычитаем сотни. Было 7 сотен, но 1 сотню взяли при вычитании десятков. Осталось 6 сотен, $600-100=500$, пишем 5 под сотнями.*
 6. *Читаем ответ: разность чисел 729 и 195 равна 534. 5 сотен, 3 десятка и 4 единицы.*
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить из учебника похожие задачи с трехзначными числами с заимствованием.
 - **Уровень выше:** предложите учащимся более сложные задания на вычитание трёхзначных чисел с одним переходом через разряд (с одним «заёмом»). Например, $586-367=...$; $324-217=...$
 - **Уровень ниже:** задайте учащимся больше примеров на вычитание трёхзначного и двузначного чисел с одним переходом через разряд (с одним «заёмом») и вычитание трехзначных чисел без перехода через разряд.

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка / Неформальное формирующее оценивание:**
 - **Напишите** на доске: $565-128=...$ Попросите учащихся показать на пальцах или назвать цифры в разряде единиц, потом десятков и, наконец, сотен в разности чисел. Или попросите их быстро решить пример в своих тетрадях, поделиться с соседом своим решением и объяснить друг другу, как решали пример.
- ◆ **Повторите** пройденное понятие и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Мы выполнили вычитание трехзначных чисел в столбик с одним переходом через разряд.
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Дайте домашнее задание по учебнику на письменное вычитание трехзначных чисел (с одним «заёмом»).
 - Тем, кто затрудняется, задайте примеры на письменное вычитание трёхзначного и двузначного чисел с одним переходом через разряд и на вычитание трехзначных чисел без заёма.
 - Уровень сложности домашних заданий не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, рассмотренным во фрагменте примерного урока.



ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ИЗ РЕАЛЬНЫХ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЙ»



Учащиеся, которые с легкостью могут складывать и вычитать абстрактные числа, часто испытывают затруднения, когда числа являются частью реальной жизненной ситуации. Часто учащиеся считают текстовые задачи сложными, потому что они не уделяют достаточного времени на прочтение задачи и понимание ее содержания, условия и требования. Скорее они просто смотрят на числа и пытаются применить к ним действие, не понимая условия данной задачи, и что эти числа на самом деле означают.

Задачи из реальной жизни могут казаться учащимся сложными потому, что они не знают и не понимают терминологию, использованную в этой задаче, или, возможно, они не могут связать ситуации, описанные в задаче, с арифметическими действиями. Вот почему стратегия «Объяснение и обоснование» может принести пользу учащимся в решении задач в реальных жизненных ситуациях. По мере того, как учащиеся объясняют ход своего рассуждения на этапах решения, они могут научиться использовать соответствующий математические термины и арифметические действия.

Учителя могут включить стратегию «Объяснение и обоснование» уже тогда, когда учащиеся изучают алгоритмы сложения и вычитания. То, что учащиеся объясняют ход своего рассуждения и обосновывают свои ответы при изучении сложения и вычитания в начальных классах, может принести им пользу, когда они столкнутся с более сложными задачами, для решения которых потребуются эти действия.

Частью использования стратегии «Объяснение и обоснование» является включение в обучение учащихся тому, как визуально представить задачи из реальной жизни с помощью рисунка или диаграммы. Когда учащиеся могут изобразить или визуально представить составляющие части задачи из реальной жизни, это помогает им понять, что именно их просят сделать по условию задачи. Дайте учащимся возможность показать и объяснить свои визуальные представления, когда они рассказывают о своем решении, и задавайте им вопросы о том, почему они представили составляющие части задачи именно таким образом. Примеры визуальных представлений могут включать рисунки объектов, предметы, числовые лучи, другие математические модели задачи.

Как только учащиеся продемонстрируют, что они понимают, что именно требуется по условию задачи из реальной ситуации, предложите им применить различные способы, которые они изучили, такие как парные числа, или создание десятков, чтобы найти решение, работая с заданными числами.

В приведенных ниже таблицах показаны несколько различных типов задач из реальной жизни, с которыми могут столкнуться учащиеся и которые требуют от них выполнения действий сложение или вычитание. Дайте учащимся возможность попрактиковаться в понимании и решении различных задач из реальной жизни, которые включают в себя эти типы.

Прибавить к	Пример	Числовое выражение	Возможное действие
Результат неизвестен	На заборе было 3 птицы. Затем туда прилетели еще 4 птицы. Сколько всего птиц стало на заборе?	$3 + 4 = \square$	Сложение
Изменение неизвестного	На заборе было 3 птицы. После того, как туда село еще несколько птиц, на заборе стало всего 7 птиц. Сколько птиц село на забор?	$3 + \square = 7$	Вычитание для поиска недостающего слагаемого
Начало неизвестно	На заборе было несколько птиц. После того, как туда село еще 4 птицы, на заборе стало всего 7 птиц. Сколько птиц было на заборе сначала?	$\square + 4 = 7$	Вычитание для поиска недостающего слагаемого

Отнять от	Пример	Числовое выражение.	Возможное действие.
Результат неизвестен	Во дворе было 5 собак. Затем 3 собаки убежали. Сколько собак осталось во дворе?	$5 - 2 = \square$	Вычитание
Изменение неизвестного	Во дворе было 5 собак. Когда несколько собак убежало, во дворе остались 3 собаки. Сколько собак убежало?	$5 - \square = 3$	Вычитание, чтобы найти вычитаемое
Начало неизвестно	Во дворе было несколько собак. Когда 2 собаки убежали, осталось 3 собаки. Сколько собак было во дворе первоначально?	$\square - 2 = 3$	Сложение, чтобы найти уменьшаемое
Сравнить	Утром во дворе было 5 собак. Вечером стало на 2 собаки меньше. Сколько собак стало во дворе вечером?	$5 - 2 = \square$	Вычитание



**ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6:
«ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ ДЛЯ
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ИЗ РЕАЛЬНЫХ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЙ»**

Когда вы предлагаете учащимся решить задачу из реальной жизненной ситуации и использовать стратегию «Объяснение и обоснование», имейте в виду, что интерес учащихся к задаче играет определенную роль в том, насколько хорошо они ее решат. Недавние исследования показали, что учащиеся с большей вероятностью правильно решат задачу из реальной жизни, если они покажутся им интересными (Кош, 2016г.).

Когда учащимся предоставлен широкий спектр задач из реальной жизни, охватывающих различные аспекты, такие как животные, спорт, путешествия и наука, то есть гарантия того, что они, скорее всего, проявят интерес к некоторым типам задач.

В таблице ниже перечислены некоторые жизненные ситуации, которые способствуют эффективному использованию стратегии «Объяснение и обоснование» при решении задач на сложение и вычитание учащимися разных классов.

1 класс	Надира собрала 9 монет из разных стран мира. Сколько еще монет ей нужно собрать, чтобы в итоге у нее стало 15 монет зарубежных стран?
2 класс	Во время игры в футбол Руслан забил в ворота на 11 мячей меньше, чем Азамат. Если Руслан забил 16 голов, то сколько голов забил Азамат?
3 класс	Кира знает, что амурский тигр может бежать со скоростью 80 км в час, а дальневосточный леопард может бежать со скоростью 56 км в час. На сколько километров в час амурский тигр бежит быстрее дальневосточного леопарда?
4 класс	За год Денис посещает школу в Кыргызстане на 60 дней больше, чем его друг во Франции. Ежегодно учащиеся во Франции посещают школу 150 дней. Сколько дней посещает школу Денис ежегодно в Кыргызстане?

В приведенных ниже практических методах (фрагментах примерных уроков) учащимся предлагаются некоторые задачи из реальной жизни, для решения которых можно использовать стратегию «Объяснение и обоснование». Убедитесь, что учащимся предоставлено достаточно времени на выполнение своего решения, а также времени и внимания, когда они старательно объясняют свое решение и обосновывают, почему они выбрали именно этот способ решения задачи.



Фрагмент примерного урока 5: «Использование сложения и вычитания в реальных жизненных ситуациях»

Название / Тема: Задачи на применение сложения и вычитания в жизненных ситуациях.

Целевые классы: 1–2.

Цель деятельности: учащиеся будут применять действия сложения и вычитания для решения простейших задач в реальных ситуациях.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности

Важность: развитие умений решения задач близких к задачам в реальных жизненных ситуациях является основой глубокого понимания смысла арифметических действий, их компонентов и дальнейшего формирования готовности учащихся использовать усвоенные знания, умения и способы деятельности в жизни для решения практических задач.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

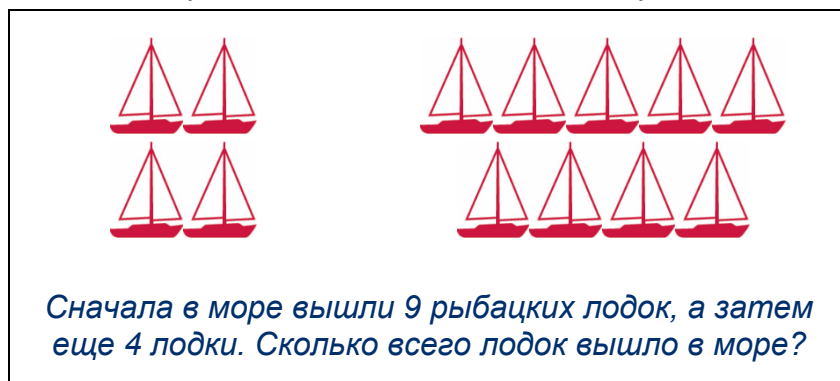
- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем решать задачи, с которыми вы можете встретиться в реальной жизни.

Часть II: Формирование понимания у учащегося.

- ♦ **Решение задачи:** напишите следующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Скажите, что при необходимости они могут писать или чертить на бумаге. Можно выбрать любые задачи, связанные с реальной ситуацией, которые учащийся должен решить, используя арифметические действия.

*Сначала в море вышли 9 рыбацких лодок, а затем еще 4 лодки.
Сколько всего лодок вышло в море?*

Когда вы пишете задачу на доске, не рисуйте лодки. Вместо этого предложите учащимся сделать рисунки к условию задачи в тетрадях самостоятельно, чтобы смоделировать задачу. Поощряйте их использовать модели, чтобы показать прибавление и ответить на вопрос задачи.



- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.

- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили? Можете объяснить, как вы решали задачу?*
 - *Кто может поделиться другим способом решения этой задачи?*
- ◆ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что, когда эта задача была предложена другому ученику, он сказал, что ответ получится 5.
 - Спросите учеников:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил ответ 5?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.
 - *При решении задачи следует обратить внимание на условие задачи и на ее вопрос.*
 - *Есть много способов решения этой задачи. Один из способов – сделать рисунок.*
 - *В условии задачи говорится о том, что сначала 9 лодок вышли в море. Я быстро рисую 9 лодок.*
 - *Затем еще 4 лодки вышли в море. Я рисую еще 4 лодки.*
 - *Спрашивается, сколько всего лодок вышло в море. Я посчитаю все лодки, которые нарисовал, чтобы увидеть, сколько их всего.*
 - *Всего 13 лодок.*
 - *Я могу написать числовое выражение $9 + 4 = 13$.*
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Найдите простые текстовые задачи на сложение. Если задание из учебника носит процедурный характер, его можно преобразовать в открытую задачу.
 - **Уровень выше:** Дайте задачу, где следует ответить на вопрос по структуре задачи и выбору действия, чтобы решить ее. Например,

«На речке Самат поймал 7 рыбок, а его братишка Азамат на 2 рыбки меньше. Сколько рыбок поймал Азамат?

Если всю пойманную рыбу мама пожарила на ужин, то сколько всего рыбок пожарила на ужин мама?»

Выделите условие и вопросы в задаче и решите ее.
 - **Уровень ниже:** дайте учащимся задачу, где для решения требуется один шаг.
 - Пока ученики работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Какая ситуация в задаче? Вы нарисовали это?*
 - *Можете ли вы объяснить свое решение?*

Часть II. Формирование понимания у учащегося.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - Заранее подготовьте на доске и предложите учащимся задачу в одно действие и прочитайте ее.

- Попросите показать пять пальцев тех, кто решил задачу, три пальчика - тех, кто затрудняется в решении и кулак – тех, кто не понимает условие или не может выполнить решение.
- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
- Напомните, что учащиеся с помощью действий сложения и вычитания решали задачи, похожие на те, которые могут встретиться в реальной жизни.
- ◆ **Домашнее задание:**
- Дайте домашнее задание по учебнику.
- Найдите простую задачу на сложение. Если задание из учебника носит процедурный характер, оно может быть преобразовано в открытую задачу.
- Уровень сложности домашних заданий не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, рассмотренным во фрагменте примерного урока.





Фрагмент примерного урока 6: «Использование сложения и вычитания в реальных жизненных ситуациях»

Название / Тема: Задачи на применение сложения и вычитания в жизненных ситуациях.

Целевые классы: 3–4.

Цель деятельности: учащиеся будут применять действия сложения и вычитания для решения задач в реальных ситуациях.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности

Важность: развитие умений решения задач, близких к задачам в реальной жизненной ситуации является основой глубокого понимания смысла арифметических действий, их компонентов и дальнейшего формирования готовности учащихся использовать усвоенные знания, умения и способы деятельности в реальной жизни для решения практических задач.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ◆ **Обсуждение:** Скажите учащимся, что сегодня будем решать задачи, с которыми вы можете встретиться в реальной жизни.

Часть II. Формирование понимания у учащегося.

- ◆ **Решение задачи:** напишите следующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу.

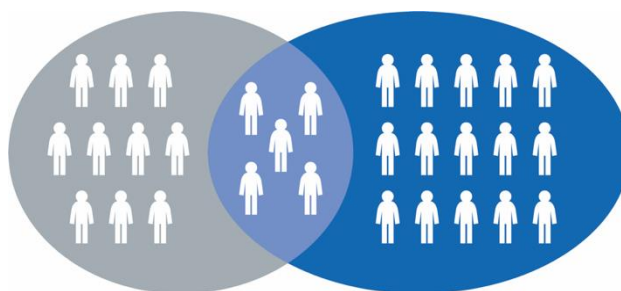
В 3А классе все учащиеся посещают кружок робототехники или занимаются плаванием: 15 учащихся занимаются робототехникой, 20 – занимаются плаванием. Известно также, что 5 учащихся 3 А класса занимаются и плаванием, и робототехникой. Сколько всего детей в 3А классе?

- ◆ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ вы получили?*
 - *Можете ли вы объяснить, как вы рассуждали, решая задачу?*
 - *Может ли кто-нибудь поделиться с другими своим способом решения задачи?*
- ◆ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что, когда эта задача была предложена другому ученику, он сказал, что в ответе получится 40.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с таким ответом? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил ответ 40?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** Подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.

При решении задачи следует обратить внимание на условие задачи и на ее вопрос.

Есть много способов решения этой задачи. Один из способов – сделать рисунок.

- В задаче говорится, об учащихся, которые занимаются плаванием и робототехникой. Изобразим в виде “кругов” учащихся, занимающихся и плаванием, и робототехникой.
- Эти круги пересекаются, потому что есть учащиеся, которые попадут и в первый круг, и во второй. В общей части (в пересечении) я рисую 5 учащихся, которые посещают и плавание, и робототехнику. Это означает, что 10 учащихся занимаются только робототехникой, и 15 учащихся только плаванием. Я их рисую в кружочках.






- Теперь я посчитаю всех учащихся, которых нарисовала, чтобы узнать, сколько их всего. 10 занимаются только робототехникой, 15 – только плаванием, 5 – и плаванием, и робототехникой.
- Всего в 3 А классе 30 учащихся.
- Я могу записать числовое выражение: $10 + 15 + 5 = 30$ (уч.).
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника.
 - Найдите в учебнике простые текстовые задачи на сложение или вычитание. Если задание из учебника носит процедурный характер, оно может быть преобразовано в открытую задачу.
 - Также задача может охватить три процесса, и участники участвуют хотя бы в одном из них.
 - **Уровень выше:** предложите решить задачу, где следует ответить на вопрос о количестве участников одного процесса. Например,
Все 30 учащихся 3 А класса посещают спортивные секции или кружки по предметам. 20 учащихся посещают только спортивные секции, а 5 учащихся посещают и спортивные секции, и кружки по предметам. Сколько учащихся посещают только кружки по предметам?
Вы можете усложнить задачу, введя еще условие, например, «20 учащихся в 3А классе посещают спортивные секции, 15 учащихся посещают кружки по предметам, 5 посещают как спортивные секции, так и предметные кружки и 3 учащиеся в этом классе вообще не посещают какие-либо кружки или секции. Сколько детей в 3А классе?»
Можно предложить задачу, например, когда ребята посещают спортивные секции, кружки по предметам и хор.
 - **Уровень ниже:** дайте учащимся задачи, где требуется для решения одно действие.

Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:

- *Какая ситуация в задаче? Вы нарисовали это?*
- *Можете ли вы объяснить свое решение?*

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - Заранее подготовьте задачу в одно действие и прочитайте ее.
 - Попросите учащихся, чтобы они поделились своим решением с соседом по парте.
 - Затем попросите показать:
 -  , если учащиеся легко решили;
 -  , если у учащихся появились затруднения, вопросы при решении задачи;
 -  , если учащиеся совсем не знают, как решать задачу.
 - Осмотрите класс и обратите внимание на того, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Напомните, что на уроке с помощью действий сложения и вычитания решали задачи, похожие на те, которые могут встретиться в реальной жизни.
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Найдите простые текстовые задачи на сложение или вычитание. Если задание из учебника носит процедурный характер, оно может быть преобразовано в открытую задачу.
 - Задача может охватить три процесса, и участники присутствуют хотя бы в одном из них.
 - Тем, кому трудно, дайте задачи, где для решения требуется одно действие.
 - Уровень сложности домашних заданий не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, рассмотренным во фрагменте примерного урока



КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ

«Сложение и вычитание».

«Арифметические действия сложение и вычитание».

Фрагмент примерного урока 1 «Табличное сложение». 1-2 классы.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности
<p>Основная: и «Объяснение обоснование»</p> <p>Вторичные: «Множество мo-делей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Сложение однозначных чисел с переходом через десяток. • Сложение двузначных и однозначных чисел с переходом через разряд. 	<Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.>	<Заполняется учителем.>	<p>Использование сложения однозначных чисел с переходом через десяток</p>	<p>Стандарты: Содержательные линии/Компетентности</p> <p>5. Арифметические действия.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Таблица сложения и вычитания однозначных чисел (1 класс). • Письменное и устное сложение однозначных и двузначных чисел в пределах 20 (1 класс). <p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Простые задачи на увеличение и уменьшение числа, на разностное сравнение (1 класс). <p>5. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K1: 1.5.1; ○ K2: 1.5.2; ○ K4: 1.5.4.

«Сложение и вычитание».

«Арифметические действия сложение и вычитание».

Фрагмент примерного урока 2 «Устные вычисления». 3–4 классы.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты. Содержательные линии/Компетентности
<p>Основная: и «Объяснение обоснование»</p> <p>Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> Перестановка и группировка удобных слагаемых. Устное и письменное сложение. 	<p><Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Использование группировки для сложения чисел в устных вычислениях.</p>	<p>5. Арифметические действия.</p> <ul style="list-style-type: none"> Письменное и устное сложение и вычитание двузначных чисел с однозначными числами, двузначными числами (2 класс). <p>5. Компетентности</p> <ul style="list-style-type: none"> 3 класс. ○ K4: 3.5.4.

«Сложение и вычитание»

«Алгоритм сложения и вычитания»

Фрагмент примерного урока 3 «Письменное сложение двузначных чисел в пределах 100». 2 класс.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/ Компетентности
Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».	<ul style="list-style-type: none">• Письменное сложение двузначных чисел.• Письменное сложение и вычитание трехзначных чисел.	<Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.>	<Заполняется учителем.>	Применение алгоритма письменного сложения двузначных чисел.	5. Арифметические действия. <ul style="list-style-type: none">• Письменное и устное сложение и вычитание двузначных чисел с однозначными, с двузначными числами (2 класс). 5. Компетентности. <ul style="list-style-type: none">• 2 класс.<ul style="list-style-type: none">○ K1: 2.5.1;○ K2: 2.5.2.

«Сложение и вычитание».

«Алгоритм сложения и вычитания».

Фрагмент примерного урока 4 «Вычитание трехзначных чисел». 3–4 класс.

Стратегия.	Навык и вторичный навык	Месяц / Дата	Учебники/ уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Письменное вычитание трехзначных чисел. • Письменное сложение и вычитание многозначных чисел. 	<p><Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Применение алгоритма письменного вычитания трехзначных чисел.</p>	<p>5. Арифметические действия (3 и 4 классы).</p> <ul style="list-style-type: none"> • Письменное сложение и вычитание многозначных чисел (4 класс). <p>5. Компетентности</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ К1: 3.5.1. • 4 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ К3: 4.5.3.

«Сложение и Вычитание»

«Использование сложения и вычитания в реальных жизненных ситуациях».

Фрагмент примерного урока 5 «Задачи на применение сложения и вычитания в жизненной ситуации»; 1–2 класс.

Стратегия	Навык и вторичный навык.	Месяц/Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование»</p> <p>Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> Понимание и применение действий сложения и вычитания для решения простейших задач в реальных ситуациях Применение действий сложения и вычитания для решения практических задач. 	<p><Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Практика в применении действий сложения и вычитания чисел для решения задач в реальных ситуациях.</p>	<p>Стандарты: Содержательные линии/Компетентности</p> <p>5. Арифметические действия.</p> <ul style="list-style-type: none"> Письменное и устное сложение однозначных и двузначных чисел (1 и 2 классы). <p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> Условие, вопрос, решение задачи (1 класс). Задачи на нахождение суммы, остатка, обратные задачи (2 класс). Составные задачи на сложение, вычитание (2 класс). <p>5. Компетентности</p> <ul style="list-style-type: none"> 1 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K5: ○ K2: 1.5.2. 2 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K3: 1.6.3; ○ K4: 1.6.4.

«Сложение и вычитание»

«Использование жизненных ситуаций для обучения пониманию чисел и значения чисел»

Фрагмент примерного урока 6 «Задачи на применение сложения и вычитания в реальных жизненных ситуациях»; 3–4 классы.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование»</p> <p>Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> Понимание и применение действий сложения и вычитания для решения простейших задач в реальных ситуациях. Использование усвоенных знаний, умений и способностей в деятельности в реальной жизни для решения практических задач. 	<p><Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Практика в применении действий сложения и вычитания чисел для решения задач в реальных ситуациях.</p>	<p>5. Арифметические операции.</p> <ul style="list-style-type: none"> Письменное сложение и вычитание многозначных чисел (3 и 4 классы). <p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> Составные задачи на смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение. <p>Решение задач выражением (3 класс).</p> <ul style="list-style-type: none"> Составные задачи на все арифметические действия, разностное и кратное сравнение (4 класс). <p>5. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> 3-класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K2: 3.5.2 ○ K1: 3.6.1. 4-класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K2: 4.5.2 ○ K1: 4.6.1.



ПРИЛОЖЕНИЕ А: ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ

Подтема /Фрагмент примерного урока:

Название / Тема:

Целевые классы:

Цель деятельности: учащиеся будут ...

Необходимые материалы:

Важность:

Связь с учебником:

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ◆ Краткое представление учащимся того, над чем они будут работать сегодня.

Часть II. Формирование понимания у учащихся.

- ◆ **Решение задачи:** выберите задачу учащимся для решения. Дайте учащимся 2–5 минут в зависимости от сложности задачи, чтобы смогли решить ее самостоятельно или с партнером. Когда они решают задачу, пройдите по классу, наблюдая и фиксируя для себя активность каждого из учащихся.
- ◆ **Обсуждение:** учащиеся делятся своими решениями, сосредотачиваясь на объяснении и обосновании своего решения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ?*
 - *Как вы узнали, что ответ ____?*
 - *Можете объяснить, как вы получили ответ ____?*
 - *Кто может поделиться с другими учащимися своим способом решения задачи?*
- ◆ **Противоположное предположение:** предложите учащимся контраргумент, в котором представлен неверный ответ. Спросите учащихся, что они думают об этом ответе и что они могут сказать другому учащемуся, который предложил неверное решение.
 - *Скажите учащимся, что вы разговаривали с другим учащимся из другой школы, и он сказал _____.*
 - *Спросите учащихся:*
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему он так сказал?*
 - *Что вы сказали бы этому учащемуся?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги для класса, как была решена задача, опираясь на более ранние объяснения учащихся. При необходимости выполните рисунок на доске, чтобы проиллюстрировать решение задачи.
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить аналогичную задачу. Вы можете найти ее в учебнике или сами составить. По мере необходимости предлагайте задачи более сложные или более простые.

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка** / Неформальное формирующее оценивание:
 - Это возможность быстро понять, насколько хорошо учащиеся поняли содержание урока. Вы можете использовать такие методы, как:
 - *Большой палец вверх;*
 - *Поднять руку и показать пальцами;*
 - *Другие.*
- ◆ **Повторите** концепцию урока и привяжите ее к цели, изложенной во введении.
 - *Напомните учащимся о том, что они узнали сегодня, и скажите, что они продолжат практиковать это.*
- ◆ **Домашнее задание:**
 - *Найдите подходящие задачи в учебнике или составьте сами их для решения учащимися дома. Убедитесь, что эти задачи не сложнее, не сосредоточены на другом навыке, чем тот, что был освоен в классе.*



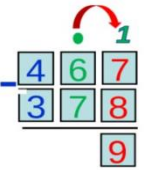
ПРИЛОЖЕНИЕ Б: ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Фрагмент примерного урока 1 «Табличное сложение»														
Задача	Класс	Уровень												
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> $9+5 = \square\square$ (И) $\begin{array}{r} \diagdown \quad \diagup \\ \square \quad \square \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $6+6 = \square\square$ (М) $\begin{array}{r} \diagdown \quad \diagup \\ \square \quad \square \end{array}$ </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> $9+2 = \square\square$ (у) $\begin{array}{r} \diagdown \quad \diagup \\ \square \quad \square \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $8+5 = \square\square$ (н) $\begin{array}{r} \diagdown \quad \diagup \\ \square \quad \square \end{array}$ </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> $9+8 = \square\square$ (а) $\begin{array}{r} \diagdown \quad \diagup \\ \square \quad \square \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $8+7 = \square\square$ (ц) $\begin{array}{r} \diagdown \quad \diagup \\ \square \quad \square \end{array}$ </div> </div> <p>Расположите полученные числа в порядке возрастания, впишите в таблицу в таком порядке числа и буквы, прочитайте слово. Объясните, как вы решили примеры.</p> <table border="1" style="width: 100%; height: 40px; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="width: 16.6%;"></td> <td style="width: 16.6%;"></td> <td style="width: 16.6%;"></td> <td style="width: 16.6%;"></td> <td style="width: 16.6%;"></td> <td style="width: 16.6%;"></td> </tr> <tr> <td style="width: 16.6%;"></td> <td style="width: 16.6%;"></td> <td style="width: 16.6%;"></td> <td style="width: 16.6%;"></td> <td style="width: 16.6%;"></td> <td style="width: 16.6%;"></td> </tr> </table>													1	соответствует
$7 + 5 + 3 = 7 + ?$ Сколько получилось? Как решили? Объясните.	1	соответствует												
$4+5 = ? + 6 ?$ Найдите неизвестное число. Объясните решение.	1	выше												
Вычислите удобным способом: $9 - 6 + 6 = \dots$. Объясните вычисление.	1	выше												
Вычислите удобным способом: $8 - 7 + 7 = \dots$; $9 - 7 + 8 = \dots$ Объясните вычисления.	1	выше												
В первой игре футбольные команды «Дордой» и «Алга» забили по 5 голов каждая, вторую игру закончили со счётом 8:7 в пользу команды «Алга». Сколько всего голов забила каждая команда в двух играх?	2	выше												
Один бидон вмещает 7 л воды, а другой - 3 л. Как с помощью этих бидонов отмерить и налить в ведро 11 л воды из речки?	2	выше												

Фрагмент примерного урока 2 «Устные вычисления».		
Задача	Класс	Уровень
В пачке 25 листов бумаги красного цвета, 13 листов – желтого цвета и 7 листов – синего. Сколько всего листов в пачке бумаги? Составьте выражение и вычислите удобным способом.	1	соответствует
Вычислите удобным способом: $23 + 19 + 7 = \dots$; $50 + 18 + 11 + 2 = \dots$; $30 + 23 + 12 + 7 = \dots$	2	соответствует
Вставьте числа в окошки, чтобы получилось верное равенство: $37 + 25 + 3 = \blacksquare + 25$; $42 + 23 + 8 + 7 = 50 + \blacksquare$	2	выше
Вычислите удобным способом: $18 - 16 + 16 = \dots$. Объясните вычисление	2	выше
Вычислите удобным способом: $23 - 16 + 16 = \dots$; $23 - 17 + 16 = \dots$; $38 + 49 - 37 = \dots$. Объясните вычисления	2	выше

Фрагмент примерного урока 3. «Письменное сложение двузначных чисел».		
Задача	Класс.	Уровень.
Вычислите и объясните решение: $\begin{array}{r} + 74 \\ \hline + 18 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} + 26 \\ \hline + 34 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} + 41 \\ \hline + 49 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} + 77 \\ \hline + 15 \\ \hline \end{array}$	3	соответствует
У одного учителя 28 учеников, у другого - 29 учеников, а у третьего – 32 ученика. Если учителя купили каждому из своих учеников по одному листу бумаги, то сколько всего листов бумаги купили учителя?	3	соответствует
При сложении чисел 78 и 27 получили ответ: 915 . Объясните, почему получен такой ответ? $\begin{array}{r} 78 \\ +27 \\ \hline 915 \end{array}$	3	соответствует

Фрагмент примерного урока 4 «Вычитание трехзначных чисел».		
Задача	Класс	Уровень
Решите, используя запись столбиком; $478 - 238 = \dots$; $561 - 480 = \dots$; $743 - 567 = \dots$; $843 - 758 = \dots$. Объясните свое решение.	3	соответствует

На трех опытных участках высадили всего 421 луковицу тюльпанов: на одном - 149 луковиц, на другом - 184 луковицы. На сколько луковиц меньше высадили на третьем участке, чем на первом и во втором участках вместе?	3	соответствует
<p>При вычитании чисел 467 и 378 получили ответ $467 - 378 = 199$.</p> <p>Объясните, где допущены ошибки при выполнении вычисления по алгоритму вычитания трехзначных чисел.</p> 	3	выше

Фрагмент примерного урока 5 «Задачи на применение сложения и вычитания в жизненной ситуации»		
Задача	Класс	Уровень
На тренировку по футболу большинство ребят пришли вовремя. После того, как 9 ребят пришли с опозданием, тренер начал игру. Сколько ребят пришли вовремя, если на тренировке участвовали 17 ребят?	1	соответствует
Продолжительность жизни ласточки 9 лет, воробей живет дольше ласточки на 2 года, а грач - на 3 года. Сколько лет составляют продолжительность жизни воробья и продолжительность жизни грача?	1	выше
На ремонт первого подъезда дома израсходовали 9 банок краски, что на 3 банки меньше, чем на ремонт второго подъезда. Сколько всего банок краски израсходовали на ремонт двух подъездов?	2	соответствует
Поезд отправляется в 19:00. Азамат должен быть на вокзале за 20 минут до отправления поезда. В какое время ему надо выйти из дома, если он идет до троллейбуса 15 минут, сразу садится в троллейбус, едет на троллейбусе 20 минут и 5 минут идет от троллейбуса до вокзала?	2	выше
Для укрепления склона оврага нужно посадить 90 саженцев деревьев. Уже посадили 30 саженцев клёна и 20 саженцев дуба? На сколько больше саженцев деревьев уже посадили, чем осталось посадить?	2	выше
В футбольном матче принимают участие две команды, каждая из которых состоит не более чем из 11 игроков, включая вратаря. В команде «Дордой» 9 футболистов, а в команде «Алга» 7 футболистов. Сколько футболистов надо набрать в обе команды, чтобы был полный состав команд?	2	выше

Фрагмент примерного урока 6. «Задачи на применение сложения и вычитания в жизненной ситуации»		
Задача	Класс	Уровень
Каждый ученик 3 А класса занимается только в одном кружке, 10 учеников посещают спортивные кружки, 15 - посещают кружки по предметам, 7 учеников посещают хор. Сколько детей в 3А классе?	3	соответствует
В классе мальчики увлекаются собиранием марок. 7 мальчиков собирает марки Кыргызстана, 9 мальчиков - зарубежные марки, а 6 - и то и другое. Сколько в классе мальчиков собирают марки?	3	выше
По трем маршрутам – пешему, конному и велосипедному отправились 50 туристов. В пешей и конной прогулке участвовали 33 туриста, в конной и велосипедной 40 туристов. Сколько туристов отправились по конному маршруту?	3	выше
У Самата было 130 сомов, мама дала ему ещё 200 сомов. Но на покупку книги ему не хватило 90 сомов. Сколько стоит книга?	3	выше
<p>Дети взвешивали своих домашних питомцев на весах парами. Мурзик и Тузик вместе весят 19 кг, Мурзик и Бобик вместе весят 27 кг, а Тузик и Бобик 40 кг. Кто сколько весит?</p> 	3	выше



ПРИЛОЖЕНИЕ В: ПЛАН ДЕЙСТВИЙ

Модуль 2. Фрагменты примерного урока 1/2 «Арифметические действия сложения и вычитания»						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц/ неделя, когда я буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а)/изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						

Модуль 2. Фрагмент примерного урока 3/4 «Алгоритм сложения и вычитания»

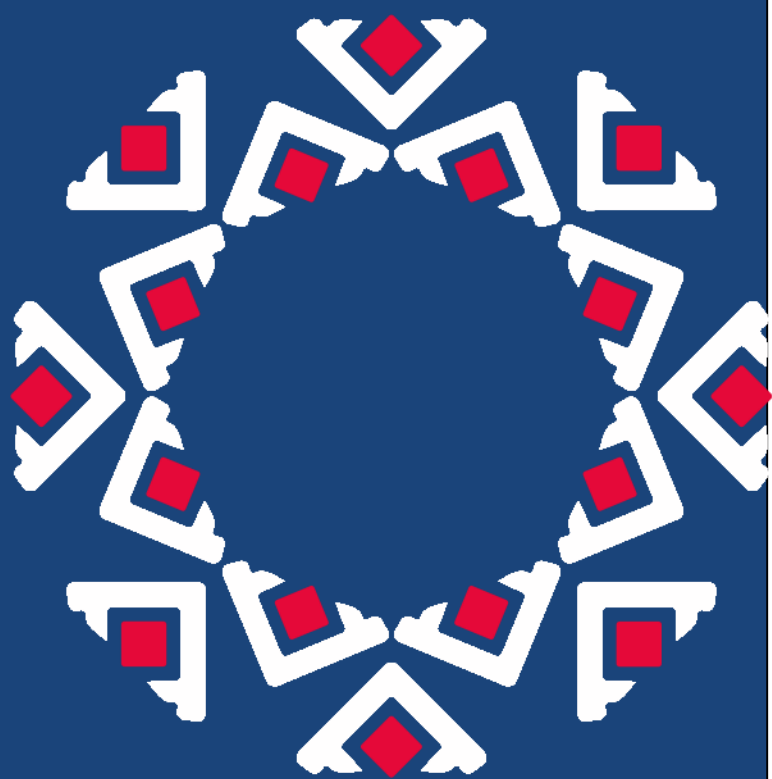
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц/ неделя, когда я буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а)/изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						

Модуль 2. Фрагменты примерного урока 5/6 «Использование сложения и вычитания в реальных жизненных ситуациях»						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц/ неделя, когда я буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а)/изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						

Модуль 3 по МАТЕМАТИКЕ

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

для УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ



СОДЕРЖАНИЕ

ОБЗОР СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ «ОБЪЯСНЕНИЕ И ОБОСНОВАНИЕ»	117
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ»	120
УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ: РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ..	124
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НА УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ»	128
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2: «АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НА УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ»	130
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 1: «АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НА УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ»	131
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 2: «АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НА УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ»	134
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «АЛГОРИТМ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ»	137
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4: «АЛГОРИТМ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ»	139
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3: «АЛГОРИТМ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ»	140
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 4: «АЛГОРИТМ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ»	143
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ИЗ РЕАЛЬНЫХ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЯХ»	146
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6: «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ИЗ РЕАЛЬНЫХ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЙ»	147
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 5: «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ИЗ РЕАЛЬНЫХ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЙ»	149
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 6: «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ИЗ РЕАЛЬНЫХ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЯХ»	152
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА: «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ИЗ РЕАЛЬНЫХ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЙ»	155
КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ	158
ПРИЛОЖЕНИЕ А: ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ.....	164
ПРИЛОЖЕНИЕ Б: ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	166

ПРИЛОЖЕНИЕ В: ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОСНОВНЫХ СВОЙСТВАХ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ НА УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ	171
ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПЛАН ДЕЙСТВИЙ	174

ОБЗОР СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ «ОБЪЯСНЕНИЕ И ОБОСНОВАНИЕ»



Третий Модуль знакомит со стратегией обучения «Объяснение и обоснование» в контексте обучения арифметическим действиям умножения и деления. Этот Модуль также познакомит со стандартным подходом к использованию стратегии «Объяснение и обоснование» при осуществлении вами фрагментов примерных уроков. Практические фрагменты примерных уроков этого Модуля используются для обучения более сложным математическим понятиям или навыкам. В Приложении А представлено Методическое пособие, содержащее основные шаги в этом процессе и способы применения фрагментов примерных уроков к любому контексту.

Причину использования стратегии обучения «Объяснение и обоснование» можно резюмировать цитатой, авторство которой признают за Бенжаминем Франклином: «Скажи мне, и я забуду. Учи меня, и я запомню. Вовлекай меня, и я научусь». Такое применение стратегии «Объяснение и обоснование» можно изложить в четыре этапа:

1. Учащимся дают задачу соответствующего уровня сложности и просят подумать о способе ее решения.
2. Учащимся предоставляется возможность объяснить свои варианты решения задачи и обосновать свое рассуждение. «Объяснение и обоснование включает в себя вовлечение учащихся в составление прогнозов, в анализ математических ситуаций, в поиск или предложение других возможных вариантов решения или представление аргументов в пользу определенного решения». (Ситабхан и соавторы, 2019 г., стр. 8).
3. Учитель слушает и задает вопросы, которые проясняют или уточняют решения учащихся. Учитель также может попросить других учащихся оценить полученные решения. На этом «критическом» этапе важно, чтобы учитель глубоко вникал в ход рассуждения учащихся, чтобы дать им доступную для понимания обратную связь.
4. Затем учитель просит других учащихся представить и объяснить свои альтернативные способы решения, а также обосновать ход своего рассуждения.

Другие способы побуждения учащихся к решению задач, объяснению и обоснованию хода своего рассуждения заключаются в следующем:

- показать учащимся решение задачи, в котором есть ошибка, и попросить их найти и объяснить эту ошибку, привести аргументы, почему решение задачи является неверным;
- попросить учащихся написать на листке бумаги шаги своего решения задачи, обменяться записями с партнером и оценить решения друг друга, объясняя, почему это решение правильное или неправильное;
- представить учащимся утверждение и спросить, является ли это утверждение истинным всегда, иногда или никогда и попросить их обосновать свои ответы.

Учащиеся могут объяснять и обосновывать свои ответы в различной форме, включая устное представление своих решений партнеру или классу, запись решения задачи в тетради или на доске, демонстрацию своих решений с помощью счетных материалов, диаграмм или рисунков.

Заметьте, что между объяснением и обоснованием есть четкая разница. Доктор Джули Диксон из Университета Центральной Флориды сказала: «В моем понимании, объяснение описывает то, что сделал учащийся (часто это просто шаги, предпринятые для выполнения процедуры), а обоснование включает причины, по которым то, что сделал учащийся, является математически приемлемым».

«Объяснение и обоснование» – это важная стратегия в обучении математике, которая одинаково важна как для учащихся, так и для учителей. Для учащихся обучение тому, как объяснять и обосновывать свои решения, повышает их уверенность в своей способности понимать математику, а также способности мыслить самостоятельно. Чтобы объяснить свое решение, учащиеся должны структурировать свое рассуждение, использовать соответствующий математический словарный запас и уже тем самым понять самим, почему решение, которое они представляют, является правильным или неправильным. Учащиеся на собственном примере понимают, что допустимо ошибаться при решении задачи, и что у них есть безопасное пространство, позволяющее им учиться на этих ошибках. Поскольку учащиеся знают, что учитель ценит их рассуждения, повышается мотивация учащихся лучше решать задачи.

Когда учителя задают открытые вопросы, предлагают соответствующие задачи для решения и внимательно слушают, как учащиеся объясняют и обосновывают свои ответы или решения, они могут выявить ошибки в ходе рассуждения и даже определить пробелы в знаниях учащихся. Такая стратегия помогает учителю шире и глубже понять распространенные ошибки учащихся и дает возможность исправить их ошибочные представления о чем-либо, восполнить пробелы в знаниях, а также по мере необходимости еще раз проработать тему с отдельным учащимся или с малой группой.

Более подробная информация об этих стратегиях представлена в Приложении Г Модуля 1 в выдержке из Методического пособия «Стратегии обучения математике в начальных классах» (Sitabkhan и соавторы, 2019 г.).

В Модуле 3 рассматриваются понятия умножения и деления как арифметические действия, изучаются алгоритмы умножения и деления и используются действия умножения и деления при решении задач в реальных ситуациях.

Модуль 3 «Умножение и деление» включает в себя следующее:

- ◆ Обзор стратегии «Объяснение и обоснование».
- ◆ Обзор темы «Умножение и деление».
- ◆ Ожидаемые результаты обучения согласно Предметному стандарту по математике в начальных классах.
- ◆ Фрагменты примерных уроков для обучения умножению и делению.
- ◆ Фрагменты примерных уроков для обучения алгоритмам умножения и деления.
- ◆ Фрагменты примерных уроков для обучения умножению и делению, используя необходимость решать математические задачи в жизненных ситуациях.
- ◆ Календарно-тематический план по применению стратегий, который показывает, как интегрировать приведенные фрагменты примерных уроков в текущие уроки по учебнику.
- ◆ Библиография (см. Модуль 5, стр. 288–290).
- ◆ Глоссарий (см. Модуль 5, стр. 291–301).

- ◆ Приложение А. Методическое пособие по структуре фрагмента примерного урока.
- ◆ Приложение Б. Дополнительные задачи для самостоятельной работы.
- ◆ Приложение В. Дополнительная информация о свойствах действий умножения и деления.
- ◆ Приложение Г. План действий.
- ◆ Приложение Г. Форма наблюдения урока (см. Модуль 5 стр. 313–318).

делитель и частное являются однозначными числами. Учащиеся могут использовать различные стратегии (способы) для определения значений числовых выражений на умножение и связанных с ними значений числовых выражений на деление. В таблице ниже представлены стратегии, которые учащийся может использовать при изучении и запоминании значений числовых выражений на умножение (Грэй, 2017г.).

Значения числовых выражений на умножение	Стратегия	Пример
Умножение на 2.	Умножение числа на 2 – это то же самое, что удвоение числа.	$7 \cdot 2 = \dots$ Берем два раза по 7; $7 + 7 = 14$, значит $7 \cdot 2 = 14$.
Умножение на 3.	Умножение числа на 3 – это то же самое, что прибавление удвоенного числа к этому числу.	$6 \cdot 3 = \dots$ Берем удвоенное число 6, прибавленное к 6; $12 + 6 = 18$, значит $6 \cdot 3 = 18$.
Умножение на 4.	Умножение числа на 4 – это то же самое, что удвоение удвоенного числа.	$8 \cdot 4 = \dots$ - это удвоение удвоенной 8, т.е. 16 $16 + 16 = 32$, значит $8 \cdot 4 = 32$
Умножение на 5.	Умножение числа 5 на какое-то число означает считать по 5 столько раз, чему равно это число.	$5 \cdot 7 = \dots$ Считаем по возрастанию по 5 семь раз: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, значит $5 \cdot 7 = 35$.
Умножение на 6.	Умножение числа на 6 – это умножение удвоенного числа на 3.	$8 \cdot 6 = \dots$ Берем удвоенное число 8, умноженное на 3: $16 + 16 + 16 = 32 + 16 = 48$, значит $8 \cdot 6 = 48$.
Умножение на 6.	Умножение числа на 6 – это умножение утроенного числа на 2.	$8 \cdot 6 = \dots$ Берем утроенное число 8, умноженное на 2: $24 + 24 = 48$, значит $8 \cdot 6 = 48$.
Умножение на 7.	Умножение числа на 7 – это то же самое, что удвоение числа три раза и вычитание из произведения этого же числа.	$4 \cdot 7 = \dots$ Берем удвоенное число 4, удвоенное число 8, удвоенное число 16, получится 32, а затем вычитаем $4 : 32 - 4 = 28$, значит $4 \cdot 7 = 28$.
Умножение на 8.	Умножение числа на 8 – это то же самое, что удвоение числа три раза.	$6 \cdot 8 = \dots$ Берем удвоенное число 6, удвоенное число 12, удвоенное число 24, получится 48, значит $6 \cdot 8 = 48$.
Умножение на 9.	Умножение числа на 9 – это то же самое, что умножение числа на 10 и вычитание из произведения этого же числа.	$8 \cdot 9 = \dots$ Умножаем число 8 на 10, а затем вычитаем из произведения число 8: $80 - 8 = 72$, значит $8 \cdot 9 = 72$.

Учащиеся также могут применять переместительное свойство умножения для изучения значений числовых выражений. Значения числовых выражений, которые легче усвоить, такие как умножение числа 3, можно использовать для нахождения результата при умножении на число 3. Например, если учащиеся знают, что $3 \cdot 7 = 21$, они могут рассуждать так, $7 \cdot 3 = 21$ согласно переместительному свойству умножения.

Поскольку действия умножение и деление являются обратными действиями, которые «отменяют» друг друга, то это понимание можно использовать для изучения действия деления. После того, как учащиеся усвоили приемы нахождения значений числовых выражений на умножение, они могут использовать семейства числовых выражений на умножение в качестве стратегии для запоминания соответствующих значений числовых выражений на деление. Ниже приведен пример семейства числовых выражений на умножение и деление для чисел 5 и 6.

$$5 \cdot 6 = 30$$

$$6 \cdot 5 = 30$$

$$30 : 5 = 6$$

$$30 : 6 = 5.$$

Способ, в котором учащийся может использовать значение числового выражения на умножение для определения значения связанного с ним числового выражения на деление, заключается в том, чтобы он думал о нахождении значения числового выражения на деление как о поиске недостающего множителя. Например, чтобы найти частное $36 : 9$, учащийся может рассуждать так: «Какое число, при умножении на 9, дает результат 36? ($\square \cdot 9 = 36$)»

Цель стратегий, упомянутых выше, состоит в том, чтобы учащиеся использовали их до тех пор, пока они не добьются автоматического воспроизведения значений числовых выражений и на умножение, и на деление. Умение свободно пользоваться этими значениями числовых выражений снижает когнитивную нагрузку на учащихся и освобождает их рабочую память для концентрации внимания на более сложных аспектах при решении задач. «Без способности извлекать из памяти значения числовых выражений непосредственно или автоматически учащиеся, скорее всего, будут испытывать высокую когнитивную нагрузку при выполнении ряда сложных заданий. Дополнительные требования к обработке, возникающие в результате неэффективных методов, таких как подсчет (по сравнению с непосредственным извлечением из памяти), часто приводят к декларативным и процедурным ошибкам. В прошлом для развития беглости устного умножения и деления применялось решение арифметических примеров на время, но комбинация применения вышеуказанных стратегий наряду с практикой показала себя как превосходный метод для повышения беглости в нахождении значений числовых выражений, а также повышения способности учащегося применять стратегии к другим заданиям, таким как аппроксимация» (Вудворд, 2006г.).

Наряду с размышлениями об умножении с использованием одинаковых групп, учащимся полезно думать об умножении как об эффективном способе сложения. Умножение первого числа на второе число можно рассматривать как первое число, многократно прибавленное к самому себе такое количество раз, которому равняется второе число: $3 \cdot 4 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$.

Учащиеся могут представлять умножение и деление с помощью матриц. На самом простом уровне матрица – это расположение объектов или фигур в равном количестве строк и столбцов. Число строк в матрице может отображать количество

объектов в каждой группе, а число столбцов в матрице – количество групп. Действие умножения в такой интерпретации – это умножение количества строк на количество столбцов. Приведенная ниже матрица представляет собой умножение $3 \cdot 4$, поскольку в ней 3 строки и 4 столбца.



$$3 \cdot 4$$

Учащиеся 1–4 классов могут использовать недавно усвоенные значения числовых выражений на умножение и деление, представление наглядных моделей, а также стратегии, которые они применяют при изучении умножения и деления двузначных и трехзначных чисел. Этапы развития навыков, которые проходят учащиеся при обучении умножению и делению, показаны в таблице ниже.

Этапы развития навыков умножения		Этапы развития навыков деления	
Этап	Пример	Этап	Пример
Значения числовых выражений на умножение	$3 \cdot 4$	Значения числовых выражений на деление	$12 : 4$
Умножение на 10	$25 \cdot 10$	Деление на 10	$250 : 10$
Умножение на несколько десятков	$5 \cdot 30$	Деление на несколько десятков	$150 : 30$
Использование модели для умножения двузначного или трехзначного числа на однозначное число	$32 \cdot 3$ $125 \cdot 3$	Использование модели для деления двузначного числа на однозначное число, в том числе с остатком	$42 : 3$ $398 : 3$
Использование разрядного значения чисел и частичных произведений для умножения двузначного или трехзначного числа на однозначное или двузначное число	$32 \cdot 3$ $125 \cdot 3$ $36 \cdot 21$ $256 \cdot 38$	Использование разрядного значения чисел и частичных частных для деления трехзначного числа на однозначное или двузначное число	$375 : 3$ $756 : 21$
Использование алгоритма умножения двузначного или трехзначного числа на двузначное	$\begin{array}{r} 36 \\ \times 21 \\ \hline 256 \\ \times 38 \\ \hline \end{array}$	Использование алгоритма деления трехзначного числа на однозначное или двузначное число (деление в столбик)	$\begin{array}{r} 756 : 4 \\ 756 : 21 \end{array}$

В следующей таблице перечислены понятия и навыки, которые учащиеся должны изучить, усвоить и приобрести к концу 1–4 классов (Предметный стандарт по математике в начальных классах).

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

Содержательная линия	2 класс	3 класс	4 класс
4. Величины	<ul style="list-style-type: none"> ● Умножение и деление чисел и свойства действий. ● Таблица умножения и деления. ● Приёмы умножения на 0 и на 1. ● Компоненты умножения и деления, взаимосвязь между ними. ● Проверка умножения и деления. ● Правила умножения и деления на 10. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Арифметические действия с величинами. ● Таблица Пифагора. ● Случаи умножения и деления на 0 и на 1. Невозможность деления на 0. ● Письменное умножение и деление многозначного числа на однозначное число. ● Умножение и деление суммы на число. ● Внетабличное умножение и деление. ● Деление с остатком. ● Увеличение и уменьшение числа в 10 раз, в 100 раз. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Арифметические действия с величинами. ● Увеличение и уменьшение числа в 10 раз, в 100 раз, в 1000 раз. ● Деление круглых чисел (с остатком). ● Письменное умножение и деление на двузначное и трехзначное число
5. Арифметические действия			
6. Задачи	<ul style="list-style-type: none"> ● Простые задачи на увеличение и уменьшение числа в несколько раз, деление по содержанию и на равные части. ● Задачи на кратное сравнение («во сколько раз больше», «во сколько раз меньше»). 	<ul style="list-style-type: none"> ● Составные задачи на смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Составные задачи на все арифметические действия, разностное и кратное сравнение. ● Задачи на пропорциональное деление.
7. Выражения	<ul style="list-style-type: none"> ● Порядки выполнения действий в выражениях. ● Нахождение значения выражения с действиями умножения и деления. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Вычисление значения выражений со скобками и без с применением свойств и порядка арифметических действий. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Вычисление значения выражений со скобками и без с применением свойств и порядка арифметических действий.

Содержательная линия	2 класс	3 класс	4 класс
	<ul style="list-style-type: none"> Числовое выражение без скобок, с одной скобкой на все арифметические действия. 		
8. Равенство, неравенство и уравнение	<ul style="list-style-type: none"> Простые уравнения на сложение и вычитание, на умножение и деление. 	<ul style="list-style-type: none"> Простые уравнения на все арифметические действия. 	<ul style="list-style-type: none"> Составные уравнения на все арифметические действия.

Компетентности	Ожидаемые результаты		
	2 класс	3 класс	4 класс
K1	<p>Ученик</p> <p>2.5.1. называет и различает арифметические действия (сложение, вычитание, умножение и деление) и их компоненты;</p> <p>2.7.1. различает числовое выражение и выражение с одной переменной; характеризует числовое выражение (название, как составлено), называет и определяет порядок арифметических действий в числовых выражениях, содержащих от 2 и более арифметических действий, со скобками и без скобок.</p> <p>2.8.1. называет компоненты арифметических действий сложения, вычитания, умножения и деления.</p>	<p>Ученик</p> <p>3.5.1. различает и выполняет арифметические действия с многозначными числами по алгоритму;</p> <p>3.7.1. называет и определяет порядок арифметических действий в числовых выражениях, содержащих несколько арифметических действий, со скобками и без скобок;</p> <p>3.8.1. знает компоненты арифметических действий и устанавливает взаимосвязь между ними.</p>	<p>Ученик</p> <p>4.5.1. использует свойства арифметических действий с многозначными числами при выполнении вычислений;</p> <p>4.7.1. соблюдает правила порядка выполнения действий в числовых выражениях, содержащих несколько арифметических действий, со скобками и без скобок.</p> <p>4.8.1. знает алгоритм нахождения неизвестных компонентов арифметических действий.</p>
K2	<p>Ученик</p> <p>2.5.2. находит значение выражения с арифметическими действиями сложение и вычитание, умножение</p>	<p>Ученик</p> <p>3.5.2. находит значение выражения с арифметическими действиями сложение и вычитание, умножение</p>	<p>Ученик</p> <p>4.4.2. переводит единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия сложе-</p>

Компетентности	Ожидаемые результаты		
	2 класс	3 класс	4 класс
	и деление с числами в пределах 100; 2.7.2. находит значения числовых выражений в 2 и более действий со скобками и без; вычисляет значение выражений с одной переменной; 2.8.2. находит неизвестные компоненты сложения, вычитания, умножения и деления, решает равенства, неравенства, сравнивает числа разными способами.	и деление с числами в пределах 1000; 3.7.2. находит значения числовых выражений в несколько действий со скобками и без; вычисляет значения буквенных выражений.	ние, вычитание, умножение, деление со значениями именованных величин (длина, масса, время, площадь); 4.5.2. находит значение числового выражения с многозначными числами; 4.7.2. анализирует составное выражение, выделяет в нём структурные части, используя знание порядка выполнения действий, находит значение выражения в несколько действий со скобками и без.
К3	Ученик 2.4.3. анализирует выполненные арифметические действия со значениями именованных величин; 2.5.3. устанавливает взаимосвязь между арифметическими действиями и их компонентами, практически реализует её при проверке вычислений; 2.6.3. анализирует решение задачи на нахождение слагаемого и вычитаемого, уменьшаемого и разности, кратное сравнение, нахождение третьего слагаемого.	Ученик 3.5.3. устанавливает связь между арифметическими действиями и их компонентами и практически реализует её при проверке вычислений; 3.7.3. самостоятельно анализирует порядок арифметических действий в составных выражениях.	Ученик 4.5.3. воспроизводит устные и письменные алгоритмы выполнения арифметических действий; 4.7.3. обосновывает правильность значений простых и составных выражений; прогнозирует результат вычисления арифметического действия.
К4	Ученик 2.8.4. самостоятельно составляет простые уравнения с действиями сложение и вычитание, устанавливает связь при нахождении компонентов сложения и вычитания, умножения и деления.	Ученик 3.3.4. устанавливает правило, по которому образуются многозначные числа, продолжает числовые ряды; сравнивает разные способы вычислений, выбирает наиболее рациональный способ; самостоятельно	Ученик 4.3.4. называет координату данной точки, указывает (отмечает) на луче точку с заданной координатой; самостоятельно строит алгоритмы арифметических действий с многозначными числами, использует их

Компетентности	Ожидаемые результаты		
	2 класс	3 класс	4 класс
		<p>выполняет письменно арифметические действия с числами в пределах 1000;</p> <p>3.5.4. сравнивает разные способы вычислений при выполнении арифметических действий, выбирает удобный.</p>	<p>для вычислений, самоконтроля и коррекции своих ошибок;</p> <p>4.4.4. самостоятельно использует таблицы соотношения единиц измерения величин при выполнении арифметических действий;</p> <p>4.5.4. рационально использует способы вычисления в арифметических действиях с многозначными числами.</p>

ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НА УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ»



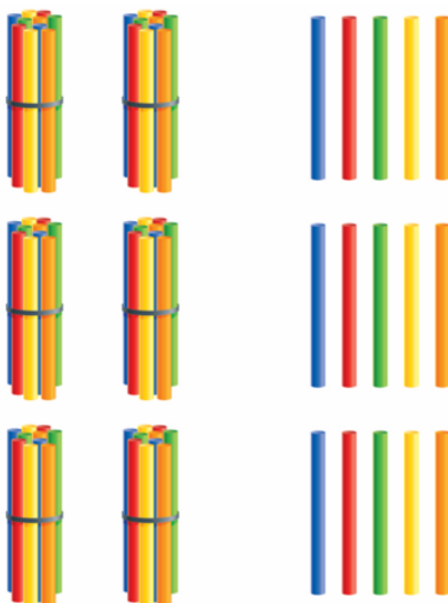
Недавние исследования в области использования нескольких стратегий для обучения решению задач показали, что важно дать учащимся возможность выбирать и использовать несколько стратегий для решения задач в более ранних классах, но по мере их взросления направлять их к использованию только самой эффективной стратегии. Автор этого исследования Клементс определил три гипотезы для использования стратегий: «*Неконтролируемое развитие*» (учащиеся используют как можно больше различных стратегий, включая стратегии, которые разрабатывают сами), «*Стрижка*» (учащиеся используют конкретные стратегии, которым их последовательно обучали) и «*Обрезка*» (синтез первых двух гипотез, в котором учащимся предлагается использовать и разрабатывать несколько стратегий в ранние годы и сосредоточиться на предпочтительных стратегиях в последующие годы). Он определил, что «*Обрезка*» приводит к самым высоким уровням достижений.

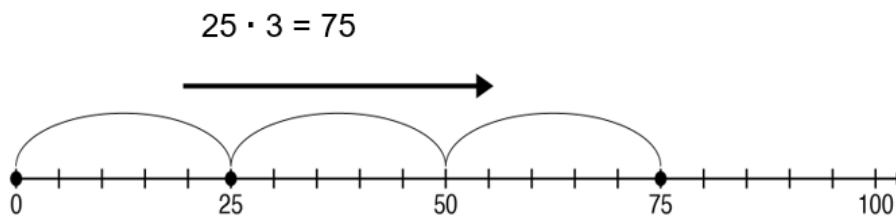
Когда учащиеся свободно владеют умением находить значения числовых выражений на умножение и деление, они начинают учиться умножать двузначные числа, сначала умножая однозначное число на 10. Учащиеся могут представить себе умножение 10 на число, как число групп из 10 объектов. Например, $10 \cdot 3$ – это 3 группы по 10. Этот пример устного умножения приводит учащихся к укреплению понимания разрядного значения цифр в записи числа. Точно так же учащиеся учатся использовать ментальную арифметику для деления чисел кратные 10. Например, при делении числа 630 на 9 они могут думать об этом как о 63 десятках в 9 группах, так что в каждой группе будет по 7 десятков или по 70.

Учащиеся переходят от устного умножения и деления к умножению и делению двузначного или трехзначного чисел на однозначное число. Различные модели могут помочь им визуально представить математические действия. Чтобы представить умножение, учащиеся могут использовать счетные материалы на основе десятков как показано ниже.

$$25 \cdot 3 = 60 + 15 = 75$$

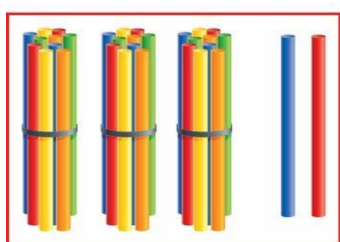
$3 \cdot 20$ $3 \cdot 5$



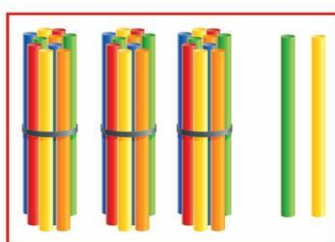


Использование визуальной модели помогает учащимся увидеть, что они складывают вместе 3 группы по 25, чтобы получить общую сумму. Это приводит их к пониманию умножения как многократного сложения. В этом случае $25 \cdot 3$ – это то же самое, что сложить 25 три раза: $25 + 25 + 25 = 75$.

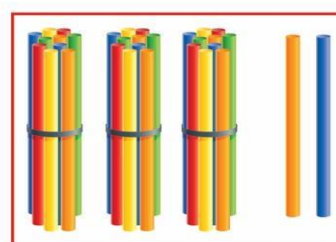
Счетные материалы на основе десятков также могут помочь учащимся при делении двузначных и трехзначных чисел, если рассуждать следующим образом: «Сначала разложить на группы сотни, затем десятки и, наконец, единицы». Это визуальное представление также помогает им понять значение остатка при делении. В приведенном ниже примере учащиеся могут видеть, что, когда они делят 98 на 3, они могут разделить счетные материалы на три группы, в каждой из которых есть 3 десятка и 2 единицы, но они не могут разделить эти материалы поровну, и поэтому у них остается 2 единицы в остатке.



3 десятка
2 единицы



3 десятка
2 единицы



3 десятка
2 единицы



2 единицы
остаток

Деление с помощью числового луча похоже на умножение, но вместо того, чтобы прыгать вправо, чтобы найти число, на которое они приземляются, учащиеся прыгает влево. Они начинают с числа, которое является делимым, а длина прыжка равна числу, на которое они делят - делителю. Частное определяется подсчетом количества прыжков, которые они совершают.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2: «АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НА УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ»

Следующие практические методы – фрагменты примерных уроков показывают, как использовать «Объяснение и обоснование» в качестве стратегии обучения арифметическим действиям умножения и деления чисел до 100. В этих фрагментах примерных уроков учащиеся учатся думать об умножении как о способе найти общую сумму объектов в нескольких группах, используя визуальные представления и многократное сложение. Они также учатся думать о делении как о способе представить разделение на группы с помощью визуальных представлений и числовых лучей. По мере того, как учащиеся решают эти задачи, учителя должны побуждать их объяснять, как они пришли к своим ответам, а также объяснять, почему они выбрали тот или иной способ решения задачи.



Фрагмент примерного урока 1: «Арифметические действия на умножение и деление»

Название/Тема: Табличное умножение.

Целевые классы: 2.

Цель деятельности: учащиеся будут понимать связь действия сложение одинаковых слагаемых с действием умножения и будут применять умножение в вычислениях.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: глубокое понимание действия умножение будет способствовать усвоению и использованию таблицы умножения в устных вычислениях и при письменном умножении многозначных чисел.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

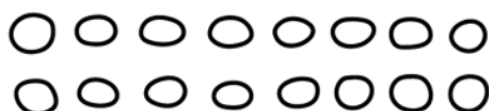
Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня определим, как действие сложение связано с новым действием – умножение, и будем использовать действие умножение для вычислений.

Часть II. Формирование понимания у учащегося.

- ♦ **Решение задачи:** покажите пример, приведенный ниже, и попросите ответить на вопросы. Учащиеся могут выполнять задание самостоятельно или с партнёром. Можно выбрать любые задачи/примеры, по условиям которых учащийся должен выполнить сложение одинаковых слагаемых. Условия задач могут быть представлены рисунками.



Используя рисунок, ответьте на вопросы:

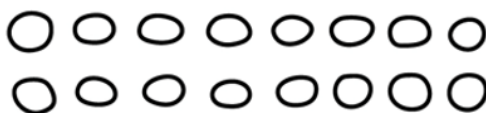
1. *Сколько на рисунке групп по 2 кружочка?*
2. *Какой ответ вы получили?*

- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ вы получили? Можете ли вы объяснить, как вы решили этот пример?*
 - *Может ли кто-нибудь поделиться с другими своим способом решения этого примера?*
- ♦ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что ученик из другого класса сказал, что у него только одна группа чисел по 2.
 - Спросите учащихся:

- *Вы согласны или не согласны с таким ответом? Объясните, почему.*
- *Как вы думаете, как ученик получил такой ответ?*
- *Что бы вы сказали ему?*

♦ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как был решен пример.

- Обратите внимание учащихся на рисунок.



- Попросите учащихся посчитать количество групп по 2 кружочка на рисунке.
- Покажите учащимся, что $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$ – это то же самое, что, если сказать, у вас есть 8 групп по 2 кружочка.
 $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$ – это есть 8 групп по 2 кружочка, и может быть записано как $2 \cdot 8$. Это означает, что у нас есть 8 групп, в каждой из которых по два кружочка, и их сумма равняется 16.
- В числовом выражении $2 \cdot 8$
 2 – это одинаковые числа, которые сложили несколько раз,
 8 – это число, которое показывает, сколько раз сложили число 2 .
 Ответ получится 16.
- Читают так: «*2 умножить на 8, получится 16*».

♦ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника.

- Упражнения могут содержать рисунки нескольких групп одинаковых предметов, записи действий сложение и умножение, где следует объяснить записи или заменить одно действие другим. Упражнения могут быть текстовыми задачами, где учащийся использует любой ему удобный способ.
- **Уровень выше:** дайте учащимся более сложные задания на замену суммы одинаковых слагаемых умножением. Например, вычислить, заменяя, где возможно, сложение умножением.
 - $15 + 15 + 15 + 15$; $22 + 22 + 22 + 30$
 - Задания могут быть текстовыми задачами с рисунками. Например, «На каждом конверте по 2 марки. Сколько марок на 5 таких конвертах?»
 - Задания могут быть на вычисление значения выражения на умножение, заменяя его сложением.
- **Уровень ниже:** дайте учащимся больше заданий на замену суммы одинаковых слагаемых умножением с меньшим количеством слагаемых, т.е. где слагаемые - однозначные числа.

Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:

- *Можете ли вы объяснить своё решение?*
- *Что означает в записи умножения первое число, второе число?*

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание**
- ◆ **Напишите** на доске два примера:

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 42,$$

$$6 \cdot \square = 42.$$

- Попросите учащихся показать на пальцах пропущенное число или назвать его. Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное понятие и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Сегодня мы использовали новое действие умножение, являющееся простым способом сложения нескольких одинаковых чисел. Когда вы используете действие умножение, важно понимать и уметь объяснять его смысл.
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Дайте упражнения на вычисление произведения, заменяя умножение сложением.
 - Задания могут содержать текстовые задачи с рисунками, где нужно записать решение сложением и умножением.
 - Тем, кто затрудняется, дайте больше заданий на замену суммы одинаковых слагаемых умножением с меньшим количеством слагаемых, где слагаемые - однозначные числа, и вычисление суммы одинаковых слагаемых.
 - Уровень сложности домашних упражнений не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.





Фрагмент примерного урока 2: «Арифметические действия на умножение и деление»

Название/Тема: Устное деление.

Целевые классы: 3–4.

Цель деятельности: учащиеся будут использовать приёмы устного деления.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности

Важность: понимание и применение приемов устного деления является основой устных и быстрых вычислений с многозначными числами и подготовкой к письменным вычислениям с многозначными числами.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня познакомимся с приемами устного деления трёхзначного числа на однозначное.

Часть II. Формирование понимания у учащегося.

- ♦ **Решение задачи:** напишите следующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить задачу. Решите и объясните свой ответ:

$$420 : 7 = \dots$$

- **Совет учителю:** для 4 класса используйте примеры на устное деление с многозначными числами.
- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили? Можете ли вы объяснить, как решили?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этого примера?*
- ♦ **Противоположное предположение:**
 - *Скажите учащимся, что один ученик из другой школы сказал, что при делении числа 420 на 7 получится 6.*
 - *Спросите учащихся:*
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил ответ 6?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ♦ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.
 - *Есть несколько способов решения этого примера.*

1 способ: для деления трехзначного числа, которое оканчивается нулями, на однозначное число нужно сделать число более удобным и представить сотню десятками. Если 420 – это 42 десятка, то с 42 десятками удобнее работать.

42 десятка : 7 = 6 десятков, а это есть число 60. Запишу $420 : 7 = 60$.

2 способ заключается в том, чтобы использовать известные факты для решения этого примера: я знаю, что $7 \cdot 6 = 42$. Чтобы получить 420, я могу изменить 6 на 60, так чтобы $7 \cdot 60 = 420$. Значит $420 : 7 = 60$.

Так как, такие деления сводятся к табличному случаю деления, то их мы можем назвать устным делением.

- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Задания могут быть на деление трехзначных чисел, оканчивающихся нулями на однозначное число, где
 - трёхзначное число записывается десятками, например, 420 как 42 десятка, а потом выполняется деление.
 - трёхзначное число записывается сотнями, например, 900 как 9 сотен, затем выполняется деление.
 - трёхзначное число представляется в виде суммы удобных слагаемых, затем выполняется деление каждого слагаемого.
- **Уровень выше:** дайте учащимся более сложные упражнения на деление трехзначных чисел, которые оканчиваются нулями, на однозначные числа, например, $630 : 9$; $800 : 4$; $840 : 7$.
- **Уровень ниже:** дайте учащимся больше заданий на устное деление двузначных чисел на однозначные.

Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:

 - *Какие шаги нужно сделать, чтобы выполнить деление?*
 - *Можете ли вы объяснить свое решение?*

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - Напишите на доске $720 : 9 = \dots$
 - Попросите учащихся показать на пальцах или назвать результат деления.
 - Попросите учащихся объяснить своему соседу по парте, как они решали пример.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное умение и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Мы выполнили устное деление трехзначных чисел, которые оканчиваются нулями, на однозначные. При этом выполняли табличное деление двузначных чисел на однозначное.
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Дайте задание по учебнику на устное деление трехзначных чисел, оканчивающиеся нулем на однозначное число, где:
 - трёхзначное число записывается десятками, а потом выполняется деление;
 - трёхзначное число записывается сотнями, затем выполняется деление;
 - делимое представляется в виде суммы удобных слагаемых, затем выполняется деление каждого слагаемого.

- Тем, кто затрудняется, дайте задание на деление двузначных чисел на однозначные.
- Уровень сложности домашних заданий не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.



ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «АЛГОРИТМ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ»



Понимание разрядного значения цифры в записи числа играет важную роль, когда учащиеся изучают алгоритмы умножения и деления. Например, чтобы умножить число 125 на 3, учащиеся могут представить число 125 в виде $100 + 20 + 5$ (разложение на разрядные слагаемые).

Тогда $125 \cdot 3 = (100 + 20 + 5) \cdot 3 = 100 \cdot 3 + 20 \cdot 3 + 5 \cdot 3$.

Каждое слагаемое в полученном выражении называется **частичным произведением**. Эти **частичные произведения** складываются, чтобы найти заданное произведение. В этом случае частичными произведениями являются $100 \cdot 3$, $20 \cdot 3$ и $5 \cdot 3$.

$$\begin{array}{r} 125 \cdot 3 = 100 \cdot 3 = 300 \\ 20 \cdot 3 = 60 \\ 5 \cdot 3 = \underline{+ 15} \\ \hline 375. \end{array}$$

Использование частичных произведений легко можно расширить, чтобы умножить трехзначное число на двузначное число, как приведено в записи решения ниже. В этом примере показаны частичные произведения для умножения $256 \cdot 38$.

$$\begin{aligned} 256 &= 200 + 50 + 6, & 38 &= 30 + 8, \\ 256 \cdot 38 &= 200 \cdot 30 + 200 \cdot 8 + 50 \cdot 30 + 50 \cdot 8 + 6 \cdot 30 + 6 \cdot 8 = \\ &= 6000 + 1600 + 1500 + 400 + 180 + 48 = \\ &= 9728. \end{aligned}$$

Понимание частичных произведений позволяет учащимся понять алгоритм умножения двух чисел. Количество частичных произведений совпадает с количеством шагов в выполнении умножения в столбик, которое учащийся будет использовать в традиционном алгоритме умножения. Ниже перечислены шаги для умножения $256 \cdot 38$ в традиционном алгоритме. Сетка может быть полезна, чтобы убедиться, что учащиеся правильно выстраивают частичные произведения, которые надо сложить.

	1	1		
		4	4	
		2	5	6
	X		3	8
	2	0	4	8
+	7	6	8	0
	9	7	2	8

1. Умножьте 6 на 8, чтобы получить 48. Напишите цифру 8 в колонку «единицы» и поставьте цифру 4 в верхней части колонки «десятки».
2. Умножьте 5 десятков на 8, чтобы получить 40 десятков, и добавьте 4 десятка, чтобы получить 44 десятка. Поместите цифру 4 в колонку «десятки» и напишите цифру 4 в верхней части колонки «сотни».
3. Умножьте 2 сотни на 8, чтобы получить 16 сотен, и добавьте 4 сотни, чтобы получить 20 сотен. Напишите 2 и 0 в колонках «тысячи» и «сотни».

4. Умножьте 3 десятка на 6, чтобы получить 18 десятков. Запишите цифру 8 в колонке «десятки» и поставьте цифру 1 в верхней части колонки «сотни».
5. Умножьте 3 десятка на 5 десятков, чтобы получить 15 сотен, и добавьте 1 сотню, чтобы получить 16 сотен. Запишите цифру 6 в колонке «сотни» и запишите цифру 1 в колонке «тысячи».
6. Умножьте 3 десятка на 2 сотни, чтобы получить 6 тысяч. Добавьте 1 тысячу, чтобы получить 7 тысяч, и запишите 7 в колонку «тысячи».
7. Сложите 2048 и 7680, чтобы получить произведение 9728.

Когда учащиеся впервые изучают алгоритм, им нужно определить разрядное значение цифр в множителях и записать частичные произведения в соответствующие разрядные позиции. Как только учащиеся освоят алгоритм, они могут перейти к написанию цифр в правильном разрядном месте.

Понимание разрядных позиций цифр в записи чисел может также помочь учащимся лучше понять шаги умножения и вычитания в алгоритме деления. Ниже перечислены шаги для деления $756 : 4$ с использованием традиционного алгоритма. Здесь сетка также может быть полезна, чтобы убедиться, что учащиеся правильно выстраивают числа при вычитании.

	1	8	9
4	7	5	6
–	4	0	0
	3	5	6
–	3	2	0
		3	6
–		3	6
			0

1. Подумайте о том, сколько раз по $4 \cdot 100 = 400$ содержится в числе 700. Получается 1. Напишите цифру 1 над разрядом сотен в частном.
2. Вычтите 400 из 756, получается 356.
3. Подумайте о том, сколько раз по $4 \cdot 10 = 40$ содержится в числе 356. Получается 8. Напишите цифру 8 над разрядом десятков в частном.
4. Вычтите $40 \cdot 8 = 320$ из 356, получается 36.
5. Подумайте о том, сколько раз по $4 \cdot 1 = 4$ содержится в числе 36. Получается 9. Напишите цифру 9 над разрядом единиц в частном.
6. Вычтите $4 \cdot 9 = 36$ из 36, получается 0.
7. $756 : 4 = 189$.

Учащиеся могут испытывать трудности с умножением и делением чисел с цифрой 0 в разрядном значении десятков или единиц, например, $470 \cdot 5$, $106 \cdot 47$ или $306 : 3$. Вы можете побудить учащихся проверить свои ответы, напомнив им, что умножение и деление – это обратные действия, которые «отменяют» друг друга. Таким образом, они могут проверить результат умножения путем деления и проверить значение частного путем умножения, как в приведенных ниже примерах.

Если произведение $75 \cdot 9 = 675$, то будет верно $675 : 9 = 75$.

Если частное $1345 : 5 = 269$, то будет верно $269 \cdot 5 = 1345$.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4: «АЛГОРИТМ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ»

Стратегия «Объяснение и обоснование» хорошо работает при обучении умножению и делению с использованием как частичных произведений, так и традиционного алгоритма благодаря ряду задействованных шагов. Предложив учащимся объяснить свою работу по выполнению арифметических действий умножение и деление, как они узнали разрядное значение цифр в числах в их вычислениях, учителя могут усилить понимание разрядного значения цифр в записи числа.



Фрагмент примерного урока 3: «Алгоритм умножения и деления»

Название/Тема: Письменное умножение трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями.

Целевые классы: 4.

Цель деятельности: учащиеся будут выполнять умножение трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями, используя алгоритм.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: понимание и применение алгоритма письменного умножения трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями, являются основой для письменного умножения многозначных чисел.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ◆ **Обсуждение:** скажите учащимся, что на этом уроке рассмотрим умножение трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями, используя запись столбиком.

Часть II. Формирование понимания у учащегося.

- ◆ **Решение задачи:** напишите нижеприведенную задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Можно выбрать любые задачи/примеры, для решения которых учащийся должен уметь пользоваться письменными приемами умножения на числа, оканчивающиеся нулями.

Вычислите, используя запись в столбик

$$243 \cdot 20 = \dots$$

- ◆ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили? Можете ли объяснить, как вы выполняли умножение?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этого примера?*
- ◆ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что один ученик из другой школы сказал, что произведение чисел 243 и 20 равна 486.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил ответ 486?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как было выполнено умножение.

- Для выполнения примеров на умножение трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями, используя запись столбиком нужно сделать следующие шаги:

1. *Чтобы сделать этот пример проще, я могу разложить число 20 на удобные числа. Я знаю, что $20 = 2 \cdot 10$. Сначала, я умножу 243 на 2*

$$\begin{array}{r} 243 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

2. *Умножу следующим образом: 3 единицы умножить на 2 равняется 6 единицам, 4 десятка умножить на 2 равняется 8 десяткам, и 2 сотни умножить на 2 равняется 4 сотням, получаем:*

$$\begin{array}{r} 243 \\ \times 2 \\ \hline 486 \end{array}$$

3. *Умножим число 486 на второй множитель 10, получаем:*

$$\begin{array}{r} 486 \\ \times 10 \\ \hline 4860 \end{array}$$

4. *Ответ: 4860.*

Более простой способ – записать число 20 таким образом, чтобы цифра 2 была под разрядом единиц первого множителя:

$$\begin{array}{r} 243 \\ \times 20 \\ \hline \end{array}$$

Помните, это важно! Такая запись используется только в случаях умножения на числа, оканчивающиеся нулем.

Сначала умножьте 243 на 2, чтобы получить 486, затем вспомните, что вам осталось еще умножить на 10, т. е. приписать к результату справа один 0, в результате чего получается 4860.

- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника на умножение трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями.
 - **Уровень выше:** дайте учащимся более сложные задания для письменного умножения в столбик, где при умножении разрядных единиц произведение переходит через разряды, например, $897 \cdot 50$; $832 \cdot 70$.
 - **Уровень ниже:** дайте учащимся больше заданий на умножение трехзначных чисел на однозначные числа или трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями, но при умножении единиц, десятков произведение не переходит через разрядные единицы.
 - Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Как вы решили пример?*
 - *Можете ли вы объяснить свое решение?*

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - **Напишите** на доске $431 \cdot 20 = \dots$

- Попросите учащихся показать на пальцах или назвать цифры в разряде единиц, потом десятков, сотен и, наконец, тысяч в произведении заданных чисел.
- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное новое умение и свяжите его с той целью, которая была представлена во введении.
- Мы научились умножать в столбик трехзначное число на двузначное число, оканчивающееся нулем. И какой бы способ мы ни использовали при умножении, важно уметь объяснять шаги своего решения.
- ◆ **Домашнее задание:**
- Задания могут быть из учебника на умножение в столбик трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями, где при умножении разрядных единиц значение произведения переходит через разряды.
- Тем, кто затрудняется, дайте задание на умножение трехзначных чисел на однозначные числа или трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями, но при умножении единиц, десятков значение произведения не переходит через разрядные единицы.
- Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.





Фрагмент примерного урока 4: «Алгоритм умножения и деления»

Название/Тема: Деление трехзначных чисел на числа, оканчивающиеся нулями.

Целевые классы: 3–4.

Цель деятельности: учащиеся будут выполнять деление трехзначных чисел на числа, оканчивающиеся нулями, используя алгоритм.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: понимание и применение алгоритма письменного деления многозначных чисел на числа, оканчивающиеся нулями, являются основой для письменного деления многозначных чисел на многозначные и арифметических действий над десятичными дробями.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем выполнять деление трехзначных чисел на круглые двузначные числа уголком.

Часть II. Формирование понимания у учащегося

- ♦ **Решение задачи:** напишите задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить задачу, приведенную ниже. Можно выбрать любые задачи/примеры на письменное деление трехзначных чисел на круглые двузначные числа с остатком или без остатка.

Вычисли, используя запись уголком

$$472 : 50 = \dots$$

Совет учителю: для дальнейшего изучения темы, используйте примеры, в которых нужно выполнить деление многозначных чисел на двузначные, оканчивающиеся нулями с остатком или без остатка.

- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили?*
 - *Можете ли объяснить, как вы решили этот пример?*
 - *Можете ли вы показать, что вы делали, чтобы выполнить деление?*
 - *Кто может поделиться другим способом решения этого примера?*
- ♦ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что один ученик 4-го класса из другой школы сказал, что частное чисел 472 и 50 равно 8, а остаток 72.
 - Спросите учеников:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил такой ответ?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ♦ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как было выполнено деление уголком.

- Для деления трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями, нужно сделать следующие шаги:
 - *Вначале 472 округляю в уме до 470, с которым удобнее работать. Разделю 470 на 10, а полученное число 47 разделю на 5 (так как я знаю, что $50 = 10 \cdot 5$). Я знаю также, что $5 \cdot 9 = 45$; число 45 является ближайшим к 47, значит берем 9 – столько единиц будет в частном.*

$$\begin{array}{r|l} 472 & 50 \\ \hline & 9 \end{array}$$

- *Умножаю 50 на 9, получаю 450 – столько единиц разделили*

$$\begin{array}{r|l} 472 & 50 \\ \hline 450 & 9 \\ \hline & \end{array}$$

- *Вычитаю 450 из 472, получаю 22 – это остаток.*
- *Сравниваю остаток с делителем: 22 меньше, чем 50.*
- *Читаю ответ: частное 9, остаток 22.*

$$\begin{array}{r|l} 472 & 50 \\ \hline 450 & 9 \\ \hline 22 & \end{array}$$

- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника:
 - - на деление трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся на нуль, где в частном могут быть двузначные числа без остатка;
 - - на деление трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулем, где в частном могут быть однозначные числа с остатком или без остатка.
- **Уровень выше:** дайте учащимся более сложные задания на деление трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями. Например, $285 : 40 = \dots$; $937 : 90 = \dots$; $860 : 20 = \dots$.
- **Уровень ниже:** дайте учащимся больше заданий на деление трехзначных чисел, оканчивающихся нулем на двузначные числа, оканчивающиеся нулем, где частное будет однозначным числом без остатка или на деление трехзначных чисел на однозначное.

Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:

- *Какие шаги вы сделали, чтобы выполнить деление?*
- *Можете ли вы объяснить свое решение?*

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - Напишите на доске $540 : 90 = \dots$; $353 : 70 = \dots$.
 - Попросите учащихся показать на пальцах или назвать частное двух чисел.

- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное умение и свяжите с той целью, которая была изложена во введении.
 - Мы выполняли уголком деление трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями. Помните, что очень важно сначала определить, сколько цифр будет в частном, получится ли остаток при делении, и объяснить каждый шаг своего решения.
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Дайте задание по учебнику:
 - на деление уголком трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями, где в частном могут быть двузначные числа без остатка;
 - на деление трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями, где в частном могут быть однозначные числа с остатком или без остатка.
 - Тем, кто затрудняется, задайте больше примеров на деление трехзначных чисел, оканчивающихся нулем, на двузначные числа, оканчивающиеся нулем, где частное будет однозначным числом без остатка или на деление трехзначных чисел на однозначное.
 - Уровень сложности домашних заданий не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.



Прогресс в развитии навыков по теме «Использование умножения и деления в задачах из реальных жизненных ситуациях»



Учащиеся, овладевшие умением решать примеры на умножение и деление, все еще могут испытывать трудности с применением своих навыков для понимания математической модели и алгоритма решения задач в реальных жизненных ситуациях. Учащимся могут быть понятнее и ближе арифметические действия сложение и вычитание, и они могут сразу интерпретировать задачу из реальной жизни как ту, в которой они должны сложить или вычесть какие-то величины. Часто это происходит, когда они читают условие задачи, но не могут понять, что именно им требуется найти по условию этой задачи, и поэтому они либо складывают, либо вычитают предложенные в задаче числовые значения величин.

До того, как учащиеся начнут решать задачи из реальной жизни, первый шаг, который может сделать учитель, это использовать стратегию «Объяснение и обоснование» для того, чтобы они просто объяснили своими словами, о чем эта задача, и какие шаги они планируют выполнить для решения задачи. Это побудит их перечитать условие задачи и постараться понять его, составить план решения до того, как будут начаты какие-либо вычисления.

Учащимся следует напомнить, что часто рисунок или диаграмма, представляющие ситуацию в задаче может помочь им лучше понять, какое действие им нужно применить. Визуальные представления для умножения и деления, такие как матрицы, счетные материалы на основе десятков и числовые лучи, просто схемы для представления условия задачи также могут помочь учащимся решить задачу.

Учителя также могут использовать стратегию «Объяснение и обоснование», чтобы попросить учащихся объяснить шаги, которые они выполнили, применяя алгоритмы умножения и деления. Поощрение учащихся к использованию и объяснению с помощью рисунков, схем, таких как модель прямоугольника для нахождения площади, может обеспечить их понимание того, что именно они делают, когда умножают или делят при решении задачи. Следует напомнить учащимся, чтобы они использовали обратное действие для проверки полученных результатов (деление для проверки задачи на умножение и умножение для проверки задачи на деление) и объяснить, что означает этот полученный ответ.

Учащиеся станут решать задачи более гибкими способами, если у них будет возможность ознакомиться с множеством различных типов задач на умножение и деление. В приведенных ниже таблицах показано, как можно использовать действия умножение и деление для решения различных типов задач из реальной жизни.

Умножение	Пример	Числовое выражение	Возможное действие
Произведение неизвестно.	У бакалейщика есть 6 мешочков с лимонами. В каждом мешочке по 4 лимона. Сколько всего лимонов в этих мешочках?	$6 \cdot 4 = \square$	Умножение.
Размер группы неизвестен.	Бакалейщик разложил 24 лимона в 4 пакета по одинаковому количеству лимонов в каждый. Сколько лимонов оказалось в каждом пакете?	$\square \cdot 4 = 24$	Деление для определения неизвестного множителя.

Умножение	Пример	Числовое выражение	Возможное действие
Количество групп неизвестно.	Бакалейщик разложил 24 лимона в мешочки по 6 лимонов в каждый мешочек. Сколько мешочков у него получилось?	$6 \cdot \square = 24$	Деление для определения неизвестного множителя.
Сравнение	У бакалейщика есть мешочки и ящики с лимонами. В каждый мешочек разложено по 6 лимонов, а в каждый ящик поместилось в 4 раза больше лимонов, чем в мешочке. Сколько лимонов в одном ящике?	$6 \cdot 4 = \square$	Умножение.

Деление	Пример	Числовое выражение	Возможное действие
Количество групп неизвестно.	Бакалейщик разложил 48 куриных яиц в картонные коробки по 6 яиц в каждой. Сколько полных коробок с яйцами у него получилось?	$48 : 6 = \square$	Деление
Размер группы неизвестен.	Бакалейщик разложил 48 куриных яиц поровну в 8 картонных коробок. Сколько яиц в одной коробке?	$48 : \square = 8$	Деление, чтобы найти неизвестный делитель.
Делимое неизвестно.	Бабушка разложила поровну в 8 коробок по 6 куриных яиц в каждую коробку. Сколько всего яиц разложила бабушка?	$\square : 6 = 8$	Умножение, чтобы найти неизвестное делимое.
Сравнение.	У бакалейщика есть ящики и картонные коробки с куриными яйцами. В каждый ящик помещается всего 48 яиц, что в 8 раз больше яиц, чем помещается в каждую картонную коробку. Сколько яиц помещается в картонную коробку?	$48 : 8 = \square$	Деление.



**ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6:
«ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ
В ЗАДАЧАХ ИЗ РЕАЛЬНЫХ ЖИЗНЕННЫХ СИТУАЦИЙ»**

В следующих фрагментах примерных уроков учащимся для решения представлены задачи из реальной жизни. Для этих задач учителя могут дважды использовать стратегию «Объяснение и обоснование». Сначала необходимо попросить учащихся прочитать условие задачи и после рассказать своими словами, что им требуется найти по условию задачи, каков их план решения задачи. Возможно, учащимся потребуется подсказка, чтобы понять, какое действие они будут использовать при решении. Пусть учащиеся поработают над решением задачи. Затем примените стратегию «Объяснение и обоснование» во второй раз, чтобы учащиеся рассказали о шагах, которые они использовали для решения задачи, объяснили любые схемы или диаграммы, которые они создали для ее решения, и еще

раз возвратились к условию задачи и объяснили, что означает полученный ответ. Использование стратегии «Объяснение и обоснование» дважды можно применить к типам задач, представленных в таблице ниже для учащихся разных классов.

2 класс	У Руслана есть коллекция из 7 камней. В коллекции Максата в 10 раз больше камней. Сколько камней в коллекции Максата?
3 класс	По рецепту приготовления печенья у Киры получается 12 штук печенья из одной порции продуктов. Сколько штук печенья приготовит Кира из трех таких же порций продуктов по ее рецепту?
4 класс	Дамир хочет тренироваться в игре на скрипке всего 588 минут в течение следующих 7 дней. Он хочет заниматься равное количество времени каждый день. Сколько минут он должен заниматься каждый день?



Фрагмент примерного урока 5: «Использование умножения и деления в задачах из реальных жизненных ситуаций»

Название/Тема: Задачи на применение умножения и деления в жизненных ситуациях.

Целевые классы: 2.

Цель деятельности: учащиеся будут применять действия умножения и деления для решения простейших задач в реальных ситуациях.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: развитие умения решать задачи, возникающие в реальной жизни, является основой глубокого понимания смысла арифметических действий, их компонентов и дальнейшего формирования готовности учащихся использовать усвоенные знания, умения и способы деятельности для решения практических задач в реальной жизни.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем решать задачи, с которыми вы можете встретиться в реальной жизни.

Часть II. Формирование понимания у учащегося.

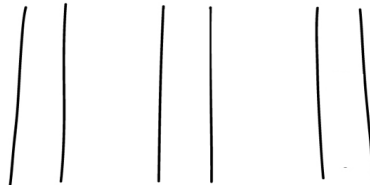
- ♦ **Решение задачи:** напишите нижеприведенную задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Можно выбрать любые задачи, связанные с реальной ситуацией, которые учащийся сможет решить, используя арифметические действия.

В школьном саду растут 3 ряда кустов смородины по 5 кустов в каждом ряду. Сколько всего кустов смородины растут в школьном саду?

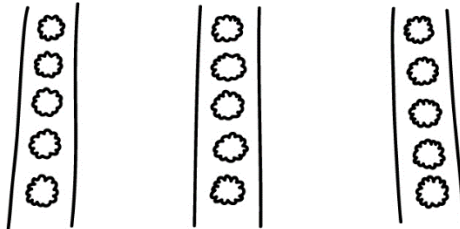
- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили?*
 - *Можете объяснить, как вы решили эту задачу?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*
- ♦ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что, когда эта задача была предложена для решения другому ученику, он сказал, что в ответе получится 8.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как он получил ответ 8?*
 - *Что бы вы сказали ему?*

- ♦ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.

- При решении задачи следует обратить внимание на условие задачи и на ее вопрос.
- Есть несколько способов решения этой задачи.
- Первый способ: можно сделать рисунок и пересчитать кусты смородины.
- В условии задачи сказано: «В школьном саду 3 ряда кустов смородины». Рисую 3 ряда.



- Далее в условии задачи сказано: «...по 5 кустов в каждом ряду». Рисую в каждом ряду по 5 кустиков смородины.



- В задаче спрашивается, сколько всего кустов смородины в школьном саду. Чтобы найти ответ на вопрос задачи, можно пересчитать все нарисованные кусты смородины. Их получилось 15.
 - Второй способ: можно выполнить сложение $5 + 5 + 5 = 15$ (кустов).
 - Посчитана сумма 3 слагаемых, каждое из которых равно 5.
 - Третий способ: можно записать произведение $5 \cdot 3 = 15$ (кустов).
 - **Ответ:** 15 кустов
- ♦ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Найдите простые текстовые задачи на умножение или деление. Если задание из учебника носит процедурный характер, его можно преобразовать в открытую задачу.
 - **Уровень выше:** дайте учащимся задачу, где не хватает данных в условии задачи, и поэтому можно получить несколько разных ответов. Например, «Бабушка испекла 12 пирожков и разложила их поровну в несколько тарелок. Какое количество тарелок может быть? Сколько может быть пирожков на одной тарелке?»
 - **Уровень ниже:** дайте учащимся задачи, где требуется для решения одно действие.

Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:

 - Какое количество тарелок ты нарисовал? Объясни, почему.
 - Можете ли вы объяснить свое решение?

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - Заранее подготовьте на доске и предложите учащимся задачу в одно действие на умножение или деление. Прочитайте задачу.
 - Попросите учащихся, чтобы они поделились своим решением с соседом по парте.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности. Затем попросите учащихся показать:
 1.  , если учащиеся легко решили;
 2.  , если у учащихся возникли затруднения с решением задачи;
 3.  , если учащиеся не понимают задание и совсем не знают, как решить задачу.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Напомните учащимся, что с помощью действий умножение и деление они решали задачи, похожие на те, которые могут встретиться в реальной жизни. Рисунок к задаче является хорошим помощником в ее решении. И какой бы способ они ни выбрали для решения задачи, важно уметь объяснить, как они применили этот способ.
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Найдите простую задачу на умножение или деление. Если задание из учебника носит процедурный характер, его можно преобразовать в открытую задачу.
 - Уровень сложности домашних упражнений не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.





Фрагмент примерного урока 6: «Использование умножения и деления в задачах из реальных жизненных ситуациях»

Название/Тема: Задачи на применение умножения и деления в задачах из жизненных ситуаций

Целевые Классы: 3–4.

Цель деятельности: учащиеся будут применять действия умножения и деления для решения простейших задач из реальных ситуаций.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: развитие умения решать задачи, близкие к задачам в реальной жизни, является основой глубокого понимания смысла арифметических действий, их компонентов и дальнейшего формирования готовности учащихся использовать усвоенные знания, умения и способы деятельности для решения практических задач в реальной жизни.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем решать задачи, с которыми вы можете встретиться в реальной жизни.

Часть II. Формирование понимания у учащегося.

- ♦ **Решение задачи:** напишите следующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Можно выбрать любые задачи, связанные с реальной ситуацией, которые учащийся должен решить, используя арифметические действия.

Благодаря рациональному крою в цехе сэкономили 12 см ткани на каждом платье и 13 см ткани на каждом халате. Сколько ткани будет сэкономлено после кроя 96 платьев и 96 халатов?

- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили?*
 - *Можете объяснить, как вы решили эту задачу?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*
- ♦ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что, когда эта задача была предложена другому ученику, он сказал, что в ответе получится 25.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как он получил ответ 25?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*

- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача. При решении задачи следует обратить внимание на условие задачи и на ее вопрос.
 - *Есть несколько способов решения этой задачи.*
 - *Первый способ: В задаче сказано: «Сэкономили 12 см ткани на каждом платье и 13 см ткани на каждом халате».*
 - *Нахожу сумму $12 + 13 = 25$ (см), чтобы узнать, сколько всего сантиметров ткани сэкономили после кроя 1 платья и 1 халата.*
 - *В задаче спрашивается: «Сколько ткани будет сэкономлено после кроя 96 платьев и 96 халатов?» Количество платьев и халатов одинаково.*
 - *Умножаю $25 \cdot 96 = 2400$ (см), чтобы найти, сколько сантиметров ткани сэкономили всего.*
 - *Запишем ответ: 2400 см (или 24 м).*
 - *Второй способ: Умножаю $12 \cdot 96 = 1152$ (см), чтобы узнать, сколько сантиметров ткани сэкономили после кроя 96 платьев.*
 - *Умножаю $13 \cdot 96 = 1248$ (см), чтобы узнать, сколько сантиметров ткани сэкономили после кроя 96 халатов.*
 - *Складываю $1152 + 1248 = 2400$ (см), чтобы узнать, сколько всего сантиметров ткани сэкономили после кроя 96 платьев и 96 халатов.*
 - *Запишем ответ: 2400 см или 24 м.*
- Следует обратить внимание учащихся на то, какой из предложенных способов короче и удобнее. Возможно, учащиеся предложат свои способы решения задачи.
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Найдите простые текстовые задачи на умножение или деление. Если задание из учебника носит процедурный характер, его можно преобразовать в открытую задачу.
 - **Уровень выше:** дайте задачу, где следует выполнить действия умножение и деление с общим количеством действий более 2 в рациональном решении задачи. Например:
 - *«В куске было 47 м ткани. Из 20 м этой ткани сшили костюмы, а из остальной ткани 9 одинаковых пальто. Сколько м ткани расходовалось на 1 пальто?»*
 - *«Бумага в магазине продается только пачками по 500 листов. За неделю у мамы на работе в офисе расходуется 1200 листов бумаги. Сейчас в офисе уже нет бумаги. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис, чтобы ее хватило на 8 недель?»*
 - **Уровень ниже:** дайте задачу, где следует выполнить действия умножение и деление без остатка с общим количеством действий в решении задачи не более 2.
 - Пока учащиеся работают над решением задачи, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Как вы решили задачу?*
 - *Можете ли вы объяснить свое решение?*

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - Заранее подготовьте на доске и предложите учащимся задачу в два действия (на умножение или деление). Прочитайте задачу.
 - Попросите учащихся решить задачу быстро в тетради, показать соседу свое решение и объяснить друг другу, как решали задачу. Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Напомните учащимся, что они с помощью действий умножение и деление решали задачи, похожие на те, которые могут встретиться в реальной жизни.
 - Обратите внимание учащихся, что задачи можно решать разными способами. Если это способы правильного решения, то ответ получается одинаковым. И какой бы способ мы ни выбрали для решения задачи, важно уметь объяснять, как мы его применили.
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Найдите в учебнике простую задачу на умножение или деление в 2–3 действия. Если задание носит процедурный характер, его можно преобразовать в открытую задачу.
 - Тем, кто испытывает трудности, дайте задачу, где следует выполнить действия умножение и деление без остатка с общим количеством действий в решении задачи не более 2.
 - Уровень сложности задач не должен превышать уровень сложности задач, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.



Дополнительный фрагмент примерного урока: «Использование умножения и деления в задачах из реальных жизненных ситуаций»

Название/Тема: Задачи на применение умножения и деления в задачах из жизненных ситуаций.

Целевые Классы: 3.

Цель деятельности: учащиеся будут применять действия умножение и деление для решения простейших задач из реальных ситуаций.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: развитие умения решать задачи, близкие к задачам в реальной жизни, является основой глубокого понимания смысла арифметических действий, их компонентов и дальнейшего формирования готовности учащихся использовать усвоенные знания, умения и способы деятельности для решения практических задач в реальной жизни.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ◆ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем решать задачи, с которыми вы можете встретиться в реальной жизни.

Часть II. Формирование понимания у учащегося.

- ◆ **Решение задачи:** напишите следующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Можно выбрать любые задачи, связанные с реальной ситуацией, которые учащийся должен решить, используя арифметические действия.

В теплице вырастили 7056 орхидей. Орхидеи равномерно распределили в 9 цветочных магазинов. По сколько орхидей получил каждый магазин?

- ◆ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили?*
 - *Можете объяснить, как вы решили эту задачу?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*
- ◆ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что, когда эта задача была предложена другому ученику, он сказал, что в ответе получится 63504.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как он получил ответ 63504?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача. При решении задачи следует обратить внимание на условие задачи и на ее вопрос.

- *Есть несколько способов решения этой задачи.*
- *В задаче сказано: «В теплице вырастили 7056 орхидей. Орхидеи равномерно распределили в 9 цветочных магазинов». Это означает, что общее количество цветов (7056) следует разделить на равные группы (9).*
- *Выполняю деление и нахожу частное $7056 : 9 = 784$ (орхидей), чтобы узнать, по сколько орхидей получил каждый магазин.*
- *Запишу ответ: 784 (орхидей).*
- Следует обратить внимание учащихся на то, что это задача на деление на равные по размеру группы (части) и нашли по сколько элементов в каждой группе (размер группы). Такие задачи учащиеся решали, но с меньшими числами.
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Найдите простые текстовые задачи на умножение или деление. Если задание из учебника носит процедурный характер, его можно преобразовать в открытую задачу.
 - **Уровень выше:** дайте задачу, где следует выполнить действия деление на равномерные группы с одним действием, но с большими числами. Например:
 - *«С фруктового сада в этом году собрали 5064 кг груш. Фрукты равномерно распределили в 9 грузовых машин для перевозки. Сколько кг груш поместится в каждую машину?»*
 - *«В международном фестивале единоборств участвуют 960 представителей из 40 разных стран. Сколько участников приехали с каждой страны, если для всех стран квота на участие было одинаковым?»*
 - **Уровень ниже:** дайте задачу, где следует выполнить действия деление на равные группы с меньшими числами.
 - Пока учащиеся работают над решением задачи, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Как вы решили задачу?*
 - *Можете ли вы объяснить свое решение?*

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - Заранее подготовьте на доске и предложите учащимся задачу в одно действие на деление на равные по размеру группы и нахождение по сколько элементов находится в каждой группе (размер группы). Прочитайте задачу. Например,

«В международном фестивале единоборств участвуют 208 спортсменов в равном количестве по ушу саньда, мас-рестлингу, тайскому боксу, грепплингу, кикбоксингу, рукопашному бою, таэкван-до, армрестлингу. Сколько спортсменов участвуют в каждом виде спорта?»
 - Попросите учащихся решить задачу быстро в тетради, показать соседу свое решение и объяснить друг другу, как решали задачу. Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.

- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Напомните учащимся, что они с помощью действия деление решали задачи, похожие на те, которые могут встретиться в реальной жизни.
 - Обратите внимание учащихся, что они решали задачи на деление на равные по размеру группы и находили по сколько элементов находится в каждой группе (размер группы). И какой бы способ ни выбрали для решения задачи, важно уметь объяснять, как его применили.
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Найдите в учебнике простую задачу на деление. Если задание носит процедурный характер, его можно преобразовать в открытую задачу.
 - Тем, кто испытывает трудности, дайте задачу, где следует выполнить действие деление с меньшими числами в решении задачи.
 - Уровень сложности задач не должен превышать уровень сложности задач, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.



КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ

«Умножение и деление».
 «Арифметические действия умножения и деления».
 фрагмент примерного урока 1 «Табличное умножение». 2 класс

Стратегия	Навык и вторичный навык.	Месяц/Дата	Учебники/Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/ Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Понимание и применение действия умножения. ● Применение таблицы умножения в вычислениях. 	<p><Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Практика в понимании и выполнении действия умножение.</p>	<p>5. Арифметические действия.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Компоненты умножения и деления, взаимосвязь между ними (2 класс). ● Таблица умножения и деления (2 класс). <p>5. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 2 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ К1: 2.5.1.

«Умножение и деление».
 «Арифметические действия умножения и деления».
 Фрагмент примерного урока 2 «Устное деление». 3–4 классы

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/ Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Умение делить трехзначные числа, оканчивающиеся нулем на однозначные. ● Устное деление многозначных чисел на однозначные и на круглые двузначные числа. 	<p><Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Практика в устных вычислениях на деление трехзначных чисел, оканчивающихся нулем, на однозначные.</p>	<p>5. Арифметические действия.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Внетабличное умножение и деление (3 класс). <p>5. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 3 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K1: 3.5.1; ○ K2: 3.5.2.

«Умножение и деление».
 «Алгоритм умножения и деления».
 Фрагмент примерного урока 3 «Письменное умножение трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями». 3–4 классы.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/ Дата	Учебники Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/ Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> Умножение трехзначных число на двузначное число столбиком. Письменное умножение многозначных чисел. 	<Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.>	<Заполняется учителем.>	<p>Практика в умножении трехзначных чисел на двузначные числа, оканчивающиеся нулями, используя запись столбиком.</p>	<p>5. Арифметические действия.</p> <ul style="list-style-type: none"> Увеличение и уменьшение числа в 10, в 100, в 1000 раз (4 класс). Письменное умножение и деление на двузначное и трехзначное число (4 класс). <p>5. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="radio"/> 4 класс. <input type="radio"/> К4: 4.5.3; <input type="radio"/> К5: 4.5.4.

«Умножение и деление»
 «Алгоритмы умножения и деления»
 фрагмент примерного урока 4 «Деление трехзначных чисел на числа, оканчивающиеся нулями». 3–4 классы.

Стратегия.	Навык и вторичный навык	Месяц/ Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Письменное деление трехзначных чисел на числа, оканчивающиеся нулями, используя алгоритм. ● Письменное деление многозначных чисел на многозначные. 	<Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.>	<Заполняется учителем.>	<p>Выполнение письменного деления трехзначных чисел на числа, оканчивающиеся нулями, используя алгоритм.</p>	<p>5. Арифметические действия.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Увеличение и уменьшение числа в 10 раз, в 100 раз, в 1000 раз (4-класс). ● Письменное умножение и деление на двузначное и трехзначное число (4 класс). <p>5. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 4 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K4: 4.5.3; ○ K5: 4.5.4.

«Умножение и деление»

«Использование умножения и деления в задачах в реальных жизненных ситуациях»
 Фрагмент примерного урока 5. «Задачи на применение умножения и деления в жизненных ситуациях». 2 класс.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/ Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Понимание и применение действий умножения и деления для решения простейших задач в реальной ситуации. ● Умение использовать приобретенные знания, умения и способы деятельности в реальной жизни для решения практических задач. 	<p><Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Практика в применении навыков умножения и деления чисел для решения задач в реальных ситуациях.</p>	<p>5. Арифметические действия.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Компоненты умножения и деления, взаимосвязь между ними (2 класс). <p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Простые задачи на увеличение и уменьшение числа в несколько раз, деление по содержанию и на равные части (2 класс). ● Решение задач при помощи составления выражения (2 класс). <p>5. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 2 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K1: 2.5.1; ○ K2: 2.5.2. <p>6. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 2 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K2: 2.6.2.

«Умножение и деление»

«Использование умножения и деления в задачах в реальных жизненных ситуациях»

Фрагмент примерного урока 6 «Задачи на применение умножения и деления из жизненных ситуаций». 3–4 классы.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/ Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Применение действий умножения и деления для решения задач, близких к задачам в реальной жизни. ● Умение использовать приобретенные знания, умения и способы деятельности в реальной жизни для решения практических задач. 	<p><Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Практика в применении навыков умножения и деления чисел для решения задач, близких к задачам в реальной жизни.</p>	<p>5. Арифметические операции:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Письменное сложение, вычитание многозначных чисел (3 и 4 классы). ● Письменное умножение и деление на двузначное и трехзначное числа (3 и 4 классы). <p>6. Задачи. Составные задачи на смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение (3–4 класс).</p> <p>5. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 3 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ К1: 3.5.1; ○ К2: 3.5.2 ● 4 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ К1: 4.5.1; ○ К2: 4.5.2 <p>6. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 3 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ К1: 3.6.1; ○ К2: 3.6.2; ○ К4:3. 6.4 ● 4 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ К3: 4.6.3; ○ К1: 4.6.1.



ПРИЛОЖЕНИЕ А: ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ

Подтема /Фрагмент примерного урока.

Название / Тема:

Целевые классы:

Цель деятельности: учащиеся будут ...

Необходимые материалы:

Важность:

Связь с учебником:

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ◆ Краткое представление учащимся того, над чем они будут работать сегодня.

Часть II. Формирование понимания у учащихся.

- ◆ **Решение задачи:** выберите задачу для решения учащимися. Дайте учащимся 2–5 минут в зависимости от сложности задачи, чтобы они смогли решить ее самостоятельно или с партнером. Когда они решают задачу, пройдите по классу, наблюдая и фиксируя для себя активность каждого из учащихся.
- ◆ **Обсуждение:** учащиеся делятся своими решениями, сосредотачиваясь на объяснении и обосновании своего решения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ?*
 - *Как вы узнали, что ответ _____?*
 - *Можете объяснить, как вы получили ответ _____?*
 - *Кто может поделиться с другими учащимися своим способом решения задачи?*

Противоположное предположение: предложите учащимся контраргумент, в котором представлен неверный ответ. Спросите учащихся, что они думают об этом ответе, и что они могут сказать другому учащемуся, который предложил неверное решение.

- Скажите учащимся, что вы разговаривали с другим учащимся из другой школы, и он сказал _____.
- Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему он так сказал?*
 - *Что вы сказали бы этому учащемуся?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги для класса, как была решена задача, опираясь на более ранние объяснения учащихся. При необходимости выполните рисунок на доске, чтобы проиллюстрировать решение задачи.

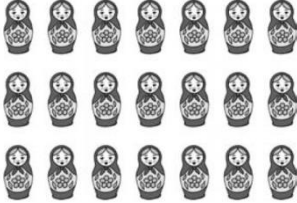
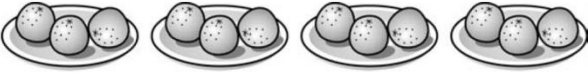
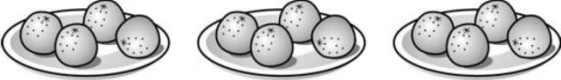
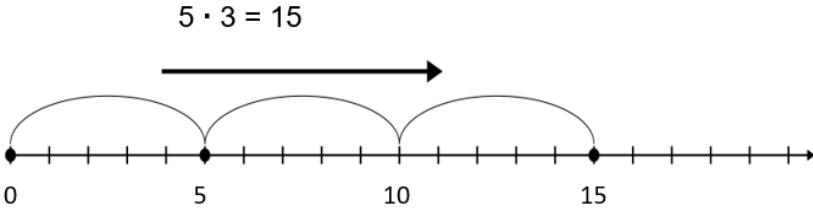
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить аналогичную задачу. Вы можете найти ее в учебнике или сами составить. По мере необходимости предлагайте более сложные или более простые задачи.

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/ Неформальное формирующее оценивание:**
 - Это возможность быстро понять, насколько хорошо учащиеся поняли содержание урока. Вы можете использовать такие методы, как:
 - Большой палец вверх.
 - Поднять руку и показать пальцами.
 - Другие.
- ◆ **Повторите** концепцию и привяжите ее к цели, изложенной во введении.
 - Напомните учащимся о том, что они узнали сегодня, и скажите, что они продолжают практиковать это.
- ◆ **Домашнее задание.**
 - Найдите подходящие задачи в учебнике или составьте сами их для решения учащимися дома. Убедитесь, что эти задачи не сложнее, не сосредоточены на другом навыке, чем тот, что был освоен в классе.



ПРИЛОЖЕНИЕ Б: ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

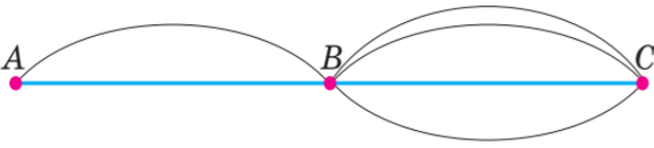
Фрагмент примерного урока 1 «Табличное умножение»		
Задача	Класс	Уровень
 <p>- Сколько на рисунке групп матрешек? - Сколько всего матрешек на рисунке? - Как вы решите задачу? Объясните свое решение.</p>	2 класс	соответствует
<p>Замените сложение умножением, где это возможно, и решите примеры:</p> $5 + 5 + 5 = \dots$ $4 + 4 + 4 = \dots$ $8 + 8 + 8 + 8 = \dots$ $6 + 2 + 2 + 6 = \dots$ $6 + 6 = \dots$ $5 + 5 + 5 + 5 = \dots$ $3 + 3 + 3 = \dots$ $3 + 3 + 13 + 13 + 3 = \dots$	2 класс	соответствует
 <p>Рисунок 1.</p>  <p>Рисунок 2.</p> <p>Сколько всего апельсинов на рисунке 1? Сколько всего апельсинов на рисунке 2? Составьте выражение для каждого рисунка используя сложение, а затем умножение. Чем отличаются эти выражения? Объясните, почему?</p>	2 класс	соответствует
<p>Изучите умножение, выполненное с помощью числового луча на рисунке, приведенном ниже. Выполните умножение $6 \cdot 3$, а затем деление $18 : 6$ с помощью числового луча. Объясните решение.</p> 	2 класс	соответствует
<p>1. На тарелке было 10 слив. Аида съела 2 сливы, и остальные разделила поровну сестре и брату. По сколько слив получили брат и сестра? Объясните свое решение.</p>	2 класс	соответствует

Фрагмент примерного урока 1 «Табличное умножение»		
Задача	Класс	Уровень
2. На тарелке было 10 слив. Аида съела несколько слив и оставила по 4 сливы для сестры и брата. Сколько слив съела Аида?		соответствует
3. На тарелке было 10 слив. Аида съела несколько слив и разделила оставшиеся сливы поровну сестре и брату. Сколько слив съела Аида, если она съела меньше слив, чем сестра или брат?		выше

Фрагмент примерного урока 2. «Устное деление»		
Задача	Класс	Уровень
Вычислите с устным объяснением: $540 : 6 = \dots$; $480 : 8 = \dots$; $720 : 9 = \dots$; $900 : 3 = \dots$	2 класс	соответствует
За 8 дней Катя прочитала две книги. В одной книге было 140 страниц, а в другой 100 страниц. Сколько страниц читала Катя каждый день, если ежедневно прочитывала одинаковое количество страниц?	3 класс	соответствует
В мастерской по пошиву одежды от куска сукна в 210 м ежедневно, начиная с 1 марта, отрезали по 7 м. Когда был отрезан последний кусок?	3 класс	выше

Фрагмент примерного урока 3. «Письменное умножение трехзначных чисел на числа, оканчивающиеся нулями»		
Задача	Класс	Уровень
Выполните умножение с объяснением: $432 \cdot 30 = \dots$; $585 \cdot 70 = \dots$; $230 \cdot 20 = \dots$; $300 \cdot 40 = \dots$; $718 \cdot 300 = \dots$; $246 \cdot 5000 = \dots$	3 класс	соответствует
Вы согласны с ответами в этих примерах? Как вы думаете, как получили такие ответы? Как бы вы решили? $\begin{array}{r} 321 \\ \times 30 \\ \hline 963 \end{array}$ $\begin{array}{r} 220 \\ \times 40 \\ \hline 880 \end{array}$	3 класс	соответствует
Учебник математики стоит 285 сомов. Сколько школа заплатит сомов, чтобы закупить 90 таких учебников?	3 класс	соответствует
48 марок расклеили поровну в 4 альбома. Сколько марок в одном альбоме?	3 класс	соответствует
В одну большую коробку вмещается 123 мяча. Сколько мячей поместится в 27 большие коробки?	4 класс	соответствует
Статистики подсчитали, что в среднем человек за день делает 6 000 шагов. А сколько шагов человек сделает за год (365 дней)?	4 класс	соответствует

Фрагмент примерного урока 4. «Деление трехзначных чисел на числа, оканчивающиеся нулями»		
Задача	Класс	Уровень
<p>Вычислите и объясните свое решение: $615 : 20 = \dots$; $564 : 80 = \dots$; $245 : 30 = \dots$; $253 : 50 = \dots$; $635 : 200 = \dots$; $840 : 300 = \dots$</p>	3 класс	соответствует
$\begin{array}{r} 253 \quad \quad 50 \\ \underline{200} \quad \quad 4 \\ 53 \end{array}$ $\begin{array}{r} 486 \quad \quad 60 \\ \underline{420} \quad \quad 71 \\ 66 \\ \underline{60} \\ 6 \end{array}$ $\begin{array}{r} 35458 \quad \quad 70 \\ \underline{350} \quad \quad 56 \\ 458 \\ \underline{420} \\ 38 \end{array}$ <p>Вы согласны с ответами в этих примерах? Как вы думаете, как получили такие ответы? Как бы вы решили?</p>	3 класс	выше
<p>Протяженность озера Иссык-Куль с запада на восток составляет 180 км. Туристы на моторной лодке проплыли третью часть его длины. Сколько времени они плыли, если они двигались со скоростью 30 км/ч.</p>	4 класс	выше

Фрагмент примерного урока 5 «Задачи на применение умножения и деления в жизненных ситуациях»		
Задача	Класс	Уровень
<p>Бабушка испекла 15 пирожков и разложила их поровну в несколько тарелок. Подумайте, какое количество тарелок может быть? Сколько может быть пирожков на одной тарелке?</p>	2 класс	соответствует
<p>Мама дала 50 сомов, чтобы Саша купил 5 тетрадей по 6 сомов и 2 альбома по 8 сомов. Хватит ли Саше оставшихся денег на мороженое, если мороженое стоит 10 сомов. Что вы посоветуете не покупать Саше, чтобы ему хватило денег на мороженое? Поясните свое решение.</p>	2 класс	выше
<p>Из города A в город B можно добраться двумя путями, а из города B в город C – четырьмя. Сколько различных путей существует из города A в C через город B?</p> 	2 класс	выше

Фрагмент примерного урока 5 «Задачи на применение умножения и деления в жизненных ситуациях»		
Задача	Класс	Уровень
Два муравья отправились одновременно из одного муравейника в противоположных направлениях за сосновыми иголками. За 2 секунды один муравей прополз 8 см, а другой - 10 см. Какое расстояние будет между ними через 4 с?	2 класс	выше
В овощной склад привезли 8802 кг картошки. Картошки равномерно распределили в 8 магазинов. По сколько кг картошек привезут в каждый магазин?	3 класс	соответствует
Туристическое агентство для путешествия вокруг озера Иссык-Куль набрал 43 желающих. В каждый автобус, кроме водителя, помещается только по 17 человек. Сколько понадобится автобусов для путешествия?	3 класс	соответствует

Фрагмент примерного урока 6 «Использование умножения и деления в задачах в жизненных ситуациях».		
Задача	Класс	Уровень
В международном фестивале единоборств участвуют 288 спортсменов в равном количестве по ушу саньда, мас-рестлингу, тайскому боксу, грепплингу, кикбоксингу, рукопашному бою, таэкван-до, армрестлингу, каратэ. Сколько спортсменов участвуют в каждом виде спорта».	3 класс	соответствует
Айзат доходит от дома до школы за 12 минут, а её брат Кубан добегают от дома до школы и обратно без остановки за 8 минут. Во сколько раз скорость Кубана больше, чем скорость Айзат?	3 класс	выше
Сидя у окна вагона поезда, мальчик стал считать телеграфные столбы, которые располагались вдоль дороги. Он насчитал 10 столбов. Какое расстояние прошел за это время поезд от первого столба до десятого, если расстояние между двумя соседними столбами 50 м?	4 класс	выше
Одна минута телефонного разговора с Россией стоит 4 сома, с Китаем - 8 сомов, с Францией - 10 сомов. Директор предприятия за месяц провел по 6 телефонных разговоров продолжительностью по 5 минут с представителями в каждой из этих стран. На какую сумму придёт предприятию счет за международные разговоры в этом месяце?	4 класс	выше
Бумага в магазине продается только пачками по 250 листов. За неделю у мамы на работе в офисе расходуется 800 листов бумаги. Сейчас в офисе нет бумаги. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис чтобы ее хватило на 4 недели?	4 класс	выше
Два муравья отправились одновременно из одного муравейника в противоположных направлениях за сосновыми иголками. Один муравей ползет со скоростью 3 см/с, а другой - со скоростью 5 см/с. Какое расстояние будет между ними через 8 с?	4 класс	выше

Фрагмент примерного урока 6 «Использование умножения и деления в задачах в жизненных ситуациях».		
Задача	Класс	Уровень
<p>Два муравья отправились одновременно из одного муравейника в одном направлении за сосновыми иголками. Один муравей ползет со скоростью 3 см/с, а другой - со скоростью 5 см/с. Какое расстояние будет между ними через 12 с?</p>	4 класс	выше



ПРИЛОЖЕНИЕ В: ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОСНОВНЫХ СВОЙСТВАХ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ НА УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

Когда учащиеся умножают любое число на 1, они в действительности представляют это число только один раз в многократном сложении, и таким образом они понимают, что произведение любого числа на число 1 равно этому же числу: $3 \cdot 1 = 3$. Это **основное свойство умножения**. **Основное свойство деления** числа на 1 такое же. Когда учащиеся делят группу объектов, где количество объектов в каждой группе такое же, как и сумма всех объектов, у них получается одна группа: четыре объекта в одной группе или $4 : 1 = 4$.

Учащимся может быть трудно понять свойство умножения на 0. **Правило умножения на ноль** гласит, что произведение любого числа на число 0 равно 0. Учащиеся размышляют об этом свойстве, помня, что умножение представляет собой сложение нескольких групп, в каждой из которых есть несколько объектов. В этом случае внутри каждой из групп ничего бы не было. Например, при умножении числа 6 на 0 это представляется в виде 6 групп, в каждой из которых нет объектов, поэтому общее число объектов будет равно $6 \cdot 0 = 0$.

Учащиеся уже изучили **переместительное** свойство сложения. Можно показать, что это свойство также присуще умножению. Они увидят, что не имеет значения, умножают ли они 3 объекта на 4 группы или 4 объекта умножают на 3 группы. В обоих случаях они получают всего 12 объектов, так что $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$.

Следовательно, порядок множителей не влияет на значение произведения, это свойство называется **переместительным свойством умножения**.

Когда ученики умножают три множителя, они узнают, что, подобно сложению, умножение обладает **сочетательным** свойством. Можно два числа сначала умножить друг на друга, прежде чем умножить на третье число, или первое число умножить на произведение второго и третьего числа. Произведение получится одно и то же. Поэтому при выполнении умножения множители могут быть сгруппированы по-разному. Это **сочетательное свойство умножения**: при умножении трех и более чисел их можно группировать по-разному, но произведение не изменяется. Например,

$$(3 \cdot 4) \cdot 6 = 72,$$

$$3 \cdot (4 \cdot 6) = 72,$$

$$\text{Итак, } (3 \cdot 4) \cdot 6 = 3 \cdot (4 \cdot 6).$$

Учащиеся должны усвоить, что так же, как и при вычитании, переместительное свойство и сочетательное свойство **не применимы** к делению. Деление не обладает переместительным свойством, потому что, если разделить общую сумму на два разных числа, то они получат разные частные (число групп). Например, 12 разделить на 3 – это 4 группы, но 12 разделить на 4 – это 3 группы. Деление также не обладает сочетательным свойством, поскольку разная группировка чисел влияет на значение частного.

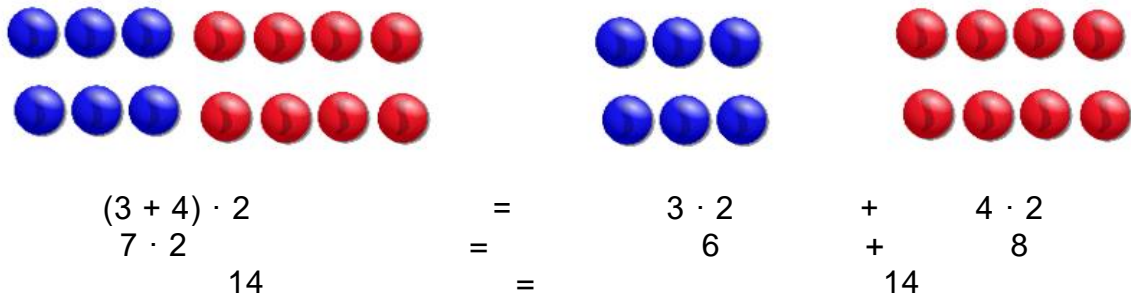
Распределительное свойство – это свойство, связывающее сложение и умножение. Учащиеся могут применять распределительное свойство при осуществлении действий с множителями, имеющими более одной цифры в записи числа. **Распределительное свойство умножения относительно сложения** гласит, что сумма двух чисел, умноженная на третье число, равна сумме произведений каждого слагаемого на третье число. Например,

$$(3 + 4) \cdot 2 = 7 \cdot 2 = 14 \text{ и } 3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 6 + 8 = 14.$$

$$\text{Итак, } (3 + 4) \cdot 2 = 3 \cdot 2 + 4 \cdot 2.$$

При изучении распределительного свойства учащимся полезно визуально представить его с помощью модели. Представленная ниже модель показывает, что

$$(3 + 4) \cdot 2 = 3 \cdot 2 + 4 \cdot 2.$$



Распределительное свойство умножения также работает для разности двух чисел, умноженной на третье число. Например,

$$(6 - 4) \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6 \text{ и } 6 \cdot 3 - 4 \cdot 3 = 18 - 12 = 6.$$

$$\text{Итак, } (6 - 4) \cdot 3 = 6 \cdot 3 - 4 \cdot 3.$$

Подобно умножению распределительное свойство также применимо к делению. Учащиеся могут использовать **распределительное свойство деления**, чтобы найти сумму (или разность) двух чисел, деленных на третье число. Например,

$$(10 + 8) : 2 = 18 : 2 = 9,$$

$$10 : 2 + 8 : 2 = 5 + 4 = 9,$$

$$\text{Итак, } (10 + 8) : 2 = 10 : 2 + 8 : 2.$$

$$(30 - 12) : 6 = 18 : 6 = 3,$$

$$30 : 6 - 12 : 6 = 5 - 2 = 3,$$

$$\text{Итак, } (30 - 12) : 6 = 30 : 6 - 12 : 6.$$

Учащиеся могут научиться использовать свои знания о разрядном значении цифр в записи числа наряду с распределительными свойствами умножения и деления, чтобы с легкостью умножать и делить двузначные числа в уме. Свойства умножения и деления обобщены в таблице ниже.

Свойства умножения и деления	
Свойство	Пример
Основное свойство умножения	$3 \cdot 1 = 3$
Основное свойство деления	$4 : 1 = 4$
Правило умножения на ноль	$6 \cdot 0 = 0$
Переместительное свойство умножения	$3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$
Сочетательное свойство умножения	$(3 \cdot 4) \cdot 6 = 3 \cdot (4 \cdot 6)$

Свойства умножения и деления	
Свойство	Пример
Распределительное свойство умножения	$(3 + 4) \cdot 2 = 3 \cdot 2 + 4 \cdot 2$ и $(6 - 4) \cdot 3 = 6 \cdot 3 - 4 \cdot 3$
Распределительное свойство деления	$(10 + 8) : 2 = 10 : 2 + 8 : 2$ и $(30 - 12) : 6 = 30 : 6 - 12 : 6$



ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПЛАН ДЕЙСТВИЙ

Модуль 3. Фрагменты примерного урока 1/2 «Арифметические действия умножение и деление»

	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц/ неделя, когда я буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а)/изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						

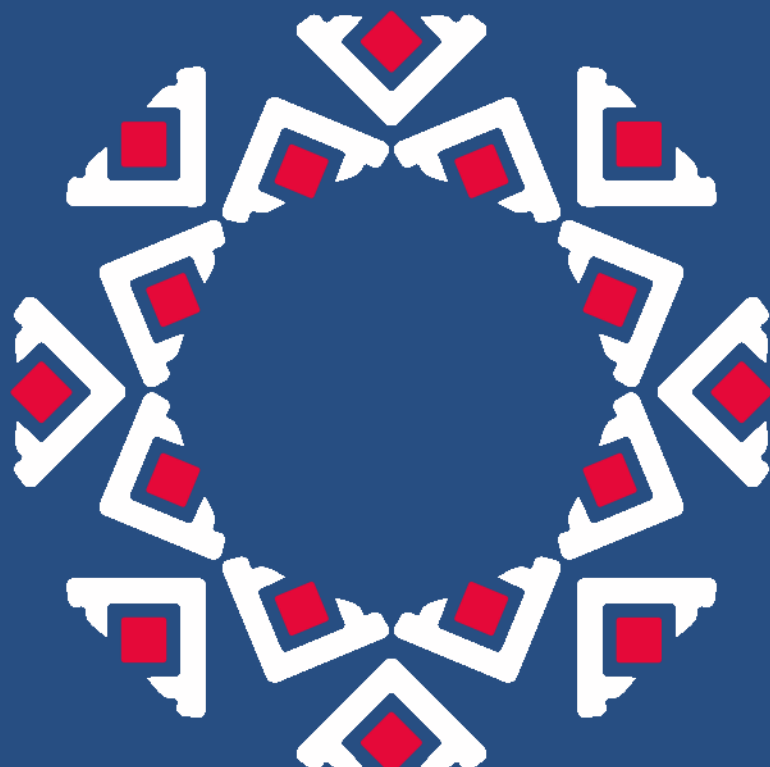
Модуль 3. Фрагмент примерного урока 3/4 «Алгоритмы умножения и деления»						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц/ неделя, когда я буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а)/изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						

Модуль 3. Фрагменты примерного урока 5/6 «Использование умножения и деления из реальных жизненных ситуаций»						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц/ неделя, когда я буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а)/изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						

Модуль 4 по МАТЕМАТИКЕ

РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ





СОДЕРЖАНИЕ

ОБЗОР СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ «ОБЪЯСНЕНИЕ И ОБОСНОВАНИЕ»	180
ОБЗОР ТЕМЫ «РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ»	183
РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ..	189
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ С НЕИЗВЕСТНЫМ».....	191
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2: «РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ С НЕИЗВЕСТНЫМ».	192
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 1: «РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ С НЕИЗВЕСТНЫМ».	194
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 2: «РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ С НЕИЗВЕСТНЫМ»	197
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ, РАБОТУ И СТОИМОСТЬ».....	200
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4: «РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ, РАБОТУ И СТОИМОСТЬ»	202
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3: «РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ РАБОТУ И СТОИМОСТЬ»	203
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 4: «РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ РАБОТУ И СТОИМОСТЬ»	206
Дополнительный фрагмент примерного урока: «РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ».....	209
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: РЕШЕНИЕ СОСТАВНЫХ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТРАТЕГИИ «ОБЪЯСНЕНИЕ И ОБОСНОВАНИЕ».....	213
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6: «РЕШЕНИЕ СОСТАВНЫХ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ»	214
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 5: «РЕШЕНИЕ СОСТАВНЫХ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ»	215
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 6: «РЕШЕНИЕ СОСТАВНЫХ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ»	218
КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ	222
ПРИЛОЖЕНИЕ А: ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ.....	228
ПРИЛОЖЕНИЕ Б: ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	230
ПРИЛОЖЕНИЕ С: ТИПЫ ЗАДАЧ В ОДНО ДЕЙСТВИЕ НА ВСЕ АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ.....	235
ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПЛАН ДЕЙСТВИЙ	237

ОБЗОР СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ «ОБЪЯСНЕНИЕ И ОБОСНОВАНИЕ»



В четвертом модуле представлена стратегия «Объяснение и обоснование» в контексте решения текстовых задач. Этот модуль ознакомит со стандартным подходом к использованию данной стратегии при обучении решению текстовых задач через представленные вам фрагменты примерных уроков. Практические фрагменты примерных уроков этого модуля используются для обучения сложным математическим понятиям и навыкам. В Приложении А представлено методическое пособие, показывающее важные шаги в этом процессе и способы применения фрагментов примерных уроков к любому контексту.

Причину использования стратегии обучения «Объяснение и обоснование» можно резюмировать цитатой, авторство которой признают за Бенжамином Франклином: «Скажи мне, и я забуду. Учи меня, и я запомню. Вовлекай меня, и я научусь». Такое применение стратегии «Объяснение и обоснование» можно изложить в четыре этапа:

1. Учащимся дают задачу соответствующего уровня сложности и просят подумать о способе ее решения.
2. Учащимся предоставляется возможность объяснить свои варианты решения задачи и обосновать свое рассуждение. «Объяснение и обоснование включает в себя вовлечение учащихся в составление прогнозов, в анализ математических ситуаций, в поиск или предложение других возможных вариантов решения или представление аргументов в пользу определенного решения». (Ситабхан и соавторы, 2019 г., стр. 8).
3. Учитель слушает и задает вопросы, которые проясняют или уточняют решения учащихся. Учитель также может попросить других учащихся оценить полученные решения. На этом «критическом» этапе важно, чтобы учитель глубоко вникал в ход рассуждения учащихся, чтобы дать им доступную для понимания обратную связь.
4. Затем учитель просит других учащихся представить и объяснить свои альтернативные способы решения, а также обосновать ход своего рассуждения.

Другие способы побуждения учащихся к решению задач, объяснению и обоснованию хода своего рассуждения заключаются в следующем:

- показать учащимся решение задачи, в котором есть ошибка, и попросить их найти и объяснить эту ошибку, привести аргументы, почему решение задачи является неверным;
- попросить учащихся написать на листке бумаги шаги своего решения задачи, обменяться записями с партнером и оценить решения друг друга, объясняя, почему это решение правильное или неправильное;
- представить учащимся утверждение и спросить, является ли это утверждение истинным всегда, иногда или никогда и попросить их обосновать свои ответы.

Учащиеся могут объяснять и обосновывать свои ответы в различной форме, включая устное представление своих решений партнеру или классу, запись решения задачи в тетради или на доске, демонстрацию своих решений с помощью счетных материалов, диаграмм или рисунков.

Заметьте, что между объяснением и обоснованием есть четкая разница. Доктор Джули Диксон из Университета Центральной Флориды сказала: «В моем понимании, объяснение описывает то, что сделал учащийся (часто это просто шаги, предпринятые для выполнения процедуры), а обоснование включает причины, по которым то, что сделал учащийся, является математически приемлемым».

«Объяснение и обоснование» – это важная стратегия в обучении математике, которая одинаково важна как для учащихся, так и для учителей. Для учащихся обучение тому, как объяснять и обосновывать свои решения, повышает их уверенность в своей способности понимать математику, а также способности мыслить самостоятельно. Чтобы объяснить свое решение, учащиеся должны структурировать свое рассуждение, использовать соответствующий математический словарный запас и уже тем самым понять самим, почему решение, которое они представляют, является правильным или неправильным. Учащиеся на собственном примере понимают, что допустимо ошибаться при решении задачи, и что у них есть безопасное пространство, позволяющее им учиться на этих ошибках. Поскольку учащиеся знают, что учитель ценит их рассуждения, повышается мотивация учащихся лучше решать задачи.

Когда учителя задают открытые вопросы, предлагают соответствующие задачи для решения и внимательно слушают, как учащиеся объясняют и обосновывают свои ответы или решения, они могут выявить ошибки в ходе рассуждения и даже определить пробелы в знаниях учащихся. Такая стратегия помогает учителю шире и глубже понять распространенные ошибки учащихся и дает возможность исправить их ошибочные представления о чем-либо, восполнить пробелы в знаниях, а также по мере необходимости еще раз проработать тему с отдельным учащимся или с малой группой.

Более подробная информация об этих стратегиях представлена в Приложении Г Модуля 1 в выдержке из Методического пособия «Стратегии обучения математике в начальных классах» (Sitabkhan и соавторы, 2019 г.).

В Модуле 4 рассматриваются текстовые задачи с неизвестными, задачи на движение, работу и стоимость, составные текстовые задачи и стратегии решения этих задач. Модуль 4 «Решение текстовых задач» включает в себя следующее:

- ◆ Обзор стратегии «Объяснение и обоснование».
- ◆ Обзор темы «Решение текстовых задач».
- ◆ Обзор темы «Глубина Знаний Уэбба» (Webb's Depth of Knowledge) и как она связана с решением текстовых задач.
- ◆ Ожидаемые результаты обучения согласно предметному стандарту по математике в начальных классах.
- ◆ Фрагменты примерных уроков для обучения решению текстовых задач с неизвестным.
- ◆ Фрагменты примерных уроков для обучения решению текстовых задач на движение, работу и стоимость.
- ◆ Фрагменты примерных уроков для обучения решению составных текстовых задач.
- ◆ Календарно-тематический план по применению стратегий, в котором показывается, как интегрировать приведенные фрагменты примерных уроков в текущие уроки по учебнику.
- ◆ Библиография (см. Модуль 5, стр. 288–290).

- ◆ Глоссарий (см. Модуль 5, стр. 291–301).
- ◆ Приложение А. Методическое пособие по структуре фрагмента примерного урока.
- ◆ Приложение Б. Дополнительные задачи для самостоятельной работы.
- ◆ Приложение В. Типы задач в одно действие на все арифметические действия.
- ◆ Приложение Г. План действий.
- ◆ Приложение Г. Форма наблюдения урока (см. Модуль 5 стр. 313–318).

ОБЗОР ТЕМЫ «РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ»



Исследования, проведенные экспертами по математике, указывают, что для успешного понимания и решения текстовых задач, важно включать сюжеты, приближенные к реальным жизненным ситуациям. Некоторые из этих выводов в этих исследованиях представлены ниже.

- ◆ Об использовании задач, приближенных к задачам, возникающим в жизненных ситуациях, в обучении математике в школе с целью мотивации введения понятий, для демонстрации связи математики с реальной жизнью, о практической направленности математики много говорят отечественные ученые-математики. Хотя здесь речь идет о математическом образовании в средней школе, надо понимать, что начальная математика является фундаментальной для математики, изучаемой в основной школе.
- ◆ Взаимосвязь математики с другими областями была выделена В.В.Фирсовым в одну из содержательно-дидактических линий, тесно связанную с другими линиями (числовой и прочими) школьного курса. «Она должна быть реализована прежде всего в формировании у школьников конкретных, осознанных представлений о значении математики в различных областях действительности» (В.В.Фирсов. 1977г.).
- ◆ Приводится аргумент, что умение составлять адекватные модели реальных ситуаций должно стать неотъемлемой частью математического образования. «Успех приносит не столько применение готовых рецептов, сколько математический подход к явлениям реального мира» (В.М.Арнольд. 2000г.).
- ◆ Многие исследователи подчеркивают важность понимания чисел как инструмента использования в различных областях. «В окружающей нас жизни возникает множество таких ситуаций, которые связаны с числами и требуют выполнения действий над ними. Задача учителя начальных классов – обеспечить условия для овладения младшими школьниками понятием числа и способами действий с числами на уровне, достаточном для их применения как средства познания, средства кодирования информации, средства решения практических задач повседневной жизни. Такое овладение эффективно на основе проникновения в богатый смысл понятий и способов действий числовой линии начального курса математики, а также для повышения общей культуры и продвижения математического образования в основной школе» (С.Е.Царева.2014г.).
- ◆ Один из примеров расширения подлинного опыта учащихся в работе с числами в реальной жизни описан в статье «Математическая революция среди американских школьников». «После короткой перемены Роберт попросил каждого ребенка придумать историю, объясняющую, что означает выражение $49 + (18-3)$. Дети сочиняли истории о фруктах, растущих зубах и, ко всеобщему удовольствию, о туалетных монстрах. Хотя учащиеся смеялись, объяснения не были поверхностными или бессмысленными. Роберт и класс внимательно следили за логикой каждой истории. Когда маленький мальчик Шон запутался в своих рассуждениях, Роберт быстро указал, в каком именно месте его размышления пошли не так (в увлеченном рассказе о фермерах, обильном урожае и пожирающих яблоки вредителях Шон начал с того, что произошло с 49 яблоками, хотя порядок операций требовал, чтобы он начал с описания вычитания из 18 яблок). Роберт аккуратно его поправил. Позже дети рассказывали истории, описывающие выражение 49

- $(18 + 3)$ и $49 - (18 - 3)$ » (Tyre, 2016г.). Этот пример иллюстрирует подлинный опыт.

Говоря простыми словами, текстовые задачи – это математические задачи, условие которых представлено в виде текста, а не математическими знаками и символами. Текстовая задача, используя естественный язык, описывает некоторую реальную жизненную ситуацию, которую необходимо разрешить.

Многие текстовые задачи, с которыми встретятся учащиеся, имеют следующую структуру (Герофски, 1996г.):

- ◆ компонент «условие», который описывает ситуацию в задаче, включающий действующие лица, объекты и место действия;
- ◆ «информационный» компонент, в котором представлены фактические данные, необходимые для решения задачи;
- ◆ вопрос.

«Действенная текстовая задача должна быть достаточно интересной для учащихся, чтобы возбудить их любопытство и вызвать желание ее решить. Задача должна соответствовать уровню развития учащихся, как по содержанию, так и по количеству времени, которое необходимо для ее решения. Текстовая задача должна иметь, как минимум, одно решение, которое могут найти учащиеся, а также должна иметь несколько различных способов решения, которые будут способствовать общению учащихся, когда они будут объяснять свои способы решения». (Sweetland, 2020г.).

В Модуле 1 стратегия «Объяснение и обоснование» использовалась для того, чтобы учащиеся объясняли свои решения и обосновывали ответы в текстовой задаче при обучении числам и пониманию чисел. Используя эту стратегию, учителя могут определить степень понимания учащимися последовательности чисел и умения сравнивать числа, используя визуальные представления, разрядное значение цифр в записи чисел, а также определить их умение составления и разложения чисел.

В Модуле 2 внимание было сосредоточено на текстовых задачах, для решения которых учащимся, требовалось использовать сложение и вычитание. Стратегия «Объяснение и обоснование» была использована для того, чтобы помочь учителям разобраться и устранить причины, из-за которых текстовая задача кажется им трудной. Это следующие причины:

- ◆ учащиеся сразу применяют арифметические действия к числам, содержащимся в условии прежде, чем понять условие задачи. Они не пытаются сначала разобраться в содержании текста, представить ситуацию в условии задачи;
- ◆ учащиеся не знают математические термины, использованные в тексте условия задачи.

Эта стратегия полезна тем, что учащиеся должны понять условие и вопрос задачи, чтобы успешно их объяснить; кроме того, когда учащиеся объясняют ход своего рассуждения в ходе решения, они могут научиться использовать соответствующий математический словарный запас.

В Модуле 3 объяснялось, как применять стратегию «Объяснение и обоснование», когда учащиеся решают задачи, близкие к задачам в реальной жизни, используя умножение и деление. Учителям было предложено при решении этих задач использовать стратегию дважды: сначала попросить учащихся прочитать задачу и рассказать ее условие своими словами, что именно им требуется найти по условию задачи, каков их план ее решения. Затем попросить учащихся решить задачу

и рассказать о шагах, которые они использовали в решении, а также объяснить любые рисунки или диаграммы, созданные ими для решения задачи. Использование стратегии «Объяснение и обоснование» дважды можно применить к типам задач, представленным в таблицах ниже для учащихся разных классов.

В Модуле 3 были представлены различные типы задач из реальной жизни, для решения которых учащимся, потребуется умение произвести любые из четырех арифметических операций (сложение, вычитание, деление, умножение). В Приложении В представлены эти типы задач.

Когда учителя знакомы с различными типами задач, которые решаются разными арифметическими действиями, они могут помочь учащимся научиться распознавать эти типы задач и составлять план или схему для решения каждой задачи. Это – два типа задач, для которых можно составить два вида схем: аддитивные (для задач на сложение и вычитание) и мультипликативные (для задач на умножение и деление). При использовании схемы для решения задачи учащиеся применяют все то, что они знают о структурах текстовых задач. «Обучение составлению схем способствует развитию математического мышления, помогая учащимся понять основные структуры в содержании текстовых задач, которые будут использоваться в разных параллелях классов, в том числе и с целыми, и с рациональными числами» - Пауэлл советует учителям определять текстовые задачи не по использованию того или иного арифметического действия, а лучше научить учащихся составлять схемы к различным типам задач. (Пауэлл, 2018г.).

У некоторых учащихся возникает чувство страха, когда им нужно решить текстовую задачу, особенно у тех, кому математика дается с трудом. «Часто учащиеся боятся математических текстовых задач, а чувство испуга означает, что они не могут расслабиться и применить то, что они уже усвоили, даже к самым простым задачам». (Кэндлер, 2020 г.).

Чтобы помочь учащимся, испытывающим трудности в понимании математики, преодолеть волнение по поводу текстовой задачи, учителя могут вывесить в классе диаграммы, используя такую аббревиатуру как COINS:

C.O.I.N.S.

C (Comprehend the question) – Осмыслите вопрос
(Какой вопрос задан в задаче?)

O (Observe the data and mark it) – Просмотрите данные и отметьте их
(Какая информация и какие числа представлены?)

I (Illustrate - Нарисуйте
(Какой рисунок может проиллюстрировать условие задачи?)

N (Numbers) – Выразите числовым выражением
(Каким числовым выражением можно записать решение задачи?)

S (Solve) - Решите
(Как найти значение числового выражения?)

Учащиеся часто испытывают затруднения с решением текстовых задач, требующих от них принятия решения по результатам своих вычислений или проведения анализа полученных данных. Один из инструментов, который может помочь учителям понять уровень сложности рассуждений, необходимых учащемуся для решения текстовой задачи, разработал Норман Уэбб. Он называется «Глубина зна-

ний Уэбба» или ГЗ. «Используя структуру ГЗ, учителя могут провести анализ текстовых задач, чтобы определить «сложность» их содержания или уровень сложности рассуждений, которые требуются от учащегося» (Миллер, 2018г.).

В таблице ниже представлены четыре уровня ГЗ.

Уровни ГЗ Уэбба	
Уровень 1. Воспроизведение знаний.	Решение текстовых задач, в которых требуется выполнить одно действие, вспомнив и используя соответствующее числовое выражение и способы вычисления его значений.
Уровень 2. Применение понятий и навыков.	Решение текстовых задач, в которых требуется выполнить два или более двух действий.
Уровень 3. Стратегическое рассуждение.	Решение текстовых задач, в которых от учащихся требуется установление последовательности шагов решения или анализ, интерпретация, вывод, выбор рационального способа решения.
Уровень 4. Расширенное рассуждение.	Выполнение проекта, который требует составления плана, определения последовательности шагов решения текстовой задачи, выполнения ряда действий в решении текстовых задач, анализа и оценки результатов решений.

В таблице ниже приведены примеры текстовых задач для учащегося 2 класса, составленные на разные уровни ГЗ и показано, почему текстовая задача классифицируется на этот уровень.

Уровень	Текстовая задача для 2 класса	Почему задача соответствует уровню?
Уровень 1	Паша играет в видеоигру. Он получил 60 очков в начале игры. Затем он потерял 15 очков за падение в яму. Сколько очков у него осталось?	Учащийся должен использовать вычитание, чтобы решить текстовую задачу.
Уровень 2	Паша с Данияром играют в видеоигру. Они оба получили по 60 очков в начале игры. Паша потерял 15 очков за падение в яму. Данияр заработал 5 очков за прыжок через скалу. На сколько у Данияра больше очков, чем у Паши?	Учащийся должен понять порядок, в котором нужно сначала сложить, а затем вычесть, и выполнить эти шаги, чтобы решить задачу.
Уровень 3	Паша играет в видеоигру. Он получил 60 очков в начале игры. Далее по условиям игры он может заработать 5 очков, если перепрыгнет через скалу или потерять 15 очков, если упадет в яму. Паша делает 4 хода в игре. Какие ходы он может сделать, чтобы закончить игру с 60 или более очками?	Существует больше одного решения этой задачи и несколько способов ее решения. Учащемуся необходимо определиться со способом решения текстовой задачи или о ее результатах.
Уровень 4	Паша играет в видеоигру. Далее по условиям игры он может заработать 5 очков, если перепрыгнет через скалу или потерять 15 очков, если упадет в яму. Паша	Учащийся должен экспериментировать с различными решениями, чтобы определить, какие решения верны,

Уровень	Текстовая задача для 2 класса	Почему задача соответствует уровню?
	делает 4 хода в игре. Может ли Паша закончить игру с 25 очками после 4 ходов? Покажи, почему да или почему нет.	и ответить на вопрос задачи, возможно ли закончить игру с 25 очками.

В таблице ниже приведены примеры текстовых задач для учащихся 4 класса, составленные на разные уровни ГЗ, и показано, почему текстовая задача классифицируется на этот уровень.

Уровень	Текстовая задача для 4 класса	Почему задача соответствует уровню?
Уровень 1	По рецепту Анники из одной порции теста получается 24 пончика. Если она приготовила 2 порции теста, то сколько всего пончиков испечет Анника.	Учащийся должен использовать умножение, чтобы решить текстовую задачу.
Уровень 2	Анника приготовила 3 порции теста, и из каждой порции она испекла 24 пончика. Затем ее брат скушал 8 пончиков, а она сама скушала 7 пончиков. Сколько пончиков осталось у Анники?	Учащийся должен понимать порядок используемых арифметических действий умножения, сложения и вычитания, а также выполнять эти шаги для решения текстовой задачи.
Уровень 3	Анника хочет, чтобы на вечеринке были разные пирожные: и пончики, и кексы. Из одной порции теста она может испечь 24 пончика или 16 кексов. Сколько порций теста Анника должна приготовить, чтобы испечь ровно 240 разных пирожных для вечеринки?	Существует более одного решения текстовой задачи и несколько способов ее решения. Учащемуся необходимо принять решение о способе решения текстовой задачи или о ее результатах.
Уровень 4	Анника хочет, чтобы на вечеринке были разные пирожные: и пончики, и кексы. Из одной порции теста она может испечь 24 пончика или 16 кексов. Чтобы испечь порцию пончиков, ей потребуется 20 минут, чтобы испечь порцию кексов 30 минут. Сколько порций теста должна приготовить Анника, чтобы испечь ровно 240 пирожных для вечеринки, за 300 минут или раньше?	Учащийся должен экспериментировать с различными решениями текстовой задачи, чтобы определить правильное решение, которое удовлетворяет ограничениям по количеству и по времени.

Когда учащиеся впервые встречаются с текстовыми задачами и учатся решать их с помощью новых арифметических действий, им полезно начинать с задач 1 уровня. Когда задача представлена на уровне выше 1-го по ГЗ, ее можно изменить так, чтобы она соответствовала уровню 1. Для этого можно изменить текстовую задачу таким образом, чтобы для ее решения необходимо было только одно действие. Важно отметить, что, хотя преобразование задачи с использованием более простых чисел упрощает решение задачи, оно не обязательно снижает уровень ГЗ. Например, две текстовые задачи данные ниже являются задачами 1-го уровня по ГЗ, так как, для решения обеих текстовых задач требуется один шаг.

- ◆ Задача 1. Длина самой длинной американской горки в мире аттракциона "Чудовище" составляет 2243 метра. Это на 279 метров длиннее, чем вторая по длине американская горка "Путешествие". Какова длина горки "Путешествие"?
- ◆ Задача 2. В парке Сочи высота американской горки "Змеиный дракон" составляет 38 метров, а высота американской горки "Квантовый скачок" - 58 метров. На сколько метров горка "Квантовый скачок" выше горки "Змеиный дракон"?

РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

Содержательная линия	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
6. Задачи	<ul style="list-style-type: none"> • Устное составление простых задач с разными сюжетами. • Условие, вопрос, решение задачи. • Простые задачи на увеличение и уменьшение числа, на разностное сравнение. • Задачи нахождение суммы, остатка, обратные задачи. • Составные задачи на сложение, вычитание. 	<ul style="list-style-type: none"> • Простые задачи на увеличение и уменьшение числа в несколько раз, деление по содержанию и на равные части. • Задачи на кратное сравнение («во сколько раз больше», «во сколько раз меньше»). • Составные задачи, содержащие отношения «больше на», «меньше на», «на сколько больше», «на сколько меньше», задачи нахождение третьего слагаемого. • Задачи с величинами цена, количество, стоимость. • Геометрические задачи (длина ломаной, периметр многоугольника). • Решение задач при помощи составления выражения. 	<ul style="list-style-type: none"> • Задачи с буквенными данными. • Решение задачи с помощью уравнения. • Задачи, содержащие зависимость между величинами. • Задачи на определение начала, конца и продолжительности события. • Задачи на нахождение четвертого пропорционального. • Составные задачи на смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение. • Геометрические задачи (периметр многоугольника, площадь прямоугольника, квадрата). • Решение задач составлением выражений. 	<ul style="list-style-type: none"> • Составные задачи на все арифметические действия, разностное и кратное сравнение. • Задачи с именованными величинами. Единицы измерения (движение, стоимость, работа). • Задачи на пропорциональное деление. • Задачи на нахождение неизвестных по двум разностям. • Задачи на нахождение доли целого и целого по его доле. • Задачи на нахождение стороны прямоугольника по известной площади и другой стороне. • Задачи на нахождение периметра и площади многоугольников, грани объемных фигур (куб, параллелепипед).

Ожидаемые результаты				
Компетентности	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
К	Ученик 1.6.1. устно составляет и моделирует задачи на сложение и вычитание.	Ученик 2.6.1. рассказывает о решении составных задач нахождение суммы, разности, планирует и устно воспроизводит ход решения задачи.	Ученик 3.6.1. выбирает арифметические действия для решения задачи и объясняет их выбор; определяет число и порядок действий.	Ученик 4.6.1. анализирует предложенные варианты решения задачи, выбирает из них верные; рассказывает о способах решения составных задач.
К2	Ученик 1.6.2. дополняет условие задачи недостающими данными или вопросом; составляет обратные задачи.	Ученик 2.6.2. моделирует условие задачи с помощью предметов, схематических рисунков и схем, выявляет известные и неизвестные величины.	Ученик 3.6.2. моделирует и решает задачи с изменённым текстом, а также самостоятельно составляет задачу с заданной сюжетной ситуацией.	Ученик 4.6.2. различает виды составных задач, задачи с буквенными выражениями, планирует ход решения задачи; решает составные задачи разными способами, объясняет и обосновывает выбор действия.
К3	Ученик 1.6.3. анализирует решение задач на увеличение, уменьшение числа на несколько единиц), на разностное сравнение, нахождение суммы, остатка.	Ученик 2.6.3. анализирует решение задачи нахождение слагаемого и вычитаемого, уменьшаемого и разности, кратное сравнение, нахождение третьего слагаемого.	Ученик 3.6.3. анализирует тексты и решения задач, указывает их сходства и различия.	Ученик 4.6.3. анализирует текст задачи с последующим планированием алгоритма её решения.
К4	Ученик 1.6.4. по рисункам, схемам, выражениям самостоятельно составляет и решает задачи на увеличение, уменьшение числа на несколько единиц, на разностное сравнение, нахождение суммы, остатка.	Ученик 2.6.4. самостоятельно составляет составные задачи и решает их; применяет изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях.	Ученик 3.6.4. самостоятельно презентует способы решения составных задач; контролирует правильность выполнения изученных способов при решении задач.	Ученик 4.6.4. различает рациональный и нерациональный способы решения задачи; выявляет причину, ошибки в решении задачи и корректирует её, оценивает свою работу.

Прогресс в развитии навыков по теме «Решение текстовых задач с неизвестным»



Текстовые задачи с неизвестным могут принимать три формы: начало неизвестно, изменение неизвестно и результат неизвестен. Учащиеся работали с этими типами задач в предыдущих Модулях. Текстовые задачи с неизвестным результатом более знакомы учащимся; если они понимают, какое действие нужно использовать, они могут выполнить это действие с заданными числами и найти результат. В других типах учителя могут мотивировать учащихся использовать модели, рисунки и уравнения, чтобы помочь им представить неизвестное начало или неизвестное изменение в текстовых задачах.

Учащиеся могут испытывать больше трудностей в решении задач, где начало неизвестно и изменение неизвестно. В этом случае учителю полезно знать, как преобразовать задачу, изменив ее уровень по ГЗ, с уровня 2 на уровень 1. В таблице ниже показано, как это можно сделать для текстовых задач, используя разные действия в задачах типов «начало неизвестно» или «изменение неизвестно».

Тип задачи	Задача 2-го уровня ГЗ	Задача изменена до 1-го уровня ГЗ
Сложение. Изменение неизвестно.	У Вани в коллекции было 45 камней. В этом году он собрал 7 новых камней в походе и несколько новых камней во время путешествия по реке. Теперь у него в коллекции стало 60 камней. Сколько камней собрал Ваня во время путешествия по реке?	У Вани в коллекции было 52 камня. Во время путешествия по реке он собрал еще несколько новых камней. Теперь у Вани в коллекции стало 60 камней. Сколько камней собрал Ваня во время путешествия по реке?
Сложение. Результат неизвестен.	Арууке и Руслан подготовили фотографии к уроку родинovedения. Арууке сделала 13 снимков. Руслан - на 5 снимков меньше, чем Арууке. Сколько снимков сделали Арууке и Руслан вместе?	Арууке и Руслан подготовили фотографии к уроку родинovedения. Арууке сделала 13 снимков. Руслан - на 5 снимков меньше, чем Арууке. Сколько снимков сделал Руслан?
Вычитание. Сравнение. Начало неизвестно.	Сегодня утром Надя каталась на велосипеде одна несколько минут. Вечером Надя и Петя вместе катались на велосипедах. Петя катался в течение 30 минут. Это на 20 минут меньше, чем каталась на велосипеде вечером Надя. Если Надя сегодня каталась на велосипеде всего 80 минут за день, то сколько минут Надя каталась на велосипеде утром?	Надя и Петя катались на велосипедах. Петя катался в течение 30 минут. Это на 20 минут меньше, чем каталась Надя. Сколько минут каталась на велосипеде Надя?

Тип задачи	Задача 2-го уровня ГЗ	Задача изменена до 1-го уровня ГЗ
Вычитание. Сравнение. Изменение неизвестно.	Зимой рост Эмира был 156 см, а рост Бакыт 143 см. Осенью рост Эмира стал 158 см, что на 10 см больше, чем стал рост Бакыта. На сколько сантиметров вырос Бакыт к осени?	Рост Эмира 156 см, что на 11 см больше, чем рост Бакыта. Какой рост у Бакыта?
Умножение. Начало неизвестно.	По рецепту Киры из одной порции теста получается определенное количество печений. Кира испекла печенье из трех порций теста. После того, как ее брат съел 5 штук, у нее осталось 31 печенье. Сколько печений получается из одной порции теста?	По рецепту Киры из одной порции теста получается определенное количество печений. Если Кира испекла 36 печений из трех порций теста, то сколько печений получается из одной порции теста?
Умножение. Изменение неизвестно.	За день мастер выложил на стены ванной комнаты 88 керамических плиток. До обеда он проработал 4 часа, укладывая на стены по 12 плиток в час. После обеда он проработал столько же времени и окончил всю работу. На сколько плиток меньше он укладывал за 1 час после обеда, чем утром.	Мастер укладывал на стены ванной комнаты по 12 керамических плиток за час. Сколько плиток он уложил за 8 часов?
Деление. Начало неизвестно	На этой неделе Дима играл на скрипке 7 дней подряд по 25 минут ежедневно. В итоге получилось, что он играл на 70 минут больше, чем на прошлой. Сколько минут Дима играл на скрипке на прошлой неделе каждый день?	На этой неделе Дима играл на скрипке 7 дней подряд по 25 минут в день. Сколько всего минут он играл на скрипке на этой неделе?
Деление. Результат неизвестен.	Масса угля в одном железнодорожном вагоне равна 60 т. В самосвал может помещаться всего половина этого груза. Сколько рейсов надо сделать на одном самосвале, чтобы разгрузить 6 вагонов с углем.	Масса угля в одном железнодорожном вагоне 60 т. В самосвал помещается всего половина этого груза. Сколько рейсов надо сделать на одном самосвале, чтобы разгрузить вагон с углем?



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2: «РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ С НЕИЗВЕСТНЫМ».

В следующих фрагментах примерных уроков учащиеся будут решать текстовые задачи, в которых либо начало неизвестно, либо изменение неизвестно. Эти текстовые задачи находятся на 1 уровне ГЗ. Когда учителя сталкиваются с текстовыми задачами 2-го уровня в учебниках или дополнительных материалах, следует помнить, что эти задачи можно преобразовать на 1 уровень ГЗ, изменив их на

одношаговые задачи, но сохранив их тип на «начало неизвестно» или «изменение неизвестно». Учащиеся, практикующиеся в решении текстовых задач типов «начало неизвестно» и «изменение неизвестно», учатся распознавать их тип и применять стратегии для их решения. Затем этим учащимся легче перейти к задачам 2 уровня ГЗ, для решения которых требуется дополнительный шаг или более двух шагов.



Фрагмент примерного урока 1: «Решение текстовых задач с неизвестным».

Название / Тема: Составные задачи на сложение и вычитание.

Целевые классы: 1

Цель деятельности: учащиеся научатся решать задачи в два действия.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: развитие умения решать текстовые задачи является основой глубокого понимания смысла арифметических действий, их компонентов, подготовкой к решению сложных задач и формирования приемов умственной деятельности учащихся.

Связь с учебников: [Будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ◆ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня научимся решать задачи, в два действия разными способами.

Часть II. Формирование понимания у учащихся.

- ◆ **Решение задачи:** напишите нижеследующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Скажите им, что при необходимости они могут чертить или рисовать на бумаге. Можете выбрать любые составные задачи на нахождение остатка, которые учащийся должен решить, используя сложение и вычитание.

В ремонтной мастерской было 6 автомашин. Через день на ремонт поставили ещё 5 автомашин, а 4 отремонтированные автомашины вернули владельцам. Сколько машин стало в мастерской?

- ◆ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ вы получили?*
 - *Можете объяснить, как решили эту задачу?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*
- ◆ **Противоположное предположение:** скажите учащимся, что, когда эта задача была предложена другому ученику, он сказал, что ответ получится 15.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил ответ 15?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача. Скажите следующее:

- При решении задачи следует обратить внимание на условие и на вопрос задачи.
- Есть несколько способов решения этой задачи. Один из способов – сделать рисунок и пересчитать машины.
- В условии задачи сказано, что в мастерской было на ремонте 6 машин. Рисуем 6 машин.
- Далее в условии задачи сказано, что на ремонт поставили ещё 5 машин. Рисуем ещё 5 машин.
- Затем 4 машины вернули после ремонта. На рисунке 4 машины зачеркиваем.
- В задаче спрашивается, сколько машин стало в мастерской.
- Чтобы найти ответ в задаче, можно пересчитать машины, которые остались незачеркнутыми на рисунке. Их получилось 7.
- Можно записать решение по действиям:
 - 1) $6 + 5 = 11$ (м.),
 - 2) $11 - 4 = 7$ (м.)
- Можно записать выражение

$$6 + 5 - 4 = 11 \text{ (м.)}$$
- Ответ: 11 машин.



♦ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника, в которых следует найти, «сколько осталось», выполнив два действия или составив одно выражение.


- **Уровень выше:** предложите решить составную задачу, на нахождение остатка. Например,

На полке было 12 чашек. С полки на стол переставили сначала 5 чашек, а потом ещё 3 чашки. Сколько чашек осталось на полке?
- **Уровень ниже:** дайте учащимся задачи уровня 1 по ГЗ, в которых требуется только одно действие для решения.
- Пока учащиеся работают над решением задач, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости.
- Задавайте такие вопросы, как:
 - *Какая ситуация в этой задаче? Как вы ее нарисовали?*
 - *Можете ли вы объяснить свое решение?*

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ♦ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - Заранее подготовьте задачу и рисунок к ней, и прочитайте задачу учащимся.

Мама пожарила 11 котлет. За обедом Азамат съел 3 котлеты, а Жылдыз - 2 котлеты. Сколько котлет осталось?
 - Попросите учащихся поделиться своим решением с соседом.
 - Затем попросите учащихся показать:
 -  , если учащиеся легко решили задачу;
 -  , если у учащихся возникли затруднения с решением задачи;

-  , если учащиеся не понимают задачу и совсем не знают, как ее решить.
- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
- Сегодня мы решили задачи, выполнив два действия или составив одно выражение. Рисунки, которые вы нарисовали к задачам, являются хорошими помощниками в их решении. И какой бы способ вы не выбрали для решения задачи, важно понимать и уметь объяснять, как его применили.
- ◆ **Домашнее задание:**
- Дайте текстовые задачи в два действия по учебнику.
- Тем, кто затрудняется, дайте задачи с готовыми рисунками для решения, в которых выполняются вычисления с числами в пределах десяти.
- Уровень сложности домашних задач не должен превышать уровень сложности задач, рассмотренных в практической части и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.





Фрагмент примерного урока 2: «Решение текстовых задач с неизвестным»

Название / Тема: Задача с косвенным вопросом.

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: учащиеся научатся решать задачи, содержащие косвенные вопросы.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш, чертежные принадлежности.

Важность: развитие умения решать задачи является основой глубокого понимания смысла арифметических действий, их компонентов, подготовкой для решения сложных задач и формирования приёмов умственной деятельности учеников.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителем.]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня научимся решать задачи, которые содержат косвенные вопросы.

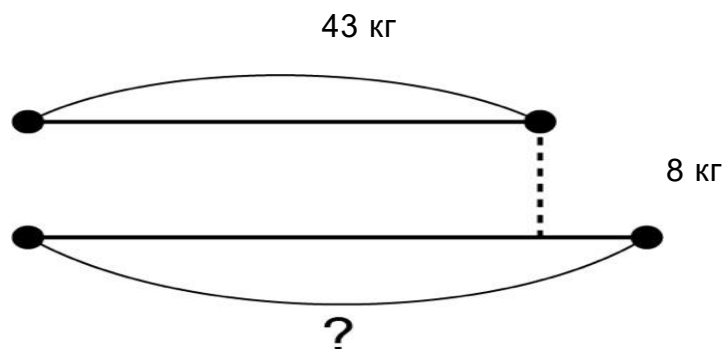
Часть II. Формирование понимания у учащихся.

- ♦ **Решение задачи:** напишите нижеследующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнёром, чтобы решить эту задачу. Скажите им, что при необходимости они могут чертить или рисовать на бумаге. Вы можете выбрать любые задачи, которые содержат косвенные вопросы.

С одного из двух ульев за год получили 43 кг мёда, а это на 8 кг меньше, чем со второго. Сколько килограммов мёда получили за год с двух ульев?

- **Совет учителю:** для дальнейшей работы с задачами, которые содержат косвенные вопросы, можно брать задачи на умножение или деление.
- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили? Можете объяснить, как вы решили эту задачу?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*
- ♦ **Противоположное предположение:** скажите учащимся, что когда это задание было предложено другому ученику, он сказал, что ответ получится 78.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил ответ 78?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ♦ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача. Скажите следующее:

- При решении задачи следует обратить внимание на условие и на вопрос задачи.
 - В задаче сказано, что с одного из двух ульев получили 43 кг меда, а это на 8 кг меньше, чем со второго.
 - С первого улья мёда собрали меньше, значит со второго улья собрали больше. А чтобы узнать, сколько собрали со второго, то, если больше, прибавляем
 $43 + 8 = 51$ (кг), узнали, сколько меда собрали со второго улья.
 - В задаче спрашивается, сколько килограммов меда получили с двух ульев. Складываем
 $43 + 51 = 94$ (кг), нашли, сколько получили меда с двух ульев.
 - Ответ: 94 кг меда.
- Второй способ решения задачи - построить схему для наглядности.
- В задаче сказано, что с одного из двух ульев получили 43 кг меда.
 - Построим отрезок, и будем считать, что его длина соответствует 43 кг, которые получили с первого улья. Причём это на 8 кг меньше, чем со второго.
 - Тогда второй отрезок будет больше, чем первый. Построим второй отрезок. Считаем, что его длина соответствует количеству килограммов мёда, который получили со второго улья, и его на 8 кг больше.






- Используя схему, найдем длину второго отрезка
 $43 + 8 = 51$ (кг), узнали, сколько килограммов меда получили со второго улья.
 - В задаче спрашивается, сколько килограммов мёда получили с двух ульев.
 - Сложив $43 + 51 = 94$ (кг), нашли, сколько всего меда получили с двух ульев.
 - Ответ: 94 кг.
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Найдите простые текстовые задачи на сложение или вычитание, которые содержат косвенный вопрос.
- **Уровень выше:** дайте учащимся задачи, в которых следует найти вторую величину, а затем сумму обеих величин. Например,

В саду собрали 36 кг яблок, что на 12 кг больше, чем груш.
Сколько всего килограммов яблок и груш собрали в саду?

- **Уровень ниже:** дайте учащимся задачи, в которых для решения требуется один шаг и уже составлена схема условия задачи.
- Пока учащиеся работают над решением задач, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Что по условию задачи больше, а тогда что - меньше? Объясните.*
 - *Можете ли вы объяснить свое решение?*

Часть III: Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - Заранее подготовьте на доске задачу в одно действие и схему к задаче, прочитайте ее учащимся.

Для украшения класса к празднику дети надули 18 белых шариков, что на 9 шариков меньше, чем зеленых. Сколько всего зеленых шариков надули дети?
 - Попросите учащихся, чтобы они поделились своим решением с соседом по парте.
 - Затем попросите учащихся показать:
 -  , если учащиеся легко решили задачу;
 -  , если у учащихся возникли затруднения с решением задачи;
 -  , если учащиеся не понимают задание и совсем не знают, как решить задачу.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Напомните учащимся, что при решении задачи, которая содержит косвенный вопрос, нужно для себя уточнить, какая из величин меньше и какая больше.
 - Обратите внимание учащихся на то, что задачу можно решить разными способами. И какой бы способ был выбран для решения задачи, важно уметь объяснять, как применен этот способ.
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Дайте домашнее задание по учебнику.
 - Найдите простые текстовые задачи на сложение или вычитание, которые содержат косвенный вопрос, и следует найти вторую величину, а затем сумму обеих величин.
 - Для тех, кто затрудняется, дайте задачи, в которых требуется для решения один шаг.
 - Уровень сложности домашних задач не должен превышать уровень сложности задач, рассмотренных в практической части и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.



ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ, РАБОТУ И СТОИМОСТЬ»



По мере развития у учащихся умения решать текстовые задачи в реальных жизненных ситуациях, они могут перейти к задачам, для решения которых требуются дополнительные знания. Три таких особых типа задач – это текстовые задачи, связанные с движением, работой и стоимостью. Эти задачи требуют, чтобы помимо понимания того, как решить текстовую задачу, учащийся обладал дополнительными знаниями, которые описаны в таблице ниже. При решении текстовых задач, связанных с движением, рисунки, схемы могут быть очень полезны для учащихся, поскольку они могут визуальнo представить себе описанную ситуацию в задаче.

Тип задачи	Дополнительные знания	Пример задачи
Движение.	Длина пути или дороги может быть представлена в виде прямой линии, измеряемой в сантиметрах, метрах и километрах. Единица измерения «сантиметр» сокращённо записывается «см», «дециметр» - «дм», «метр» - «м», «километр» - «км».	Два муравья, расстояние между которыми равно 98 см, ползли по прямой линии навстречу друг другу и встретились у хлебной крошки. Первый муравей прополз до хлебной крошки 29 см. Какое расстояние до хлебной крошки прополз второй муравей?
Работа.	Понимание единиц измерения времени. Время измеряется в секундах, минутах, часах, днях, сутках и т.д.	Катя сделала 5 одинаковых браслетов для своих подруг 60 минут. Сколько минут ей потребовалось, чтобы сделать 1 браслет?
Стоимость.	Понимание стоимости за единицу товара. Деньги в представленных единицах: сомы, рубли, доллары.	Айдар купил на рынке 12 яиц и заплатил 96 сомов. Сколько стоит 1 яйцо?

В связи с тем, что для решения текстовых задач на движение, работу и стоимость необходимы дополнительные знания, учащиеся могут столкнуться с трудностями в процессе решения этих задач. Учителя могут проверить уровень ГЗ задачи и изменить любые задачи, относящиеся ко 2 уровню ГЗ, на 1 уровень ГЗ. При этом они должны убедиться, что для решения задачи нужен лишь один шаг, и от учащегося не требуется принимать какие-либо решения по различным ситуациям и количеству ответов в задаче или интерпретировать результат на основе найденного ответа. В таблице ниже показано, как можно изменить текстовые задачи на движение, работу и стоимость, со 2 уровня ГЗ на 1 уровень ГЗ.

Тип задачи	Задача 2 уровня ГЗ	Измененная до 1 уровня ГЗ задача
Движение.	Два друга, расстояние между которыми составляло 76 м, пошли навстречу друг другу по прямой аллее и встретились у фонтана. Один из друзей прошел до фонтана 28 м. На сколько метров	Два друга, расстояние между которыми составляло 76 м, пошли навстречу друг другу по прямой аллее и встретились у фонтана. Один из друзей прошел до фонтана 35 м.

Тип задачи	Задача 2 уровня ГЗ	Измененная до 1 уровня ГЗ задача
	больше прошел до фонтана второй друг, чем первый?	Сколько метров прошел до фонтана второй друг?
Движение.	Бакыт во время утренней тренировки пробегает дистанцию в одну сторону и идет спортивным шагом обратно без остановок, затрачивая на все это 40 минут. Если он пробежит эту дистанцию туда и обратно без остановок, то затратит на это 16 минут. За сколько минут Бакыт пройдет эту дистанцию туда и обратно спортивным шагом без остановок?	Бакыт во время утренней тренировки пробежал дистанцию в одну сторону за 10 минут, после бега он отдохнул 3 минуты, а обратно прошел спортивным шагом за 25 минут. Сколько всего минут Бакыт потратил на утреннюю тренировку?
Движение.	Поезд прошел 230 км без остановок за 3 часа. За первый час он прошел 78 км, за второй час – на 3 км меньше, чем за первый. Какое расстояние прошел поезд за третий час?	Поезд прошел 230 км без остановок за 2 часа. За первый час он прошел 118 км. Какое расстояние проехал поезд за второй час?
Работа.	Ветеринару Муслиму требуется 70 минут, чтобы сделать прививки 14 телятам, и 84 минуты, чтобы сделать прививки 12 жеребят. Что занимает у Муслима меньше времени: сделать прививку одному теленку или сделать прививку одному жеребенку?	Ветеринару Муслиму требуется 70 минут, чтобы сделать прививки 14 телятам, Сколько времени нужно Муслиму, чтобы сделать прививку одному теленку?
Работа.	С 15 одинаковых теплиц собрали в прошлом году 450 т огурцов, а в этом году - 480 т. На сколько тонн повысилась урожайность огурцов с одной теплицы в этом году, по сравнению с прошлым годом?	С 15 одинаковых теплиц собрали в этом году 480 т огурцов. Сколько тонн огурцов собрали в этом году с одной теплицы?
Работа.	Ученик работал 6 дней, ремонтируя по 10 стульев в день, а мастер сделал такую же работу за 4 дня. По сколько стульев в день ремонтировал мастер?	Ученик работал в мастерской 6 дней, ремонтируя по 10 стульев в день. Сколько всего стульев он отремонтировал за эти дни?
Стоимость.	Эрик заплатил 220 сомов за 4 литра молока и 231 сом за 6 литров газированной воды. На сколько сомов 1 литр молока дороже, чем 1 литр газированной воды?	Эрик заплатил 220 сомов за 4 литра молока. Сколько стоит 1 литр молока?
Стоимость.	У Нади было 100 сомов. Она купила два альбома по 17 сомов каждый и три пачки фломастеров	Надя купила альбом за 17 сомов и пачку фломастеров за 22 сома. Сколько сомов заплатила за покупку Надя?

Тип задачи	Задача 2 уровня ГЗ	Измененная до 1 уровня ГЗ задача
	по 22 сома каждая. Сколько сомов осталось у Нади?	
Стоимость.	Толе нужно купить тетради по 17 сомов каждая. У него есть 100 сомов. На сколько тетрадей хватит денег Толи? Сколько сомов надо добавить, чтобы купить еще одну тетрадь?	Толя купил 3 тетради по 17 сомов каждая. Сколько сомов заплатил Толя?



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4: «РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ, РАБОТУ И СТОИМОСТЬ»

В следующих фрагментах примерных уроков можно применить стратегию «Объяснение и обоснование», чтобы помочь учащимся решать текстовые задачи на движение, работу и стоимость. Поскольку для решения этих типов задач требуется дополнительная информация, задачи могут показаться учащимся более сложными. Некоторые из задач в следующих фрагментах примерных уроков относятся к уровню 2 по ГЗ. Учителя должны уметь определять 2 уровень ГЗ текстовых задач и быть готовыми изменить эти задачи до 1 уровня ГЗ, для тех учащихся, которые испытывают трудности при их решении. Учителям также может потребоваться изменить уровень задач по ГЗ, с которыми они сталкиваются в своем учебнике или дополнительных материалах, чтобы учащиеся могли успешно справиться с различными типами текстовых задач на движение, работу и стоимость. Учителя могут изменять задачи с 1 уровня ГЗ на задачи 2 уровня ГЗ, чтобы учащиеся могли продвигаться к задачам более высокого уровня по мере обретения уверенности в решении задач.



Фрагмент примерного урока 3: «Решение текстовых задач на движение работу и стоимость»

Название/Тема: Задачи на нахождение расстояния.

Целевые классы: 2.

Цель деятельности: учащиеся будут решать задачи на нахождение расстояния с использованием чертежа.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: умение решать задачи на нахождение расстояния дает возможность подготовить учащихся к решению более сложных задач на движение, а также закрепляет идеи функциональной зависимости, которые будут изучаться в старших классах.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителем.]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ◆ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем решать задачи на нахождение расстояния с использованием чертежа.

Часть II. Формирование понимания у учащихся.

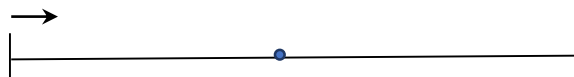
- ◆ **Решение задачи:** напишите нижеследующую задачу на доске.
 - Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Скажите им, что при необходимости они могут чертить или рисовать на бумаге. Можете выбрать любые задачи, по условиям которых учащиеся должен найти расстояние с использованием чертежа.

Две девочки бежали навстречу друг другу с двух концов дорожки. Одна девочка пробежала до встречи 20 м, а другая на 8 м больше, чем первая. Какой длины была эта дорожка?

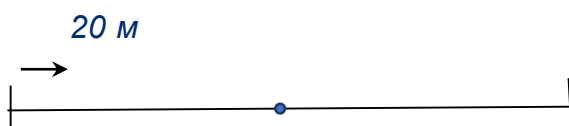
- ◆ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили? Можете объяснить, как вы решили эту задачу?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*
- ◆ **Противоположное предположение:** скажите учащимся, что один ученик из другой школы сказал, что ответ получится 28 м.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил ответ 28 м?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.

Скажите следующее:

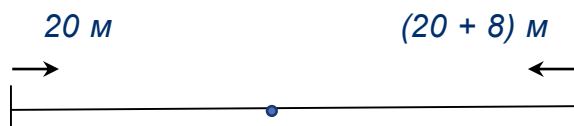
- При решении задачи следует обратить внимание на условие задачи и на ее вопрос.
- Есть много способов решения этой задачи. Один из способов – сделать чертеж к задаче.
- В задаче сказано, что две девочки бежали навстречу друг другу с двух концов дорожки. Строим отрезок и отмечаем на нем точку.



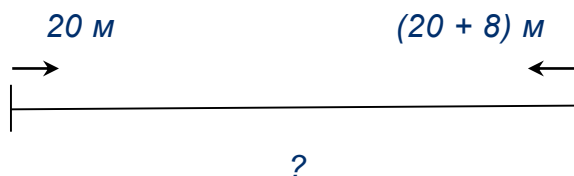
- Далее в задаче сказано, что одна девочка пробежала до встречи 20 м. Выделяем одну часть отрезка и запишем сверху 20 м.



- Другая пробежала на 8 м больше. Отметим вторую часть отрезка и запишем сверху $(20+8)$ м.



- В задаче спрашивается, какой длины была эта дорожка. Найдем длину всего отрезка - расстояние, пройденное двумя девочками, сложив длины его частей. Получилось 48 м.



- Запишем выражение: $20+(20+8)=48$ (м).
- Ответ: 48 м.

♦ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника.

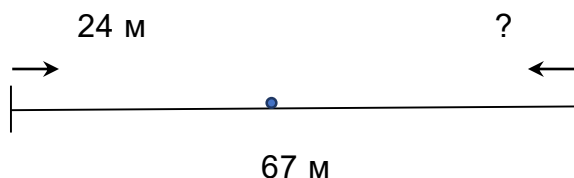
- Найдите простые текстовые задачи на сложение или вычитание, в которых нужно найти пройденное расстояние или разницу пройденных расстояний.
- Пока учащиеся работают над задачами, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - Как вы решили задачу?
 - Можете ли вы объяснить свое решение?
- **Уровень выше:** дайте учащимся задачу, где следует ответить на вопрос, построив к ней чертёж. Например,
- Два мальчика пошли навстречу друг другу с разных концов аллеи длиной 60 м. Один мальчик прошел до встречи 25 м. На сколько метров больше прошел до встречи второй мальчик?
- **Уровень ниже:** дайте учащимся задачи, где требуется для решения задачи один шаг.

Часть III. Оценивание результатов обучения.

♦ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**

- Заранее подготовьте на доске схему задачи в одно действие. Объясните задачу учащимся.

Два мальчика шли навстречу друг другу с противоположных концов прямолинейной дорожки длиной 67 метров. Первый мальчик прошел до места встречи 24 метра. Сколько метров прошел до встречи второй мальчик?



- Попросите учащихся, подумать, а затем записать решение у себя в тетради и поднять тетрадь того из них, кто выполнил задание.
 - Попросите их поработать в паре со своим соседом по парте, чтобы объяснить друг другу, как они решили задачу.
 - Осмотрите класс и обратите внимание на тех, кто испытывает трудности.
- ♦ **Повторите** пройденное и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
- Скажите учащимся:
 - *Мы научились решать задачи с использованием чертежа, так как он дает наглядное представление о ситуации в задаче и является хорошим помощником в ее решении.*
- ♦ **Домашнее задание:**
- Дайте домашнее задание из учебника.
 - Найдите простые текстовые задачи на сложение или вычитание, в которых нужно найти пройденное расстояние или разницу пройденных расстояний.
 - Тем, кто затрудняется, можно дать задачи, где требуется для решения один шаг, и для нее уже выполнен чертеж.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровень сложности задач, рассмотренных в практической части и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.





Фрагмент примерного урока 4: «Решение текстовых задач на движение работу и стоимость»

Название/Тема: Задачи, связанные с выполненной работой.

Целевые классы: 3.

Цель деятельности: учащиеся научатся решать задачи на вычисление производительности труда и на выполненную работу.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: умение решать задачи на нахождение производительности труда и на выполненную работу дает возможность подготовить учащихся к решению более сложных задач на работу, а также закрепляет идеи функциональной зависимости, которые будут изучаться в старших классах.

Связь с учебников: [Будет заполнено позже учителем.]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ◆ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня научимся решать задачи, связанные с выполненной работой.

Часть II. Формирование понимания у учащихся.

- ◆ **Решение задачи:** напишите нижеследующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Можно выбрать любые задачи, по условиям которых учащийся должен найти производительность труда или выполненную работу.

Пекарня каждый день выпекала одно и то же количество хлеба. За три дня испекли 705 булок. Сколько булок хлеба выпекалось каждый день?

- ◆ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили? Можете объяснить, как вы решили эту задачу?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*
- ◆ **Противоположное предположение:** скажите учащимся, что один ученик 3 класса из другой школы сказал, что ответ получится 2115.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил ответ 2115?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.
 - При решении задачи следует обратить внимание на условие задачи и на ее вопрос. Скажите следующее:
 - В условии задачи сказано, что за три дня испекли 705 булок.

- В задаче спрашивается, сколько булок хлеба выпекалось каждый день.
 - Узнаем, сколько булок выпекалось каждый день за эти три дня.
 - Так как пекарня каждый день выпекала одно и то же количество хлеба, то количество булок, которые выпекались каждый день за эти три дня получим, разделив 705 поровну на три дня
 $705 : 3 = 235$ (б.).
 - Ответ: 235 булок.
- ♦ **Практика:** попросите учащихся решить из учебника похожие задачи на нахождение производительности труда, количества выполненной работы за определённое время или время, за которое выполнена определённая работа при известной производительности труда.
- **Уровень выше:** дайте учащимся более сложные задачи на производительность. Например,
В мастерской за 5 дней сшили 15 костюмов, при этом костюмов шили каждый день поровну. Сколько таких же костюмов сошьют в мастерской за 20 дней при тех же условиях?
 - **Уровень ниже:** дайте учащимся задачи на производительность, которые решаются в одно действие и в которых легко выполняется действие деление. Например,
Фермер собрал 75 акров пшеницы за 3 дня. Он собирал одинаковое количество акров каждый день. Сколько акров пшеницы собирал фермер за 1 день?
 - Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Что вы нашли сначала? Объясни, почему.*
 - *Можете ли вы объяснить свое решение?*

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ♦ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание**
 - Заранее подготовьте на доске задачу в одно действие, где нужно найти производительность труда и прочитайте задачу учащимся. Например,
Токарь каждый день изготавливает одинаковое количество деталей. Если он за день делает 15 деталей, то сколько деталей он изготовит за 3 дня?
 - Попросите учащихся, подумать, а затем записать решение у себя в тетради и поднять тетрадь того, кто выполнил задание.
 - Попросите их обратиться к своему соседу по парте и объяснить друг другу, как они решили задачу.
 - Осмотрите класс и обратите внимание на того, кто испытывает трудности.
- ♦ **Повторите** пройденное и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Скажите учащимся:
 - *Мы научились решать задачи, в которых нужно было найти производительность труда или выполненную работу. Важно помнить,*

что производительность труда – это работа, выполненная за единицу времени, и чтобы ее найти, нужно выполненную работу разделить на время. Чтобы найти работу нужно производительность умножить на время, а чтобы найти время нужно работу разделить на производительность.

◆ **Домашнее задание:**

- Дайте задание из учебника.
- Найдите простые текстовые задачи на нахождение производительности труда и количества выполненной работы за определенное время или на нахождение времени, за которое выполнена определённая работа при известной производительности труда.
- Для тех, кто затрудняется, можно дать задачи в одно действие, где требуется найти производительность труда.
- Уровень сложности домашних заданий не должен превышать уровень сложности задач, рассмотренных в практической части и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.





Дополнительный фрагмент примерного урока: «Решение текстовых задач на движение»

Название/Тема: Задачи на движение.

Целевые классы: 4.

Цель деятельности: учащиеся будут решать задачи на движение с использованием чертежа.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: умение решать задачи на движение дает возможность подготовить учащихся к решению более сложных задач, а также закрепляет идеи функциональной зависимости, которые будут изучаться в старших классах.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителем.]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем решать задачи на разные виды движения с использованием чертежа.

Часть II. Формирование понимания у учащихся.

- ♦ **Решение задачи:** напишите нижеследующую задачу на доске.
 - Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Скажите им, что при необходимости они могут чертить или рисовать на бумаге. Можно выбрать любые задачи, по условиям которых учащиеся должен найти пройденный путь с использованием чертежа.

Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из городов Бишкек и Токмак, расстояние между которыми равно 75 км. Скорость первого велосипедиста 15 км/ч. Велосипедисты встретились через 3 ч. Какое расстояние будет между велосипедистами через 2 ч после встречи, если они продолжают движение?

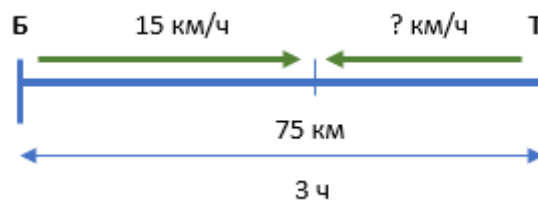
- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили? Можете объяснить, как вы решили эту задачу?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*
- ♦ **Противоположное предположение:** скажите учащимся, что один ученик из другой школы сказал, что ответ получится 40 км.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил ответ 40 км?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ♦ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.

Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из городов Бишкек и Токмак, расстояние между которыми равно 75 км. Скорость первого велосипедиста 15 км/ч. Велосипедисты встретились через 3 ч. Какое расстояние будет между велосипедистами через 2 ч после встречи, если они продолжают движение?

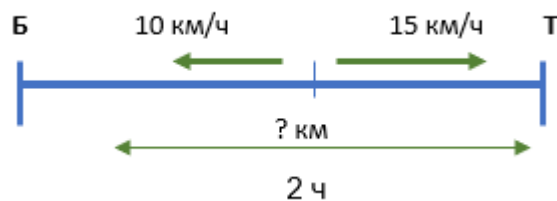
- Обратим внимание на следующие ключевые моменты в условии задачи:

Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из городов Бишкек и Токмак. Здесь идет речь о встречном движении, потому что в условии задачи говорится о двух велосипедистах, которые движутся навстречу друг другу.

- После встречи два велосипедиста движутся в противоположных направлениях, удаляются друг от друга. Это другой вид движения - в противоположных направлениях.
- Сделаем первый чертеж к нашей задаче, когда велосипедисты движутся навстречу друг другу. На чертеже отрезком обозначим расстояние между городами. Оно известно, запишем под отрезком 75 км. Скорость первого велосипедиста 15 км/ч, а скорость второго неизвестна.
- Знаем, что велосипедисты выехали из городов навстречу друг другу одновременно и встретились через 3 часа, значит, каждый из них был в пути 3 часа.
- Покажем все это на чертеже.



- Чтобы найти скорость второго велосипедиста, надо узнать, какое расстояние он проехал.
- Найдем какое расстояние проехал первый велосипедист до встречи. Умножим его скорость на его время в пути: $15 \cdot 3 = 45$ (км).
- Теперь, найдем какое расстояние проехал второй велосипедист, $75 - 45 = 30$ (км).
- Знаем путь, который проехал второй велосипедист, значит, могу найти его скорость: $30 : 3 = 10$ (км/ч).
- В условии задачи сказано, что велосипедисты встретились и движутся в противоположных направлениях. В задаче спрашивается, какое расстояние будет между велосипедистами через 2 часа после встречи, если они продолжают движение. Покажем это на чертеже.



- Знаем скорость и время обоих велосипедистов, и можем найти, какой путь проехал каждый из них, когда они двигались в противоположных направлениях.
 - Умножим скорость на время в пути первого велосипедиста: $15 \cdot 2 = 30$ (км).
 - Теперь, найдем, какое расстояние проехал второй велосипедист: $10 \cdot 2 = 20$ (км).
 - Найдем расстояние, которое будет между велосипедистами через 2 часа после встречи: $30 + 20 = 50$ (км).
 - Запишем ответ: 50 (км).
- ♦ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника.
- Найдите текстовые задачи на движение навстречу друг другу или в противоположных направлениях. Пока учащиеся работают над решением задач, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
- Как вы решили задачу?
 - Можете ли вы объяснить свое решение?
- **Уровень выше:** дайте учащимся задачу, где следует ответить на вопрос, построив к ней чертёж. Например,

Марат и Адилет побежали навстречу друг другу, когда расстояние между ними было 180 м, и встретились через 15 с. Скорость Марата 7 м/с. Какое расстояние будет между Адилетом и Маратом через 10 с после встречи, если они продолжат бег?

Уровень ниже: дайте учащимся задачи, где требуется для решения задачи один шаг и следует найти пройденный путь по данной скорости и затраченному времени или др.

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ♦ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - Заранее подготовьте на доске текст и схему задачи. Объясните задачу учащимся.

Микроавтобус проезжает 420 км из г. Бишкек до г. Каракол за 7 часов. Такси этот же путь проезжает за 5 часов. Микроавтобус и такси выехали из г. Бишкек одновременно. Какое расстояние будет между микроавтобусом и такси через 3 часа после выезда?

- Попросите учащихся, подумать, а затем записать решение у себя в тетради и поднять тетрадь того из них, кто выполнил задание.
- Попросите их поработать в паре со своим соседом по парте, чтобы объяснить друг другу, как они решили задачу.
- Осмотрите класс и обратите внимание на тех, кто испытывает трудности.

- ◆ **Повторите** пройденное и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Скажите учащимся:
 - *Мы научились решать задачи на разные виды движения (навстречу друг другу, в противоположных направлениях и в одном направлении). При этом использовали чертеж, так как он дает наглядное представление о направлениях движения, описанных в задаче, и является хорошим помощником в ее решении.*
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Дайте домашнее задание из учебника.
 - Найдите простые текстовые задачи, в которых нужно найти пройденный путь, где движение навстречу или в противоположных направлениях.
 - Тем, кто затрудняется, можно дать задачи, где требуется для решения один шаг, и для нее уже выполнен чертеж.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровень сложности задач, рассмотренных в практической части и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.

ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ: РЕШЕНИЕ СОСТАВНЫХ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТРАТЕГИИ «ОБЪЯСНЕНИЕ И ОБОСНОВАНИЕ»



Составные текстовые задачи – это текстовые задачи, для решения которых требуется более одного действия. Ниже приведен пример составной задачи на стоимость. Для ее решения необходимо выполнить два действия.

Коля купил зубную пасту стоимостью 72 сома и шампунь стоимостью 225 сомов. Он использовал купон для скидки в 30 сомов от общей стоимости покупки. Сколько сомов он заплатил?

- ◆ Первое действие – сложение $72 + 225 = 297$.
- ◆ Второе действие – вычитание $297 - 30 = 267$.

Трудность в решении составных задач состоит в определении необходимых для решения действий, а также порядка их выполнения. Учащийся может использовать несколько методов для анализа информации в составной задаче, включая использование модели, создание рисунка и диаграммы.

Составные текстовые задачи становятся все более сложными по мере увеличения количества требуемых математических действий. Текстовые задачи, для решения которых требуется более одного действия, находятся на 2 уровне ГЗ. Сложность задачи уменьшается до 1 уровня ГЗ, когда для решения требуется только один шаг или действие. Сложность задачи возрастает до 3 уровня ГЗ, если учащимся необходимо принять решение о способе решения задачи или ее результатах. В таблице ниже приведены примеры того, как учителя могут изменить составную задачу 2 уровня ГЗ, на задачу 1 уровня ГЗ для учащихся, испытывающих трудности, или на задачу 3 уровня ГЗ для более продвинутых учащихся, которым необходим вызов.

Задача 2 уровня ГЗ. Составная задача с решением в два действия	Измененная до 1 уровня ГЗ задача. Задача с решением в одно действие	Измененная до 3 уровня ГЗ задача. Составная задача с решением в несколько действий и принятием решения
Коля купил зубную пасту стоимостью 72 сома и шампунь стоимостью 225 сомов. Он использовал купон, для скидки в 30 сомов от общей стоимости покупки. Сколько сомов он заплатил?	Коля купил зубную пасту стоимостью 72 сома и шампунь стоимостью 225 сомов. Сколько сомов он заплатил?	Коля хочет купить зубную пасту за 72 сома, шампунь за 225 сомов, и конфеты за 50 сомов. У него есть купон на скидку в 30 сомов. У него в кармане лежат монеты на сумму 230 сомов. Какие два предмета может купить Коля и потратить наибольшую сумму, которая возможна?
Принцесса Фиона пригласила в свой день рождения 58 гостей, но 4 гостя	Принцесса Фиона пригласила в свой день рождения 56 гостей.	Принцесса Фиона пригласила в свой день рождения 58 гос-

Задача 2 уровня ГЗ. Составная задача с решением в два действия	Измененная до 1 уровня ГЗ задача. Задача с решением в одно действие	Измененная до 3 уровня ГЗ задача. Составная задача с решением в несколько действий и принятием решения
<p>не смогли прийти. Всех гостей рассадили поровну за 9 столов в зале. Сколько гостей сидело за каждым столом в день рождения Фионы?</p>	<p>Всех гостей рассадили поровну по 8 человек за стол в зале. Сколько столов расставили в зале в день рождения Фионы?</p>	<p>тей. В зале расставили 8 столов для гостей. Как рассадить гостей, если за каждый стол помещается 6 человек или 8 человек?</p>
<p>Дима и Оля вышли из школы вместе. Длина шага Димы 8 дм, а Оли – 6 дм. Если каждый свой шаг Дима и Оля будут делать одновременно, то на сколько метров Дима обгонит Олю через 200 шагов.</p>	<p>Дима вышел из школы домой. Длина его шага 8 дм. На сколько метров Дима отойдет от школы, сделав 250 шагов?</p>	<p>Дима и Оля вышли из школы вместе. Длина шага Димы 8 дм, а Оли – 6 дм. Через 200 шагов Дима уменьшил длину своего шага в два раза. Если каждый свой шаг Дима и Оля делают одновременно, то сколько шагов нужно сделать Оле, чтобы догнать Диму?</p>
<p>Бермет купила 3 пирожных по 12 сомов и 2 шоколадки по 25 сомов, чтобы угостить подруг. Сколько сомов заплатила Бермет?</p>	<p>Бермет купила пирожное за 12 сомов и шоколадку за 25 сомов. Сколько сомов заплатила Бермет за эти сладости?</p>	<p>Бермет хочет купить одинаковые пирожные и шоколадки для себя и четырех подруг. Каждое пирожное стоит 12 сомов, а шоколадка - 25 сомов. Сколько пирожных и шоколадок может купить Бермет на 250 сомов?</p>



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6: «РЕШЕНИЕ СОСТАВНЫХ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ»

Стратегия «Объяснение и обоснование» хорошо применима для учащихся, которые решают составные текстовые задачи, потому что могут быть различные способы решения, которые используют учащиеся, что способствует оживленной дискуссии в классе. В следующих фрагментах примерных уроков рассматриваются задачи на 2 и 3 уровнях ГЗ. По мере наблюдения за учащимися в их попытках решить эти задачи, учителям, возможно, придется корректировать уровень ГЗ либо вниз, либо вверх. По мере продолжения работы с учащимися, используя текстовые задачи из учебников или дополнительных материалов, учителям следует определяться с уровнями ГЗ этих задач, и быть готовыми корректировать их по мере необходимости для учащихся, испытывающих трудности или для продвинутых.



Фрагмент примерного урока 5: «Решение составных текстовых задач»

Название/Тема: Задача на нахождение третьего слагаемого.

Целевые классы: 1–2.

Цель деятельности: учащиеся научатся решать задачи на нахождение третьего слагаемого.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: развитие умения решать текстовые задачи способствует повышению вычислительной культуры, формированию приемов умственной деятельности, а также дает возможность подготовить учащихся к решению более сложных задач, которые будут рассматриваться в старших классах.

Связь с учебником: [Будет заполнено позже учителем.]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня научимся решать задачи на нахождение третьего слагаемого.

Часть II. Формирование понимания у учащихся.

- ♦ **Решение задачи:** напишите нижеследующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Скажите им, что при необходимости они могут чертить или рисовать на бумаге. Можно выбрать любые задачи на нахождение третьего слагаемого.

В фотоальбоме всего 18 страниц. Семейные фотографии занимают 6 страниц. Пейзажи занимают 4 страницы, а остальные страницы пустые. Сколько пустых страниц в фотоальбоме?

- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ Наводящие вопросы:
 - *Какой ответ получили?*
 - *Можете объяснить, как решили эту задачу?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*
- ♦ **Противоположное предположение:** скажите учащимся, что, когда эта задача была предложена для решения другому ученику, он сказал, что ответ получится 28.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил ответ?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ♦ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача. Скажите следующее:
 - *При решении задачи следует обратить внимание на условие задачи и на ее вопрос.*

- Есть много способов решения этой задачи. Один из способов – сделать рисунок к задаче.
- В задаче сказано, что в фотоальбоме всего 18 страниц. Рисуем 18 страниц. Будем рисовать по одной палочке для каждой страницы.

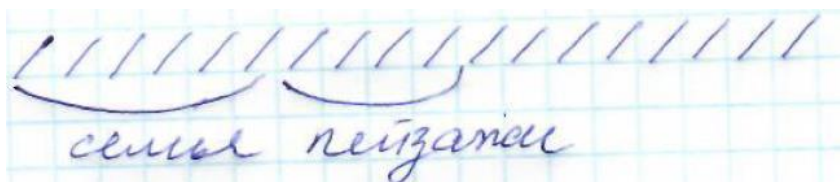
Вы можете использовать все, что угодно, кружки, линии и др., чтобы быстро нарисовать.



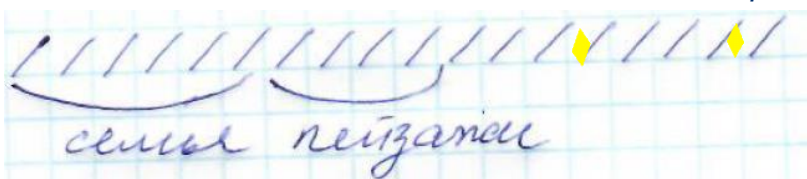
- Семейные фотографии занимают 6 страниц, выделяем их на рисунке.



- Пейзажи занимают 4 страницы. Выделяем на рисунке следующие 4 страницы.



- В задаче спрашивается, сколько пустых страниц осталось в фотоальбоме. Посчитаем оставшиеся невыделенные страницы, их 8.



- Можно записать числовое выражение $18 - 6 - 4 = 8$ (стр.).

Ответ: 8 пустых страниц.

- Второй способ решить задачу:

- Составим сумму $6 + 4 = 10$ (стр.). Узнали количество страниц, занятых семейными фотографиями или пейзажами.
- Составим разность $18 - 10 = 8$ (стр.). Узнали, сколько пустых страниц осталось в фотоальбоме.
- Ответ: 8 пустых страниц.

- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Найдите простые текстовые задачи, в которых известна сумма и два слагаемых, и нужно найти третье слагаемое.




- Пока учащиеся работают над решением задач, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости.
- Задавайте такие вопросы, как:
 - Какая ситуация в задаче? Вы нарисовали это?
 - Можете ли вы объяснить свое решение?
- **Уровень выше:** дайте задачу, в которой следует найти третье слагаемое. Например,

У трех мальчиков 11 яблок. У первого 4 яблока, у второго столько же. Сколько яблок у третьего мальчика?

- **Уровень ниже:** дайте учащимся задачи:
 - уровня 1 по ГЗ, которые решаются в одно действие. Например, известна сумма и требуется найти второе слагаемое;
 - уровня 1 по ГЗ, в которой известна сумма и два слагаемых, требуется найти третье слагаемое и при этом имеется готовый рисунок.

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - Заранее подготовьте на доске схему задачи на нахождение третьего слагаемого и прочитайте ее учащимся:

У Ани 11 наклеек: 3 с цветами, 4 с птицами и несколько с единорогом. Сколько наклеек с единорогом у Ани?
 - Попросите учащихся, чтобы они поделились своим решением с соседом по парте. Затем попросите показать:
 -  , если учащиеся легко решили задачу;
 -  , если у учащихся возникли затруднения с решением задачи;
 -  , если учащиеся не понимают задание и совсем не знают, как решить задачу.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя тех, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Напомните учащимся, что они решали задачи на нахождение третьего слагаемого, и рисунок к задаче является хорошим помощником в ее решении.
 - Важно, что какой бы способ решения ни использовали, главное, чтобы они смогли объяснить свое решение.
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Дайте задание по учебнику.
 - Найдите простую задачу, в которой известна сумма и два слагаемых, нужно найти третье слагаемое.
 - Тем, кто затрудняется, дайте задачи, в которых:
 - известна сумма и требуется найти второе слагаемое;
 - известна сумма, два слагаемых, и требуется найти третье слагаемое, но составлена схема или имеется рисунок.
 - Уровень сложности домашних задач не должен превышать уровень сложности задач, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.





Фрагмент примерного урока 6: «Решение составных текстовых задач»

Название/Тема: Решение составных задач в реальных жизненных ситуациях.

Целевые классы: 3–4.

Цель деятельности: учащиеся будут применять математические навыки и умения для решения несложных составных задач в реальной жизненной ситуации.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: развитие умения решать составные текстовые задачи способствует повышению вычислительной культуры, формированию приемов умственной деятельности, формированию умения строить математические модели, развитию логического мышления, дальнейшего формирования готовности учащихся использовать усвоенные знания, умения и способы деятельности в реальной жизни для решения практических задач.

Связь с учебников: [Будет заполнено позже учителем.]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем решать задачи в несколько действий, с которыми вы можете встретиться в реальной жизни.

Часть II. Формирование понимания у учащихся.

- ♦ **Решение задачи:** напишите нижеследующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Скажите, что при необходимости они могут чертить или рисовать на бумаге. Можно выбрать любые составные задачи, близкие к задачам в реальной жизненной ситуации.

В заповеднике Арсланбоб в первый день собрали 8 кг грецких орехов, во второй день собрали на 4 кг орехов больше, чем в первый день, а в третий день количество собранных орехов было увеличено в 2 раза по сравнению с общим количеством орехов, собранных в первый и второй дни. Сколько всего килограммов орехов собрали за три дня?

- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили? Можете объяснить, как вы решили эту задачу?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*
- ♦ **Противоположное предположение:** скажите учащимся, что когда эта задача была предложена другому ученику, он сказал, что ответ получится 40 кг.
 - Спросите у учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил ответ 40 кг?*

- *Что бы вы сказали этому ученику?*

♦ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача. Скажите следующее:

- При решении задачи следует обратить внимание на условие задачи и на ее вопрос.
- Есть несколько способов решения этой задачи. Вот один из способов. Сначала составим таблицу, чтобы отслеживать сколько килограммов орехов собирали каждый день. Эта таблица поможет помнить, что мы уже узнали и легче определять, что еще нужно выяснить.

Первый день	Второй день	Третий день

- Знаем по условию, что в первый день собрали 8 кг орехов. Запишем это в таблицу

Первый день	Второй день	Третий день
8 кг		

- В задаче сказано, что во второй день собрали на 4 кг орехов больше, чем в первый день. Знаем, что в первый день собрали 8 кг, прибавим 4 кг, чтобы узнать сколько собрали во второй день $8 + 4 = 12$ (кг). *Запишем в таблицу*

Первый день	Второй день	Третий день
8 кг	12 кг	

- Посмотрев на таблицу, можем вычислить общее количество килограммов орехов, собранных за первый и второй день вместе $8 + 12 = 20$ (кг).
- В условии задачи говорится, что в третий день количество собранных орехов было увеличено в 2 раза по сравнению с общим количеством орехов, собранных в первый и второй дни. Знаем, что за два дня было собрано 20 кг. Если увеличим в 2 раза, получится 40 кг.

Увеличить в 2 раза можно умножив $20 \cdot 2 = 40$ (кг) или сложив $20 + 20 = 40$ (кг). *Запишем в таблицу*

Первый день	Второй день	Третий день
8 кг	12 кг	40 кг




- В задаче спрашивается, сколько всего килограммов орехов собрали за три дня? Составляем сумму $8 + 12 + 40 = 60$ (кг).
- Узнали, сколько всего килограммов орехов собрали за три дня.
- Ответ: 60 кг.

- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Найдите простые текстовые задачи, в которых известны два или три слагаемых и нужно найти сумму.
 - **Уровень выше:** дайте задачу, в которой следует найти общее количество-сумму, предварительно определив одно или несколько слагаемых. Например,

Швея купила одинаковые фиолетовые пуговицы для рубашек и платьев: на 5 рубашек по 8 пуговиц и на столько же платьев по 3 пуговицы. Сколько всего пуговиц купила швея?
 - **Уровень ниже:** дайте учащимся:
 - задачи с известным слагаемым и нужно найти сумму;
 - задачи на нахождение суммы, в которых одно слагаемое известно, а другое предварительно необходимо определить.
 - Пока учащиеся работают над задачей, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Какая ситуация была в задаче?*
 - *Можете ли вы объяснить свое решение?*

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - Заранее подготовьте на доске схему составной задачи в два действия, в которой известна сумма и найдено одно из слагаемых, требуется найти второе слагаемое. Например,

На поле 8 человек собрали по 5 кг моркови каждый и поместили в один ящик. Сколько килограммов моркови можно ещё досыпать в этот ящик, если всего в него вмещается 73 кг?
 - Прочитайте задачу учащимся.
 - Попросите учащихся, чтобы они поделились своим решением с соседом по парте.
 - Затем попросите показать:
 -  , если учащиеся легко решили задачу;
 -  , если у учащихся возникли затруднения с решением задачи;
 -  , если учащиеся не понимают задание и совсем не знают, как решить задачу.
 - Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Напомните учащимся, что они решали составные задачи, в которых задействованы все арифметические действия.
 - Важно, что какой бы способ решения не был использован, главное - уметь объяснить свое решение.
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Дайте задание из учебника.

- Задачу, где следует найти общее количество-сумму, предварительно определив одно или несколько слагаемых.
- Тем, кто затрудняется дайте задачу, в которой известны слагаемые и нужно найти сумму или известна сумма и найдено одно из слагаемых, требуется найти второе слагаемое.
- Уровень сложности задач не должен превышать уровень сложности задач, рассмотренных на практической части, и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.



КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ

«Решение текстовых задач.
Текстовые задачи с неизвестным».
Фрагмент примерного урока 1. «Составные задачи на сложение и вычитание». 1 класс.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Умение решать задачи в два действия. • Анализ и составление модели сложных задач. 	<Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.>	<Заполняется учителем.>	Решение задач, в которых следует найти, сколько осталось, выполнив два действия или составив одно выражение.	<p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Условие, вопрос, решение задачи (1 класс). • Простые задачи на увеличение и уменьшение числа, на разностное сравнение (1 класс). • Составные задачи на сложение, вычитание (1 класс). <p>6. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K3: 1.6.3, ○ K4: 1.6.4.

«Решение текстовых задач.
Текстовые задачи с неизвестным».
Фрагмент примерного урока 2. «Задача с косвенным вопросом». 3–4 классы.

Стратегия	Навык и вторичный навык.	Месяц / Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Умение решать составные задачи на сложение и вычитание, содержащие косвенные вопросы. ● Умение решать составные задачи на умножение и деление, содержащие косвенные вопросы. 	<p><Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Решение задач на все арифметические действия, которые содержат косвенный вопрос.</p>	<p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Составные задачи на все арифметические действия, разностное и кратное сравнение <ul style="list-style-type: none"> ○ (3, 4 классы). ● Решение задач при помощи составления выражения <ul style="list-style-type: none"> ○ (3 класс). <p>6. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 3 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ К1: 3.6.1; ○ К2: 3.6.2.

«Решение текстовых задач.
Текстовые задачи на движение, работу и стоимость».
Фрагмент примерного урока 3. «Задачи на нахождение расстояния». 2 класс.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности
<p>Основная: и «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> Решение задач на нахождение расстояния с использованием чертежа. Решение задач на движение и понимание идеи функциональной зависимости. 	<Семестр или сроки, в течение которого проводятся уроки.>	<Заполняется учителем.>	<p>Решение задач на сложение или вычитание, в которых нужно найти пройденное расстояние или разницу пройденных расстояний.</p>	<p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> Составные задачи, содержащие отношения «больше на», «меньше на», «на сколько больше», «на сколько меньше», нахождение третьего слагаемого (2 класс). Решение задач при помощи составления выражения. (2-класс) <p>6. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> 2 класс. K2. 2.6.2; K4. 2.6.4.

«Решение текстовых задач.
Текстовые задачи на движение, работу и стоимость».
Фрагмент примерного урока 4. «Задачи на производительность труда». 3 класс.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> Решение задачи на вычисление производительности труда. Решение задач на работу и понимание идеи функциональной зависимости. 	<p><Семестр или сроки, в течение которого проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Решение задач на нахождение производительности труда, количества выполненной работы за определенное время или времени, за которое выполнена определённая работа при известной производительности труда. 1.</p>	<p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> Задачи на определение начала, конца и продолжительности события (3 класс). Составные задачи на смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение (3-класс). <p>6. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> 3 класс. K1: 3.6.1; K4: 3.6.4.

«Решение текстовых задач.
Составные текстовые задачи».
Фрагмент примерного урока 5. «Задача на нахождение третьего слагаемого». 1–2 классы.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Решение задач на нахождение третьего слагаемого в два действия. • Решение более сложных задач с выполнением трех действий. 	<p><Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Решение составных текстовых задач, в которых известна сумма и два слагаемых, и нужно найти треть слагаемого, выполнив два действия или составив выражение.</p>	<p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> • Условие, вопрос, решение задачи (1 класс). • Простые задачи на увеличение и уменьшение числа, на разностное сравнение (1 класс). • Составные задачи на сложение, вычитание (1 класс). • Решение задач при помощи составления выражения (2 класс). <p>6. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 2 класс. ○ K2: 2.6.2; ○ K4: 2.6.4.

«Решение текстовых задач.
Составные текстовые задачи».
Фрагмент примерного урока 6. «Решение составных задач в реальных жизненных ситуациях». 3–4 классы.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Умение решать сложные составные задачи в реальных жизненных ситуациях. • Анализ и составление модели сложных составных задач в реальных жизненных ситуациях. 	<p><Семестр или сроки, в течение которого проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Решение составных задач, в которых нужно найти общее количество сумм, предельно определенное или несколько слагаемых.</p>	<p>6. Задачи. Составные задачи на смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение (3–4 классы). Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ К1: 3.6.1; ○ К4: 3.6.4. • 4 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ К1: 4.6.1; ○ К2: 4.6.2.



ПРИЛОЖЕНИЕ А: ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ

Подтема /Фрагмент примерного урока.

Название / Тема:

Целевые классы:

Цель деятельности: учащиеся будут ...

Необходимые материалы:

Важность:

Связь с учебником:

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ◆ Краткое представление учащимся того, над чем они будут работать сегодня.

Часть II. Формирование понимания у учащихся.

- ◆ **Решение задачи:** выберите задачу для решения учащимися. Дайте учащимся 2–5 минут в зависимости от сложности задачи, чтобы они смогли решить ее самостоятельно или с партнером. Когда они решают задачу, пройдите по классу, наблюдая и фиксируя для себя активность каждого из учащихся.
- ◆ **Обсуждение:** учащиеся делятся своими решениями, сосредотачиваясь на объяснении и обосновании своего решения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ?*
 - *Как вы узнали, что ответ _____?*
 - *Можете объяснить, как вы получили ответ _____?*
 - *Кто может поделиться с другими учащимися своим способом решения задачи?*
- ◆ **Противоположное предположение:** предложите учащимся контраргумент, в котором представлен неверный ответ. Спросите учащихся, что они думают об этом ответе, и что они могут сказать другому учащемуся, который предложил неверное решение.
 - Скажите учащимся, что вы разговаривали с другим учащимся из другой школы, и он сказал _____.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему он так сказал?*
 - *Что вы сказали бы этому учащемуся?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги для класса, как была решена задача, опираясь на более ранние объяснения учащихся. При необходимости выполните рисунок на доске, чтобы проиллюстрировать решение задачи.

- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить аналогичную задачу. Вы можете найти ее в учебнике или сами составить. По мере необходимости предлагайте более сложные или более простые задачи.

Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/ Неформальное формирующее оценивание:**
 - Это возможность быстро понять, насколько хорошо учащиеся поняли содержание урока. Вы можете использовать такие методы, как:
 - Большой палец вверх.
 - Поднять руку и показать пальцами.
 - Другие.
- ◆ **Повторите** концепцию и привяжите ее к цели, изложенной во введении.
 - Напомните учащимся о том, что они узнали сегодня, и скажите, что они продолжают практиковать это.
- ◆ **Домашнее задание.**
 - Найдите подходящие задачи в учебнике или составьте сами их для решения учащимися дома. Убедитесь, что эти задачи не сложнее, не сосредоточены на другом навыке, чем тот, что был освоен в классе.



ПРИЛОЖЕНИЕ Б: ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Фрагмент примерного урока 1. «Составные задачи на сложение и вычитание»		
Задача	Класс	Уровень.
В доме проживают две семьи, в которых всего 8 детей. Если в первой семье трое детей, то сколько детей во второй семье?	1	соответствует
Мама пожарила 11 котлет. За обедом съели 6 котлет. Сколько котлет осталось? На сколько меньше котлет осталось, чем съели?	1	соответствует
При покупке продуктов на 56 сомов Эрболу предоставили скидку 17 сомов. Сколько сомов было у Эрбола, если после того, как он заплатил в кассе, у него осталось 15 сомов.	2	соответствует
В поезде «Бишкек - Балыкчи» было 67 пассажиров. В Канте вышли 13 пассажиров и вошли 17 пассажиров. В Токмаке вышли 8 пассажиров и вошли 12 пассажиров. Если далее до станции назначения поезд шел без остановок, то сколько пассажиров было в поезде, когда он прибыл в Балыкчи?	2	соответствует
В двух бочках было 60 л воды. Когда из одной бочки вылили 12 л, то воды в бочках осталось поровну. Сколько литров воды было в каждой бочке сначала?	2	выше
Даша может купить мороженое за 17 сомов, пирожное за 18 сомов и шоколадный батончик за 23 сома. У нее есть 30 сомов и бонус в 10 сомов. Какие из этих сладостей может купить Даша, потратив наибольшую сумму, которая возможна?	2	выше

Фрагмент примерного урока 2. «Задачи с косвенным вопросом»		
Задача	Класс	Уровень
В цехе заказали сшить 35 детских платьев. В отведенный срок заказ не выполнили. Затем, чтобы выполнить заказ, дошили ещё 10 платьев. Сколько платьев сшили в цехе в отведенный срок?	3	соответствует
В прошлом году в школе первый класс окончили 156 учащихся, что на 25 учеников больше, чем в этом году. Сколько всего учащихся в школе окончили 1 класс за эти два года?	3	соответствует
Скорость самолёта 1170 км/ч, а это в 78 раз больше скорости велосипедиста. Какова скорость велосипедиста?	3	соответствует

Фрагмент примерного урока 2. «Задачи с косвенным вопросом»		
Задача	Класс	Уровень
Игорь решил 6 задач за 1 час, это в 3 раза меньше, чем решила Маша. Сколько задач за один час решили Маша и Игорь вместе?	3	соответствует
Расстояние от Бишкек до Баткена самолёт пролетает за 1 ч, что в 16 раз быстрее, чем это расстояние проезжает автомобиль. За сколько часов автомобиль доезжает от Бишкека до Баткена?	3	соответствует
В первом кинозале 45 кресел, что в 3 раза меньше, чем во втором кинозале. Сколько всего кресел в двух кинозалах?	3	выше

Фрагмент примерного урока 3. «Задачи на нахождение расстояния»		
Задача	Класс	Уровень
Каждое утро Азамат пробегает 3 круга по круговой дорожке стадиона, длина которой равна 2 км. Какое расстояние Азамат пробегает на утренней пробежке по стадиону каждый день?	2	соответствует
Саадат и Жылдыз вместе катаются на велосипедах по велодорожке длиной 2 км. Саадат проезжает на велосипеде до конца велодорожки и обратно. Это на 1 км больше, чем проезжает Жылдыз. Какое расстояние проезжает на велосипеде Жылдыз?	2	соответствует
Расстояние от школы до булочной по прямой дороге Батма проходит за 10 минут. Расстояние от булочной до дома 150 м по прямой дороге она проходит за 5 минут. Сколько метров проходит Батма каждый день от школы до дома, заходя по пути в булочную.	3	выше
Пес Шарик догоняет кошку Мурку. Шарик бежит со скоростью 7 м/с, а Мурка – со скоростью 5 м/с. Сейчас между ними 30 м. Какое расстояние будет между ними через 5 секунд?	4	выше
Пес Шарик догоняет кошку Мурку. Шарик бежит со скоростью 7 м/с, а Мурка – со скоростью 5 м/с. Сейчас между ними 30 м. Через сколько секунд Шарик догонит Мурку?	4	выше
Пес Шарик догоняет кошку Мурку. Шарик бежит со скоростью 7 м/с, а Мурка – со скоростью 5 м/с. Сейчас между ними 30 м. Какое расстояние будет между ними через t секунд? Запишите ответ в виде формулы и упростите ее. Ответьте на вопрос: Что означает число 2 в этой формуле?	4	выше
Азамат заметил, что если он плавает на Иссык-Куле кролем до буйка и потом брассом обратно, то на всю дистанцию он затрачивает 30 минут. Когда же он туда и обратно плавает кролем, то затрачивает 36 минут. Сколько времени будет плыть Азамат до буйка и обратно брассом?	4	выше

Фрагмент примерного урока 4. «Задачи на работу»		
Задача	Класс	Уровень
Мике в кондитерском цехе требуется 84 минут, чтобы украсить 12 тортов. Сколько времени нужно Мике, чтобы украсить 1 торт?	3	соответствует
Айгуль помогает маме лепить пельмени на ужин. За 5 минут она налепила 15 штук. За сколько минут Айгуль сможет налепить 60 пельменей?	3	соответствует
За 4 часа бульдозер разровнял 284 квадратных метра дороги. Сколько квадратных метров дороги разровняет бульдозер за 7 часов, если будет работать с такой же производительностью?	3	соответствует
Азамат за 70 минут сделал 14 гирлянд, и Бакыт за 90 минут сделал 18 гирлянд для украшения новогодней ёлки. Кто из этих ребят сделает больше гирлянд, если для их изготовления у них есть еще 20 минут?	3	выше
Ремонт квартиры начался 1 июня. Строители обещали оклеить обоями три одинаковые комнаты за 2 недели. Закончили они работу 21 июня. Выполнили ли строители обещание? За какой срок они обклеивали обоями 1 комнату?	4	выше
Мике в кондитерском цехе требуется 84 минут, чтобы украсить 12 тортов и 70 минуты, чтобы упаковать 14 тортов. Что занимает у Мики меньше времени, украсить 1 торт или упаковать 1 торт?	4	выше

Дополнительный фрагмент примерного урока. «Задачи на движение».		
Задача.	Класс	Уровень
Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из городов Бишкек и Токмак, расстояние между которыми равно 75 км. Скорость первого велосипедиста 15 км/ч. Чему равна скорость второго велосипедиста, если велосипедисты встретились через 3 ч?	4	соответствует
Микроавтобус за 7 часов должен проехать 420 км из г. Бишкек до г. Каракол. Первые 2 часа он ехал со скоростью 54 км/ч, а в следующие 2 часа его скорость увеличилась на 6 км/ч. С какой скоростью должен ехать микроавтобус оставшееся время, чтобы прибыть в г. Каракол вовремя	4	выше
Два туриста отправились одновременно из одного пункта в поход к домику лесника по маршруту протяженностью 36 км. Скорость первого туриста 12 км/ч, а второго – на 3 км/ч меньше. Какое расстояние до домика лесника останется пройти второму туристу в момент прибытия туда первого?	4	выше
Марат и Адилет побежали навстречу друг другу, когда расстояние между ними было 180 м, и встретились через 15 с. До встречи Марат пробежал на 30 м больше, чем Адилет. С какой скоростью бежал каждый из них?	4	выше

Фрагмент примерного урока 5. «Задачи на нахождение третьего слагаемого».		
Задача.	Класс	Уровень
Рысбек построил навес для своей машинки из 20 кирпичиков конструктора Лего. Две стены он сделал из 10 красных кирпичиков, третью стену - из 6 синих кирпичиков, а из остальных зеленых сделал крышу навеса. Сколько зеленых кирпичиков ушло у Рысбека на крышу навеса?	1	соответствует
В столовой на приготовление щей и салата израсходовали 3 кочана капусты общей массой 13 кг. Масса первого кочана равна 5 кг, второго – 4 кг. Узнай массу третьего кочана капусты.	2	соответствует
Из 85 учащихся музыкальной школы 12 учатся играть на фортепиано, на комузе учатся играть в 2 раза больше учащихся, чем на фортепиано, а остальные - на других музыкальных инструментах. Сколько учащихся учатся играть на других музыкальных инструментах?	2	выше
За четыре дня выставку картин посетили 96 человек. В первый и второй день было одинаковое количество посетителей. В третий и четвертый день на выставке было всего 46 посетителей. Сколько человек посетили картинную выставку в первый день?	2	выше

Фрагмент примерного урока 6. «Решение составных задач в реальной жизненных ситуациях».		
Задача.	Класс	Уровень
Для кормления 13 кроликов привезли 5 кг моркови. Каждому кролику дали по 4 морковки. Сколько штук моркови осталось, если в каждом 1 кг по 11 морковок?	3	соответствует
Жаркынай купила 30 тетрадей по 27 сомов. Позже она увидела, что в другом магазине такие же тетради продают по 23 сома. Сколько сомов сэкономила бы Жаркынай, если бы купила тетради в другом магазине?	3	соответствует
Айбек заметил, что его собака каждой зимой прибавляет в весе 3 кг, а каждое лето худеет на 2 кг, при этом весной и осенью ее вес остается постоянным. Весной 2020 года собака весила 27 кг. Сколько она будет весить осенью 2023 года?	4	выше
Азамат, Бакыт и Айбек собрали три корзины яблок на даче и посчитали их. В трех корзинах оказалось 81 яблоко. Чтобы уравнивать количество яблок во всех корзинах, убрали 4 яблока из второй и 11 яблок из третьей корзины. Сколько яблок было первоначально в каждой корзине?	4	выше

Фрагмент примерного урока 6. «Решение составных задач в реальной жизненных ситуациях».

Задача.	Класс	Уровень
На озере Иссык-Куль туристы на лодке с веслами со скоростью 50 м в мин. отплыли от берега на 900 м. За ними вышла моторная лодка со скоростью 200 м в мин. Через сколько минут моторная лодка догонит лодку с туристами?	4	выше



ПРИЛОЖЕНИЕ С: ТИПЫ ЗАДАЧ В ОДНО ДЕЙСТВИЕ НА ВСЕ АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

«Прибавить к»	Пример	Числовое выражение	Возможное действие
Результат неизвестен	На заборе сидели 3 птицы. Затем на забор прилетели и сели еще 4 птицы. Сколько всего птиц стало на заборе?	$3 + 4 = \square$	Сложение.
Изменение неизвестно	На заборе сидели 3 птицы. После того, как несколько птиц прилетели и сели на забор, там стало всего 7 птиц. Сколько птиц прилетело на забор?	$3 + \square = 7$	Вычитание для поиска недостающего слагаемого.
Начало неизвестно	На заборе сидело несколько птиц. После того, как прилетели и сели на забор еще 4 птицы, там стало всего 7 птиц. Сколько птиц сидели на заборе сначала?	$\square + 4 = 7$	Вычитание для поиска недостающего слагаемого.

«Отнять от»	Пример	Числовое выражение	Возможное действие
Результат неизвестен.	На площадке гуляли 5 собак. Затем 2 собак увели домой. Сколько собак осталось на площадке?	$5 - 2 = \square$	Вычитание.
Изменение неизвестно.	На площадке гуляли 5 собак. Затем несколько собак увели домой, а 3 собаки остались на площадке. Сколько собак увели домой?	$5 - \square = 3$	Вычитание, чтобы найти вычитаемое.
Начало неизвестно.	На площадке гуляли несколько собак. Затем 2 собаки увели домой, а 3 собаки остались на площадке. Сколько собак было на площадке первоначально?	$\square - 2 = 3$	Сложение, чтобы найти уменьшаемое.
Сравнение.	Утром на площадке гуляли 5 собак. Вечером на площадке было на 2 собаки меньше. Сколько собак гуляли на площадке вечером?	$5 - 2 = \square$	Вычитание.

Умножение	Пример	Числовое выражение	Возможное действие
Произведение неизвестно.	У бакалейщика 6 мешочков с лимонами по 4 лимона в каждом. Сколько всего лимонов в мешочках у бакалейщика?	$6 \cdot 4 = \square$	Умножение.
Размер группы неизвестен.	Бакалейщик разложил 24 лимона в 4 мешочка по одинаковому количеству лимонов в каждый мешочек. Сколько лимонов оказалось в каждом мешочке?	$\square \cdot 4 = 24$	Деление для определения неизвестного множителя.
Количество групп неизвестно.	Бакалейщик разложил 24 лимона в мешочки по 6 лимонов в каждый. Сколько мешочков у него получилось?	$6 \cdot \square = 24$	Деление для определения неизвестного множителя.
Сравнение.	У бакалейщика есть мешочки по 6 лимонов в каждом и ящики с лимонами, в каждом из которых лимонов в 4 раза больше, чем в одном мешочке. Сколько лимонов в одном ящике?	$6 \cdot 4 = \square$	Умножение.

Деление	Пример	Числовое выражение	Возможное действие
Количество групп неизвестно.	Бакалейщик разложил 48 куриных яиц в картонные коробки по 6 яиц в каждую. Сколько коробок у него получилось?	$48 : 6 = \square$	Деление.
Размер группы неизвестен	Бакалейщик разложил 48 куриных яиц поровну в 8 в картонных коробок. Сколько яиц оказалось в каждой коробке?	$48 : \square = 8$	Деление, чтобы найти неизвестный делитель.
Делимое Неизвестное	Бакалейщик разложил куриные яйца в 8 картонных коробок по 6 яиц в каждую коробку. Сколько всего куриных яиц в коробках у бакалейщика?	$\square : 6 = 8$	Умножение, чтобы найти неизвестное делимое.
Сравнение	У бакалейщика есть ящики с куриными яйцами, в каждом из которых находится по 48 яиц, что в 8 раз больше, чем яиц в одной картонной коробке. Сколько куриных яиц в одной коробке?	$48 : 8 = \square$	Деление.



ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПЛАН ДЕЙСТВИЙ

Модуль 4. Фрагменты примерных уроков 1/2. «Составные задачи на сложение и вычитание и задачи с косвенным вопросом»

	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц/ неделя, когда я буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а)/изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						

Модуль 4. Фрагменты примерных уроков 3/4. «Задачи на движение, работу и стоимость»						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц/ неделя, когда буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а)/изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						

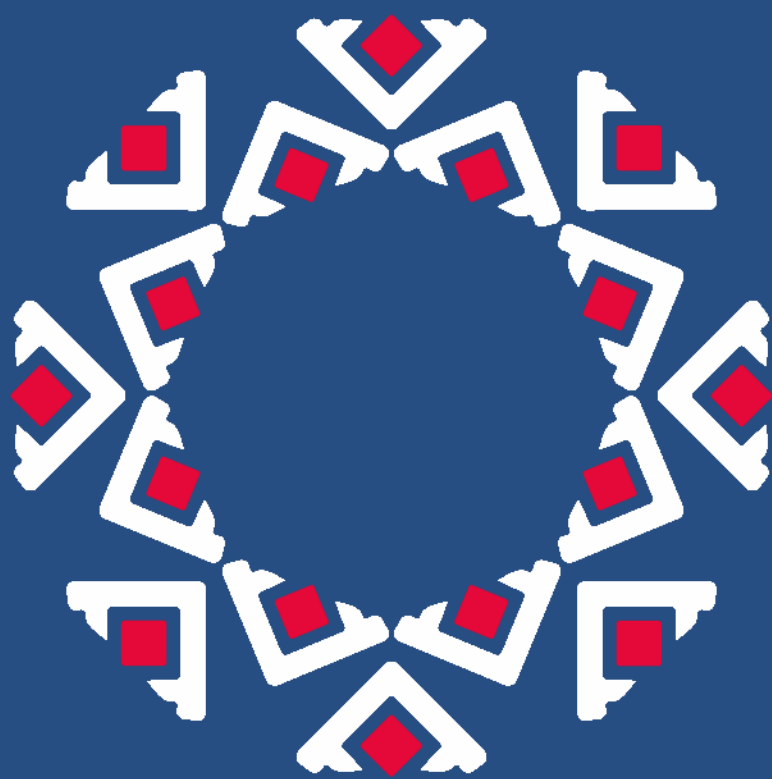
Модуль 4. Фрагменты примерных уроков 5/6. «Решение составных задач в реальной жизненной ситуации»						
	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц/ неделя, когда буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а)/изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						



Модуль 5 по математике

ИЗМЕРЕНИЕ ВЕЛИЧИН

для учителей начальных классов



Содержание

ОБЗОР СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ «ОБЪЯСНЕНИЕ И ОБОСНОВАНИЕ»	244
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «ИЗМЕРЕНИЕ ВЕЛИЧИН».....	246
ИЗМЕРЕНИЕ ВЕЛИЧИН. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ.....	249
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «ДЛИНА И ПЛОЩАДЬ»	252
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2: «ДЛИНА ОТРЕЗКА, ПЛОЩАДЬ ФИГУРЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ»	256
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 1: «ДЛИНА ОТРЕЗКА, ПЛОЩАДЬ ФИГУРЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ»	257
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 2: «ДЛИНА ОТРЕЗКА, ПЛОЩАДЬ ФИГУРЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ»	260
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «МАССА И ЕЕ ИЗМЕРЕНИЕ».....	263
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4: «МАССА И ЕЕ ИЗМЕРЕНИЕ»	265
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3: «МАССА И ЕЕ ИЗМЕРЕНИЕ»	266
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 3: «МАССА И ЕЕ ИЗМЕРЕНИЕ»	269
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «ВМЕСТИМОСТЬ И ОБЪЕМ»	272
ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6: «ВМЕСТИМОСТЬ И ОБЪЕМ»	275
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 5: «ВМЕСТИМОСТЬ СОСУДОВ»	276
ФРАГМЕНТ ПРИМЕРНОГО УРОКА 6: «ВМЕСТИМОСТЬ СОСУДОВ»	279
КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ	282
БИБЛИОГРАФИЯ	288
ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ УЧЕБНИКИ	289
ГЛОССАРИЙ	293
ПРИЛОЖЕНИЕ А: ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ	302
ПРИЛОЖЕНИЕ Б: ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	304
ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПЛАН ДЕЙСТВИЙ	310
ПРИЛОЖЕНИЕ Г: ФОРМА НАБЛЮДЕНИЯ УРОКА ПО МАТЕМАТИКЕ.....	315

ОБЗОР СТРАТЕГИИ ОБУЧЕНИЯ «ОБЪЯСНЕНИЕ И ОБОСНОВАНИЕ»



Модули в этом тренинге знакомят со стратегией обучения «Объяснение и обоснование» в контексте элементарной математики. Пятый Модуль представляет измерение величин и стандартный подход к использованию стратегии «Объяснение и обоснование» при выполнении вами фрагментов примерных уроков. Практические фрагменты примерных уроков этого Модуля используются для обучения более сложным математическим понятиям или навыкам. В Приложении А представлено методическое пособие, содержащее основные шаги в этом процессе и способы применения фрагментов примерных уроков к любому контексту.

Причину использования стратегии обучения «Объяснение и обоснование» можно резюмировать цитатой, авторство которой признают за Бенжамином Франклином: «Скажи мне, и я забуду. Учи меня, и я запомню. Вовлекай меня, и я научусь». Такое применение стратегии «Объяснение и обоснование» можно изложить в четыре этапа:

1. Учащимся дают задачу соответствующего уровня сложности и просят подумать о способе ее решения.
2. Учащимся предоставляется возможность объяснить свои варианты решения задачи и обосновать свое рассуждение. «Объяснение и обоснование» включает в себя вовлечение учащихся в составление прогнозов, в анализ математических ситуаций, в поиск или предложение других возможных вариантов решения или представление аргументов в пользу определенного решения». (Ситабхан и соавторы, 2019 г., стр. 8).
3. Учитель слушает и задает вопросы, которые проясняют или уточняют решения учащихся. Учитель также может попросить других учащихся оценить полученные решения. На этом «критическом» этапе важно, чтобы учитель глубоко вникал в ход рассуждения учащихся, чтобы дать им доступную для понимания обратную связь.
4. Затем учитель просит других учащихся представить и объяснить свои альтернативные способы решения, а также обосновать ход своего рассуждения.

Другие способы побуждения учащихся к решению задач, объяснению и обоснованию хода своего рассуждения заключаются в следующем:

- показать учащимся решение задачи, в котором есть ошибка, и попросить их найти и объяснить эту ошибку, привести аргументы, почему решение задачи является неверным;
- попросить учащихся написать на листке бумаги шаги своего решения задачи, обменяться записями с партнером и оценить решения друг друга, объясняя, почему это решение правильное или неправильное;
- представить учащимся утверждение и спросить, является ли это утверждение истинным всегда, иногда или никогда и попросить их обосновать свои ответы.

Учащиеся могут объяснять и обосновывать свои ответы в различной форме, включая устное представление своих решений партнеру или классу, запись решения задачи в тетради или на доске, демонстрацию своих решений с помощью счетных материалов, диаграмм или рисунков.

Заметьте, что между объяснением и обоснованием есть четкая разница. Доктор Джули Диксон из Университета Центральной Флориды сказала: «В моем понимании, объяснение описывает то, что сделал учащийся (часто это просто шаги, предпринятые для выполнения процедуры), а обоснование включает причины, по которым то, что сделал учащийся, является математически приемлемым».

«Объяснение и обоснование» – это важная стратегия в обучении математике, которая одинаково важна как для учащихся, так и для учителей. Для учащихся обучение тому, как объяснять и обосновывать свои решения, повышает их уверенность в своей способности понимать математику, а также способности мыслить самостоятельно. Чтобы объяснить свое решение, учащиеся должны структурировать свое рассуждение, использовать соответствующий математический словарный запас и уже тем самым понять самим, почему решение, которое они представляют, является правильным или неправильным. Учащиеся на собственном примере понимают, что допустимо ошибаться при решении задачи, и что у них есть безопасное пространство, позволяющее им учиться на этих ошибках. Поскольку учащиеся знают, что учитель ценит их рассуждения, повышается мотивация учащихся лучше решать задачи.

Когда учителя задают открытые вопросы, предлагают соответствующие задачи для решения и внимательно слушают, как учащиеся объясняют и обосновывают свои ответы или решения, они могут выявить ошибки в ходе рассуждения и даже определить пробелы в знаниях учащихся. Такая стратегия помогает учителю шире и глубже понять распространенные ошибки учащихся и дает возможность исправить их ошибочные представления о чем-либо, восполнить пробелы в знаниях, а также по мере необходимости еще раз проработать тему с отдельным учащимся или с малой группой.

Более подробная информация об этих стратегиях представлена в Приложении Г Модуля 1 в выдержке из Методического пособия «Стратегии обучения математике в начальных классах» (Sitabkhan и соавторы, 2019 г.).

В модуле 5 рассматриваются пять основных этапов, через которые проходят учащиеся в процессе развития навыков измерения величин. Поскольку измерение величин занимает огромное место в повседневной жизни, изучение понятия величин и того, как точно измерить длину, вместимость и массу, являются важными математическими и жизненными навыками, которых учащиеся должны освоить.

В Модуле 5 для решения задач на измерение используются навыки арифметических действий с числами и решения текстовых задач, приобретенные в модулях 2–4.

Модуль 5 «Измерение величин» включает следующее:

- ◆ Обзор стратегии «Объяснение и обоснование».
- ◆ Обзор темы «Измерение величин».
- ◆ Ожидаемые результаты обучения согласно Предметному стандарту по математике в начальных классах.
- ◆ Фрагменты примерных уроков для обучения измерению длины и площади.
- ◆ Фрагменты примерных уроков для обучения измерению массы.
- ◆ Фрагменты примерных уроков для обучения измерению вместимости и объема.
- ◆ Календарно-тематический план по применению стратегий, который показывает, как интегрировать, приведенные фрагменты примерных уроков в ваши текущие уроки по учебнику.
- ◆ Библиография.
- ◆ Глоссарий.
- ◆ Приложение А. Методическое пособие по структуре фрагмента примерного урока.
- ◆ Приложение Б. Дополнительные задачи для самостоятельной работы.
- ◆ Приложение В. План действий.
- ◆ Приложение Г. Форма наблюдения урока.

ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «ИЗМЕРЕНИЕ ВЕЛИЧИН»



Измерение величин используется почти во всех аспектах повседневной жизни от определения количества муки для выпечки хлеба до определения расстояния между домом и парком. «Измерение величин занимает центральное место в математике, во многих разделах математики, в других предметных областях, особенно в естественных науках, и в повседневной деятельности. По этим причинам измерение величин является основным компонентом учебной программы по математике» (Университет Аризоны, 2012г.).

Измерение величин также важно для того, чтобы помочь учащимся установить соотношения между различными направлениями математики, связывающие пространственное мышление с количественным. «Знания учащихся о количестве и стратегиях количественной оценки, а также количественное мышление являются необходимыми элементами теоретической основы для измерения величин» (Клементс, 2009г.). Когда дети впервые входят в классные аудитории детского сада, у них есть понимание измерения величин из реального жизненного опыта, которое получает развитие с течением времени. «Маленькие дети применяют ранние понятия измерения во многих своих повседневных действиях. Они сравнивают размеры игрушек и порции пищи, свой рост с ростом другого человека, массы двух тыкв и длины игрушечных поездов» (Platas, 2018г.). Дети сравнивают объекты, используя язык измерения величин без выполнения измерений: длиннее, короче, тяжелее, легче, больше и меньше. Строя башни из одинаковых кубиков, дети, подсчитав кубики, узнают, что в более высокой башне кубиков больше. Для них связь между количественным и пространственным мышлениями формируется в виде понимания, что в более высокой башне имеется больше кубиков.

Фундаментальным и важным понятием в измерении величин является идея размера единицы измерения. Учащиеся могут сделать вывод, что в более высокой башне имеется больше кубиков, только если более высокая башня и более короткая башня построены из кубиков одинакового размера. Использование нестандартных единиц измерения – это хороший способ для учащихся осмыслить понятие размера единицы измерения величин. Нестандартная единица измерения – это единица измерения, которая не определяется как стандартная единица измерения. Когда учащиеся используют ширину своей ладони для измерения парты или шагами измеряют длину классной комнаты, они используют нестандартные единицы измерения. Если учитель и учащийся измеряют парту, каждый используя ширину своей ладони, и учащиеся шириной своей ладони насчитают больше, чем насчитает учитель, то учащиеся сделают вывод: для того, чтобы получить сравнимый результат измерения, размер единицы измерения должен быть одинаковым.

Идея размера единицы измерения величин была усилена для учащихся в новаторском исследовании под названием «Измерь». Основанием для этой работы были российские исследования в области образования, проведенные Давыдовым, Минской и другими учеными. Учителя могут думать об измерении величин как об использовании такого инструмента, как линейка или весы для определения длины или количества массы объекта. Это определение было расширено в исследовательском проекте «Измерь», который включил следующие аспекты:

- «...1) сравнение чего-то с объектом известного размера;
- 2) оценка или оценивание степени, качества, ценности или воздействия чего-то;
- 3) суждение о чем-то путем его сравнения с конкретным стандартом» (Догерти, 2007 г.).

В ходе проведенного исследования учащиеся усвоили понятие единицы измерения величины как что-то такое, с помощью которого они могут подсчитать и использовать для косвенного сравнения. Они начали с использования прямого сравнения как физического сравнения двух объектов. Учащиеся сравнивали: длину, помещая предметы рядом друг с другом; вес, помещая предметы на чашу весов; вместимость, помещая в одинаковые контейнеры две группы с разным количеством предметов. Затем учащиеся узнали, что, когда прямое сравнение невозможно, они могут использовать единицу измерения для сравнения величин двух объектов. Для этого, одно за другим, подсчитывают количество единиц измерения в каждом объекте и затем сравнивают полученное число единиц измерения как значение величины каждого объекта. Учащиеся также познакомились с идеей размера единицы измерения и узнали, что, чем меньше размер единицы измерения, тем выше их число, которое выражает результат измерения величины объекта.

Существует несколько важных понятий о единицах измерения величин и их размеров, которые учащиеся должны освоить, когда они учатся измерять. Эти понятия хорошо подходят для учебных исследований с нестандартными единицами измерения, с которыми учащиеся уже знакомы. Например, учащиеся могут выполнять эти учебные исследования с использованием длины, что может привести их к следующим выводам:

- ◆ Когда учащиеся сначала измеряют книгу только шириной своего пальца, а затем используют ширину своего пальца для измерения длины книги и ширину ладони для измерения длины той же книги, они получают различное количество единиц измерения в этих случаях. Поэтому они делают вывод, что им нельзя менять размер единицы измерения в процессе одного и того же измерения.
- ◆ Учащиеся могут измерить длину стола, используя ширину своего пальца и длину предплечья. Это приводит их к выводу, что размер единицы измерения можно изменить, чтобы она стала более подходящей для выполняемого измерения.
- ◆ Учащимся показывается пример, как ученик и учитель каждый своими шагами измеряют длину класса. При этом они видят, насколько различаются результаты их измерений, и могут сделать вывод, что, возможно, нестандартные единицы измерения являются не лучшим способом измерения величин.

Когда учащиеся переходят к измерению величин объектов с помощью стандартных единиц измерения, таких как сантиметры, дециметры, метры, килограммы и литры, они должны научиться правильно использовать измерительный инструмент, чтобы получить верные результаты измерения. Обучение использованию измерительных инструментов является частью процесса обучения измерению величин. Учителя могут рассматривать последовательность обучения измерению величин в виде последовательности пяти этапов, которые обобщены в таблице ниже. (Университет Аризоны, 2012г.; Министерство образования Новой Зеландии, 2020г.). В каждой подтеме этого Модуля будут представлены примеры последовательности этапов в отношении измерения длины, вместимости и массы.

Последовательность этапов обучения измерению величин.	
Этап	Объяснение
1. Определение величин.	Объекты обладают некоторыми свойствами, называемыми величинами, которые учащиеся могут измерить.
2. Прямое сравнение.	Учащиеся физически сравнивают количественные значения величин двух или более объектов.

Последовательность этапов обучения измерению величин.	
Этап	Объяснение
3. Сравнение и измерение с помощью нестандартных единиц измерения.	Учащиеся сравнивают по количеству величины двух объектов, сравнивая их со значением величины третьего объекта; учащиеся измеряют величину объекта с помощью нестандартных единиц измерения.
4. Стандартные единицы измерения.	Учащиеся измеряют величину объекта с помощью стандартных единиц измерения.
5. Применение измерения величин.	Учащиеся применяют свое понимание измерения величины для измерения более сложных величин объектов.

В следующей таблице перечислены навыки и понятия, которые учащиеся должны приобрести и усвоить к концу 1–4 классов.

ИЗМЕРЕНИЕ ВЕЛИЧИН. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ СОГЛАСНО ПРЕДМЕТНОМУ СТАНДАРТУ ПО МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

Содержательная линия	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
2. Геометрические фигуры.	<ul style="list-style-type: none"> Отрезок. Длина отрезка. Удлинение или укорачивание отрезков на несколько сантиметров. Ломаная и ее длина. Сумма длин сторон фигур. 	<ul style="list-style-type: none"> Нахождение длины отрезка и ломаной линии и сравнение их длин. Многоугольник и вычисление его периметра. 	<ul style="list-style-type: none"> Радиус, диаметр и центр круга. Площадь прямоугольника. 	<ul style="list-style-type: none"> Нахождение площади (S) и периметра (P) многоугольников. Определение неизвестной стороны прямоугольника по известным сторонам и площади. Палетка. Нахождение периметра (P) и площади (S) граней объёмных фигур (куб, параллелепипед).
4. Величины.	<ul style="list-style-type: none"> Единицы измерения длины: сантиметр (см), дециметр (дм). Единицы измерения массы: килограмм (кг). Измерение вместимости. Литр (л). Отношения между единицами измерения, их преобразование и сравнение. 	<ul style="list-style-type: none"> Единицы измерения длины: миллиметр (мм), метр (м). Таблица единиц длины. Время и его измерение: минута (мин.), час (ч). Определение времени по часам. Стоимость. Единицы измерения стоимости: сом, тыйын. Связь между единицами измерения, их преобразование и сравнение. 	<ul style="list-style-type: none"> Единицы измерения массы: грамм (г), килограмм (кг). Единицы измерения времени: год, месяц, день. Календарь. Единицы измерения площади: квадратный сантиметр (см²), квадратный дециметр (дм²), квадратный метр (м²). Соотношения между единицами измерения, их преобразование и сравнение. Арифметические действия с именованными величинами. 	<ul style="list-style-type: none"> Единицы измерения массы: центнер (ц), тонна (т). Единицы измерения длины: километр (км). Единицы измерения времени: секунда (с), век. Единицы измерения площади: квадратный миллиметр (мм²), квадратный километр (км²), гектар (га). Таблица единиц измерения длины, площади, массы, времени. Отношения между единицами измерения, их преобразование и сравнение.

Содержательная линия	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
6. Задачи		<ul style="list-style-type: none"> • Задачи с величинами (цена, количество, стоимость). • Геометрические задачи (длина ломаной, периметр многоугольника). 	<ul style="list-style-type: none"> • Задачи, содержащие зависимость между величинами. • Задача на определение начала, конца и продолжительности события. • Геометрические задачи (периметр многоугольника, площадь прямоугольника, квадрата). 	<ul style="list-style-type: none"> • Арифметические действия с величинами. • Задачи с именованными величинами: (движение, стоимость, работа). • Задачи на нахождение стороны прямоугольника по известной площади и другой стороне. • Задачи на нахождение периметра и площади многоугольников, граней объемных фигур (куб, параллелепипед).

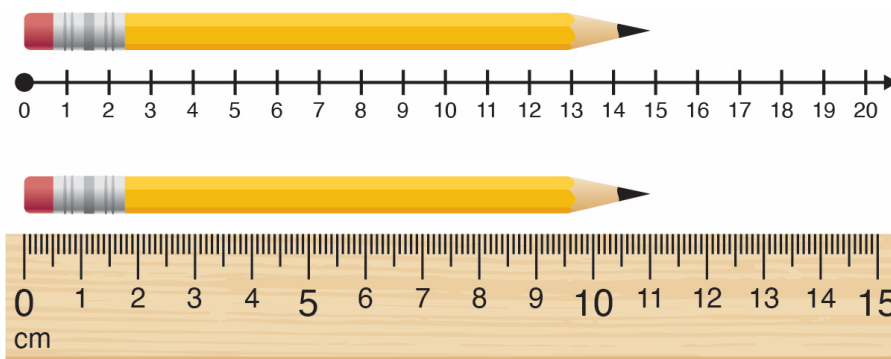
Компетентности	Ожидаемые результаты			
	1 класс	2 класс	3 класс	4 класс
К 1	<p>Ученик</p> <p>1.2.1. называет и различает геометрические фигуры; находит сумму длин сторон многоугольника (прямоугольник, квадрат, треугольник);</p> <p>использует буквы при обозначении геометрических фигур.</p> <p>1.4.1. понимает и называет единицы измерения длины (см, дм), массы (кг), вместимости (литр).</p>	<p>Ученик</p> <p>2.2.1. характеризует свойства геометрических фигур и сравнивает геометрические фигуры по форме; определяет длину отрезка и ломаной;</p> <p>знает формулу нахождения периметра геометрических фигур (прямоугольник, квадрат);</p> <p>вычисляет периметр изученных геометрических фигур;</p>	<p>Ученик</p> <p>3.2.1. различает окружность и круг, радиус и диаметр; находит площадь и периметр прямоугольника, квадрата, прямоугольного треугольника, применяя формулу;</p> <p>3.4.1. знает и различает единицы измерения длины, массы, времени (день, неделя, месяц, год), площади геометрических фигур;</p>	<p>Ученик</p> <p>4.2.1. определяет радиус и диаметр окружности и круга; находит периметр и площадь многоугольника, графической фигур, составленной из прямоугольников; находит площадь фигуры с помощью палетки.</p> <p>4.4.1. соотносит единицы измерения; выбирает необходимую единицу измерения площади для вычисления площади фигур.</p>

Компетентности	Ожидаемые результаты		
	1 класс	2 класс	3 класс
		2.4.1. знает и обозначает единицы измерения длины (мм, см, дм, м), времени (мин., ч), массы (кг) и вместимости (литр).	называет единицы измерения площади.
К 2	Ученик 1.4.2. выявляет общий принцип измерения величин, использует его для измерения; преобразует единицы длины в мелкие и крупные.	Ученик 2.4.2. преобразует единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия (сложение, вычитание) с именованными величинами (длина, масса, время).	Ученик 3.4.2. преобразует единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия (сложение, вычитание) с именованными величинами (длина, масса, время, площадь).
К 3	Ученик 1.2.3. сравнивает отрезки разной длины, ломаные; 1.4.3. различает величины и соотносит их единицы измерения.	Ученик 2.2.3. сравнивает периметр четырехугольников; 2.4.3. анализирует выполняемые арифметические действия с именованными величинами.	Ученик 3.2.3. различает способы нахождения площади фигуры с использованием формулы; 3.4.3. исследует ситуации, требующие преобразования одних единиц измерения в другие.
К 4	Ученик 1.4.4. приводит примеры взаимосвязи единиц измерения каждой из величин в жизненных ситуациях.	Ученик 2.4.4. рассказывает о связи между единицами измерения каждой из величин, используя ситуации из жизни.	Ученик 3.4.4. приводит примеры величин в повседневной жизни.
			Ученик 4.4.2. преобразует единицы измерения в мелкие и крупные, выполняет арифметические действия (сложение, вычитание, умножение, деление) с величинами (длина, масса, время, площадь).
			Ученик 4.2.3. описывает свойства объёмных фигур; сравнивая, определяет площадь многоугольников и граней объёмных фигур; 4.4.3. знает и различает методы преобразования единиц измерения в мелкие и крупные.
			Ученик 4.4.4. самостоятельно использует таблицы соотношения единиц измерения величин при выполнении арифметических действий.

ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «ДЛИНА И ПЛОЩАДЬ»

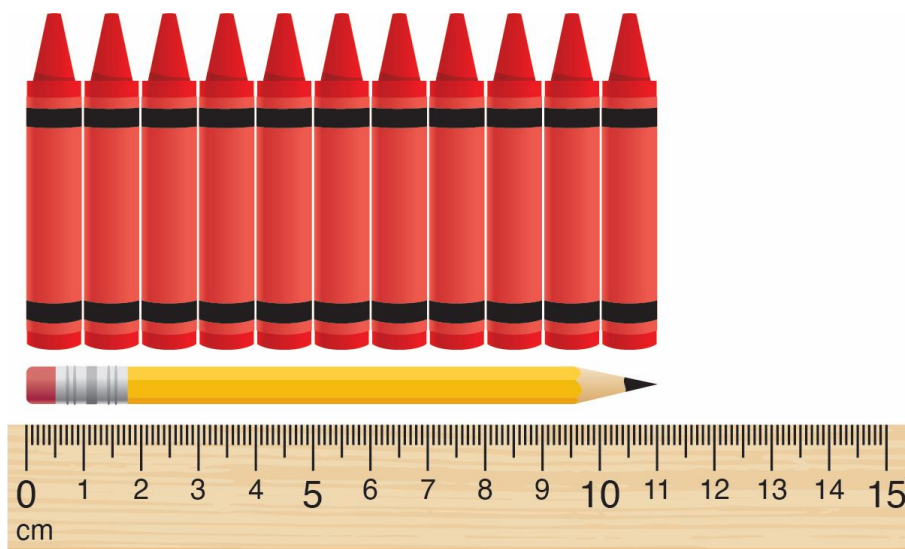


Длина — это величина, которая описывает, расстояние между концами предмета. Работа учащихся с числовыми лучами помогает сформировать представление о единице измерения при измерении длины. Они видят, что числовой луч слева начинается с числа 0, а далее последовательные натуральные числа располагаются в порядке возрастания вправо вдоль луча через равные промежутки, каждый из которых является единицей измерения длины. Учащиеся поймут, что число в конце измеряемого предмета — это количество единиц длины предмета. Эти представления о числовом луче легко перенести на использование линейки для измерения длины, как показано ниже. Учащиеся узнают, что для измерения длины предмета им нужно выровнять линейку слева так, чтобы начало предмета совпало с цифрой 0 на линейке (нулевая точка) и определить ближайшее число на линейке, расположенное под концом предмета.



Учителя должны знать о нескольких возможных ошибках, которые могут допустить учащиеся, обучаясь измерению длины с помощью линейки или метровой палки:

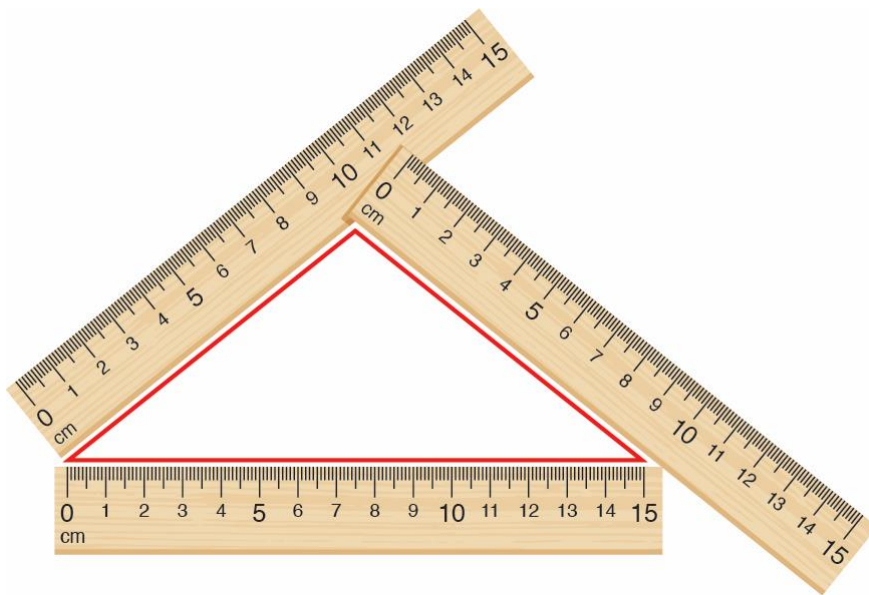
- ♦ Некоторые учащиеся не понимают идею линейки, на которой нанесены единицы измерения длины в 1 сантиметр, и поэтому, могут выровнять левый конец предмета с цифрой 1 на линейке, а не с цифрой 0 — началом отсчета. Учащимся может быть полезно использовать для измерения обычный предмет шириной в один сантиметр, например, толстый карандаш, чтобы они увидели, как можно “считать” количество сантиметров на линейке.



- ◆ Использование метода измерения с помощью другого предмета размером в 1 см помогает увидеть, что для правильного измерения не должно быть никакого пространства между предметами, а линейка представляет собой фиксированную длину без каких-либо промежутков между единицами измерения.
- ◆ Учащиеся могут выровнять левый конец предмета с краем линейки, а не с цифрой 0 (нулевой точкой) линейки. Опять же, измерение с помощью предмета размером в 1 см поможет им увидеть, что левый конец этого односантиметрового предмета должен совпадать с точкой 0, чтобы под его правым концом находилась цифра 1 на линейке.

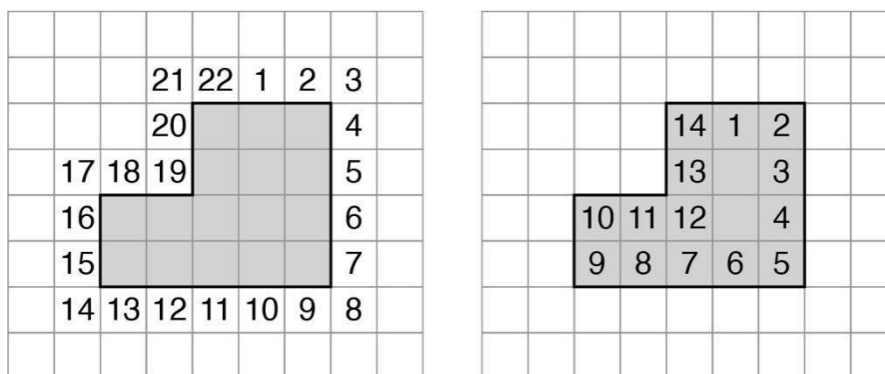
По мере того, как учащиеся учатся использовать линейку для измерения длины, учителя могут заметить разные уровни развития мелкой моторики при манипулировании линейкой. Учащихся необходимо научить правильно измерять длину предмета, что для получения точных измерений нужно выровнять линейку параллельно стороне измеряемого предмета, левый конец предмета нужно выровнять с нулевой точкой на линейке. У некоторых учащихся с неразвитой мелкой моторикой и не обладающих необходимой степенью умения измерять с помощью линейки могут возникнуть затруднения. В этом случае и поощрение, и регулярная практика будут им полезны, чтобы успешно освоить использование линейки при измерении длины.

После того, как учащиеся научатся складывать более двух чисел, они смогут использовать понятия и умения, которыми овладели при измерении длины для того, чтобы понять, как найти периметр какого-либо объекта. Вначале, определяя периметр фигуры, с которой они знакомы, например, треугольника, учащиеся узнают, что периметр – это протяженность по внешнему краю геометрической фигуры. Для нахождения периметра фигуры учащиеся могут измерить каждую сторону этой фигуры, а затем сложить результаты измерения. Эти действия помогают учащимся научиться правильно работать линейкой, для измерения длины стороны фигуры, при этом выровняв край линейки и сторону фигуры слева направо.

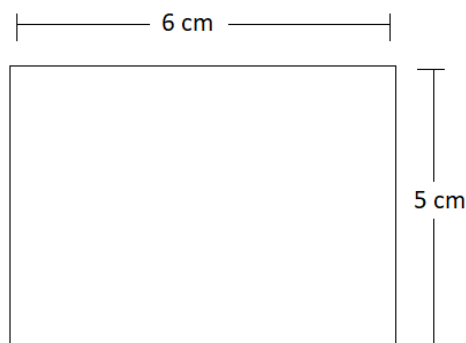


Практический опыт учащихся по измерению длины сторон фигуры для определения периметра может быть полезен для устранения распространенных и возможных оши-

бок учащихся. Когда опыт работы учащихся с периметром основан только на изображениях фигур с клетчатой поверхностью, а не на фактическом измерении, учащиеся могут ошибочно считать квадраты вокруг внешней стороны фигуры, а не длину стороны квадрата, как показано ниже слева. (Ryan, 2007.). Точно так же учащиеся могут ошибочно считать квадраты внутри фигуры, а не длины обеих сторон квадрата, как показано ниже справа. Фактический периметр фигуры, показанной ниже, составляет 18 единиц измерения. Учащиеся, считающие снаружи фигуры, получают большую сумму в 22 единицы, а учащиеся, считающие внутри фигуры, получают меньшую сумму в 14 единиц.



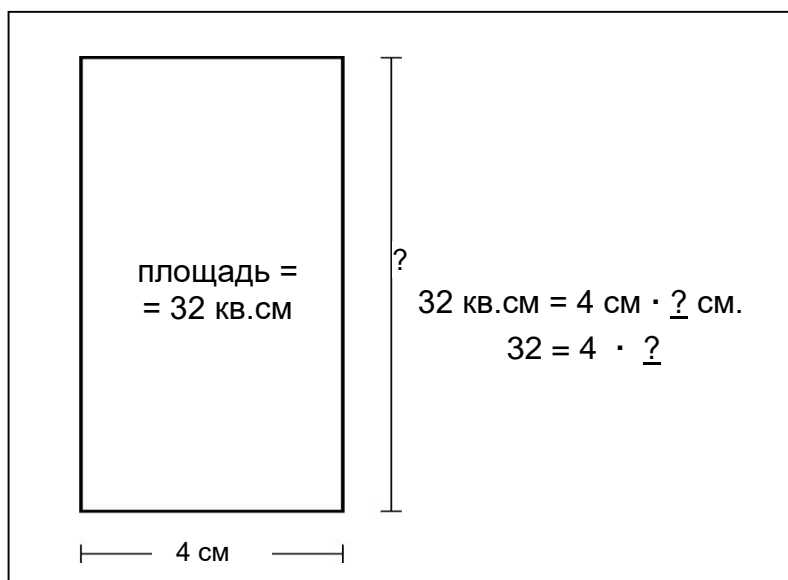
Другой из распространенных ошибок учащихся при определении периметра прямоугольника является сложение только тех величин, которые показаны на чертеже. Например, учащиеся сказали бы, что периметр прямоугольника ниже составляет 11 см.



После того, как учащиеся поймут определение периметра как длины границы внешней стороны фигуры, они смогут применить свое понимание длины и единицы измерения длины для определения площади фигуры. Они узнают, что площадь фигуры – это количество квадратных единиц измерения, необходимых для покрытия фигуры без пробелов или наложений. Когда учащиеся приступают к изучению площади, важно, чтобы они уже имели практический опыт и умение в определении площади с помощью покрытия прямоугольных фигур листками бумаги в клетку (квадраты) одинакового размера или квадратными плитками, не оставляя при этом пробелов или наложений, с последующим подсчетом количества клеток (квадратов).

Затем учащиеся могут представить себе прямоугольную фигуру как поверхность, покрытую матрицей квадратов, выстроенных в определенное количество строк и столбцов. Они должны распознать эту матрицу, как аналогичную матрицам, используемым при изучении умножения. Сначала подсчитав количество квадратов в матрице, которые покрывают прямоугольник, а затем, увидев, что это число равно произведению

числа строк и столбцов в матрице, учащиеся разрабатывают формулу для площади прямоугольника, равную произведению длины и ширины прямоугольника, как показано ниже слева. Учащиеся могут перейти к поиску недостающей длины стороны прямоугольника с известной площадью. Как показано ниже справа, можно рассмотреть задачу, как поиск недостающего множителя, когда произведение и один множитель известны.



Есть несколько распространенных ошибок, которые учитель может увидеть у учащихся, когда они изучают площадь фигуры. (Тан-Сисман, 2016г.):

- ◆ учащиеся не понимают, что площадь представлена квадратными единицами, и используют единицы измерения длины для представления площади;
- ◆ вместо того, чтобы умножить длину и ширину прямоугольника, находя его площадь, учащиеся складывают длину и ширину;
- ◆ учащиеся путают формулы для определения площади и периметра и находят площадь, складывая все длины сторон прямоугольника;
- ◆ при работе с фигурами, состоящими из прямоугольников, учащиеся не рассматривают свойство площади фигур, которое применяется при изменении прямоугольных частей фигуры: площадь фигуры не изменится при разделении или перестановке составляющих её прямоугольных частей.

В таблице ниже представлено обобщение последовательности этапов обучения измерению длины, периметра и площади. Учителя, работающие с учащимися 1-4 классов, могут столкнуться с тем, что учащиеся одного и того же класса могут находиться на разных уровнях овладения навыками измерения длины и применения их для определения периметра и площади.

Измерение длины, периметра и площади		
Этап	Объяснение	Пример
1. Определение величин	Объекты обладают постоянными величинами, которые учащиеся могут измерить.	Парта имеет длину, которую можно измерить; перемещение парты не изменяет значение ее длины.
2. Прямое сравнение	Учащиеся физически сравнивают числовые значения одноимённых величин двух или более предметов.	Длину парты и длину стола можно сравнить, выровняв один край обоих предметов, затем посмотреть, какой из предметов длиннее.
3. Сравнение и измерение с помощью нестандартных единиц измерения	Учащиеся сравнивают числовые значения одноимённых величин двух предметов, сравнив их с третьим предметом; учащиеся измеряют величину предмета с помощью нестандартных единиц измерения.	Длины парты и стола можно сравнить, измерив их нестандартной единицей измерения - длиной предплечья; длину парты можно измерить с помощью нестандартной единицы измерения - бумажной скрепки.
4. Стандартные единицы измерения	Учащиеся измеряют величину предмета с помощью стандартных единиц измерения.	Длину парты можно измерить с помощью сантиметровой линейки.
5. Применение измерения	Учащиеся применяют свое понимание измерения для измерения более сложных величин предметов.	Учащиеся используют свое понимание измерения длины для усвоения, что периметр парты – это протяженность границ сторон парты, а площадь парты – это количество квадратных единиц измерения, необходимых для покрытия поверхности парты.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 1 И 2: «ДЛИНА ОТРЕЗКА, ПЛОЩАДЬ ФИГУРЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ»

В следующих Фрагментах примерных уроков учителя могут применять стратегию «Объяснение и обоснование» когда учащиеся 1–2 классов измеряют длину отрезков с помощью линейки и используют вычитание для сравнения длин отрезков. Они также могут применять эту стратегию, когда учащиеся 3–4 классов определяют площади фигур стандартной и нестандартной форм, подсчитывая и оценивая количество квадратов, которыми покрыты фигуры. При изучении понятия площади, учащиеся учатся также определять площадь квадрата по известной длине его стороны. Когда учащиеся объясняют свои решения по определению длины, периметра и площади, учителя слушают объяснения и ход их рассуждений, чтобы выявить любые распространенные или возможные ошибки и неправильные представления учащихся.



Фрагмент примерного урока 1: «Длина отрезка, площадь фигуры и их измерение»

Название/Тема: Сравнение длины отрезков

Целевые классы: 1

Цель деятельности: учащиеся научатся правильно измерять длины отрезков в сантиметрах с помощью линейки и сравнивать результаты измерений.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, линейка, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: понимание и использование понятия сантиметра как единицы измерения длины способствует формированию у учащихся представления о других мерах длины и соотношениях между ними, умения выполнять арифметические действия с ними, а также является основой выбора единиц измерения для вычисления соответствующих величин. Это содействует использованию знаний и умений в этой области в повседневной жизни.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем измерять длины отрезков в сантиметрах с помощью линейки и сравнивать результаты измерений.

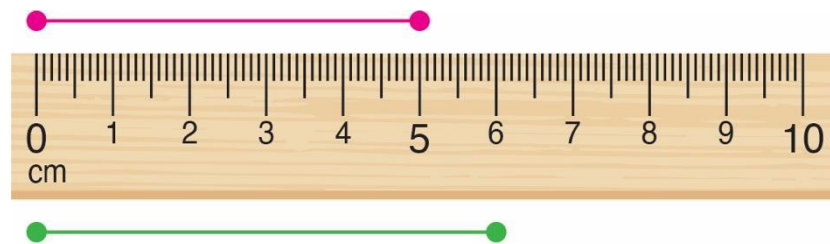
Часть II. Формирование понимания у учащегося

- ♦ **Решение задачи:** выдайте учащимся листочки с нарисованными двумя отрезками длиной 5 см и 6 см, но не отмеченными на отрезках значениями длин, как на рисунке ниже, попросите ответить на вопрос. Учащиеся могут выполнять задание самостоятельно или с партнёром. Можно использовать чертежи отрезков или предметы, где можно измерить длину. Можно выбрать любые задачи/примеры, по условиям которых учащийся должен выполнить измерение длины отрезка с помощью линейки. Условия задач могут быть представлены рисункам.



- Используя рисунок, ответьте на вопрос:
 - *На сколько сантиметров один отрезок длиннее другого?*
- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ вы получили? Можете ли вы объяснить, как вы решили эту задачу?*
 - *Может ли кто-нибудь поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*

- ◆ **Противоположное предположение:** скажите учащимся, что ученик из другого класса сказал, что один отрезок длиннее другого на 6 см.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил ответ 6?*
 - *Что бы вы сказали ему?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.
 - Обратите внимание учащихся на рисунок.
 - Чтобы узнать длину отрезка, используйте линейку так, чтобы 0 совпадал с началом отрезка. Важно убедиться, что начало отрезка соответствует 0, а не 1. Число на линейке, которое соответствует концу отрезка, есть длина отрезка.



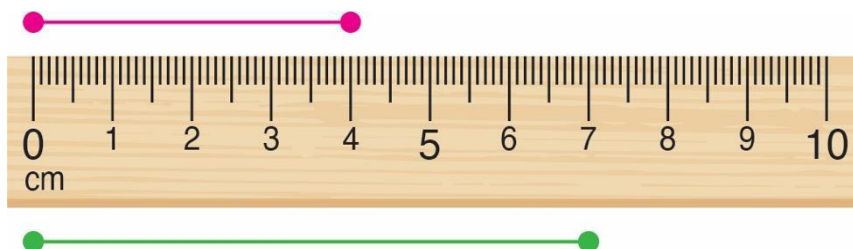
- Длина первого отрезка равна 5 см. Длина второго отрезка 6 см.
- Чтобы узнать, на сколько сантиметров один отрезок длиннее другого, по рисунку посчитаем, на сколько единиц второй отрезок длиннее, чем первый. Эту разницу показывает расстояние от числа 5 на линейке до числа 6, которое равно 1 см.
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Упражнения могут содержать рисунки нескольких предметов, где следует измерить длины, а затем сравнить их, или начертить в тетради отрезки заданной длины и сравнить их. Упражнения могут быть текстовыми задачами, где учащиеся отвечают на вопросы: на сколько длиннее или на сколько короче заданные отрезки.
 - **Уровень выше:** дайте учащимся более сложные задания на сравнение отрезков. Например,
 - *Измерьте длину двух предметов, начертите в тетради отрезки такой же длины.*
 - *Объясните по рисунку, как можно узнать, на сколько сантиметров один отрезок длиннее или короче другого.*
 - *Задания могут быть текстовыми задачами. Например, Аня измерила рост своей игрушки - куклы Дюймовочки. Рост оказался меньше, чем длина карандаша на 3 см. Какой рост у Дюймовочки, если длина карандаша 8 см?*
 - **Уровень ниже:** дайте учащимся больше заданий на измерение длин отрезков и их сравнение с помощью линейки или наложением отрезков друг на друга.

- Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Какая длина этих отрезков?*
 - *Как вы сравниваете длины этих двух отрезков? Объясните свое решение*

Часть III: Оценивание результатов обучения

◆ Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание

- Покажите учащимся готовый рисунок в учебнике:



- Попросите учащихся показать на пальцах числа, которые являются правильными ответами на следующие вопросы:
 - *Какова длина отрезка красного цвета?*
 - *Какова длина отрезка зеленого цвета?*
 - *На сколько сантиметров зеленый отрезок короче красного?*
- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное умение и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Сегодня мы измеряли длины отрезков с помощью линейки и сравнивали эти длины. Когда вы измеряете длины отрезков, важно уметь правильно работать с линейкой. Мы всегда начинаем измерение отрезка или предмета с 0. Еще можно сравнивать длины отрезков наложением. Какой бы способ сравнения вы ни использовали, главное, чтобы вы смогли объяснить свое решение.
- **Домашнее задание:**
 - Задайте упражнения, в которых следует измерить длины отрезков, а затем сравнить их, или начертить в тетради отрезки с заданными длинами, а затем сравнить эти длины.
 - Задание может содержать текстовые задачи, в которых учащийся отвечает на вопросы, на сколько длиннее или на сколько короче заданные длины предметов.
 - Для тех, кто затрудняется, дайте больше упражнений на измерение длин заданных отрезков.
 - Уровень сложности домашних задач не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.





Фрагмент примерного урока 2: «Длина отрезка, площадь фигуры и их измерение»

Название/Тема: Периметр и площадь прямоугольников

Целевые классы: 3–4

Цель деятельности: учащиеся будут применять свои знания о периметре и площади квадрата и прямоугольника для решения задач в реальных жизненных ситуациях.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, линейка, ручка, карандаш, чертежные принадлежности

Важность: понимание и применение понятия «величины», в том числе «площадь», и их измерение, соотношений между единицами измерения величин, умение выполнять арифметические действия с именованными величинами являются основой развития пространственных представлений, изучения площади многоугольников и других ограниченных выпуклых фигур, площади круга, площади поверхностей пространственных тел. Это вооружает учащихся важными практическими навыками, которые широко применяются в жизни.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок

- ◆ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем решать задачи на вычисление периметра и площади квадрата и прямоугольника.

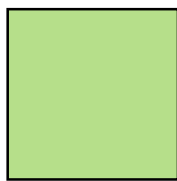
Часть II. Формирование понимания у учащегося

- ◆ **Решение задачи:** напишите нижеследующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить задачу в тетради. Можно выбрать любые задачи, по условиям которых учащийся должен находить периметр или площадь квадрата и прямоугольника.

Участок квадратной формы окружен с четырех сторон забором, длина которого составляет 80 м. Какова площадь этого участка?

- ◆ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ◆ Наводящие вопросы:
 - *Какой ответ получили? Можете ли вы объяснить, как решили?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*
- ◆ **Противоположное предположение:**
 - Скажите учащимся, что один ученик из другой школы сказал, что площадь равна 160 квадратным метрам.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил ответ 160 кв.м?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.
 - Есть много способов решения этой задачи. Один из способов – сделать рисунок к задаче для наглядности.

- В задаче сказано, участок квадратной формы окружен с четырех сторон забором. Нарисуем этот участок в форме квадрата.



- Длина всего забора составляет 80 м. На рисунке видим, что длина забора есть вся граница квадрата, а это сумма длин четырех сторон участка. Знаем, что сумма длин всех четырех сторон квадрата есть периметр.
- Сторона квадрат неизвестна. Чтобы найти ее, используем определение периметра.
- Разделив периметр на число сторон квадрата, т.к. все стороны квадрата равны, найдем длину одной стороны

$$80 : 4 = 20 \text{ (м)}.$$
- В задаче спрашивается, какова площадь этого участка.
- Умножив $20 \cdot 20 = 400 \text{ (м}^2\text{)}$, найдем площадь квадрата, а это есть площадь участка квадратной формы.
- ♦ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника.
 - Задачи могут быть
 - на вычисление площади квадрата, где известно значение его периметра;
 - на вычисление периметра прямоугольника, если известны значение площади прямоугольника и длина одной стороны.
 - **Уровень выше:** дайте учащимся более сложные задания на определение площади фигуры. Например,


Площадь участка прямоугольной формы 600 м^2 разделен на две равные части. На одной из частей посадили сад, а на второй будет построен дом, занимающий площадь 56 м^2 . Какая площадь второй части участка останется свободной?
 - **Уровень ниже:** дайте учащимся больше заданий на вычисление периметра и площади прямоугольника, где известны стороны прямоугольника.
 - Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Какая ситуация описана в задаче? Как вы изобразите это?*
 - *Можете ли вы объяснить свое решение?*


Часть III. Оценивание результатов обучения

- ♦ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание**
 - Заранее подготовьте на доске рисунок к задаче на нахождение площади. Например,

Одна сторона прямоугольника 4 см, а вторая на 3 см больше первой. Найдите площадь прямоугольника.
 - Попросите учащихся, чтобы они поделились своим решением с соседом по парте. Затем попросите показать:

 , если учащиеся легко решили;

 , если у учащихся появились затруднения, вопросы при решении задачи;

 , если учащиеся совсем не знают, как решать задачу.

- Осмотрите класс и отметьте для себя, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное умение и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Мы решали задачи на вычисление периметра и площади прямоугольника и квадрата. Важно помнить, что периметр — это длина границы фигуры. Периметр прямоугольника и квадрата находим, сложив длины всех их сторон. Площадь показывает размер фигуры или место, которое занимает фигура. Площадь прямоугольника находим, умножив длину одной его стороны на длину другой, т.е. умножив длину на ширину, а площадь квадрата, умножив длину одной стороны саму на себя.
- **Домашнее задание:**
 - Задайте домашнее задание по учебнику
 - на вычисление площади квадрата, где дано значение периметра;
 - на вычисление периметра прямоугольника, если даны значение площади прямоугольника и длина одной стороны.
 - Для тех, кто затрудняется, дайте больше задач на вычисление периметра и площади, в которых известны длины сторон прямоугольника.
 - Уровень сложности домашних заданий не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части и должен соответствовать целям, поставленным во фрагменте примерного урока.



ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «МАССА И ЕЕ ИЗМЕРЕНИЕ»



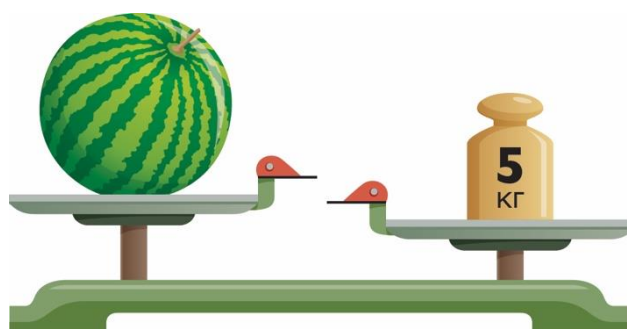
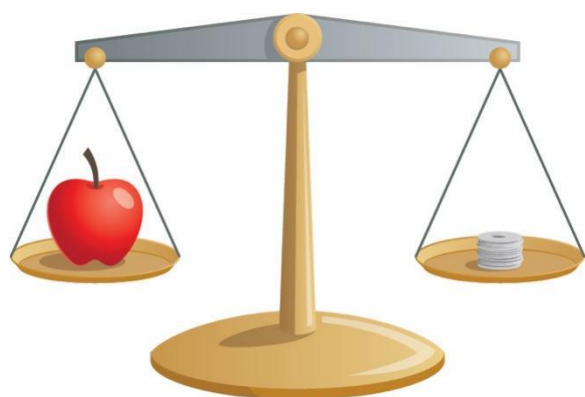
Масса — это количество вещества в предмете. Поскольку условно принято, что значение массы предмета и его веса одинаковы, мы можем взвешивать предметы, чтобы определить их массу. Младшие школьники начинают изучать массу, представляя предметы в повседневной жизни и решая, являются ли эти предметы тяжелыми или легкими. Если вы спросите их, является ли перо тяжелым или легким, или настоящий грузовик тяжелым или легким, это поможет им составить представление о массе предметов.

Учащиеся переходят к сравнению двух предметов, определяя, какой из них тяжелее, а какой легче. Сначала сравнение можно сделать так: учащиеся берут в каждую руку тяжелые и легкие предметы и с помощью ощущения сравнивают их. Ниже даны описание двух распространенных и неправильных представлений о массе, которые могут быть у учащихся:

- ♦ Некоторые учащиеся могут ошибочно думать, что более крупный предмет всегда весит больше. Учителя могут развеять это неправильное представление, попросив учащихся сравнить два предмета, взяв в одну руку воздушный шар, а в другую бейсбольный мяч, и почувствовать, что воздушный шар легче, хотя он намного больше бейсбольного мяча.
- ♦ Другие учащиеся могут думать, что количество определяет массу, и чем больше количество, тем больше и масса. Учителя могут поправить эту идею, попросив учащихся подержать три пенопластовых шара в одной руке и бейсбольный мяч в другой, и почувствовать, что три пенопластовых шара легче одного бейсбольного мяча. (Queensland Studies Authority, 2005г.).

Когда учащиеся впервые начинают использовать весы с двумя чашами, они сначала должны их использовать для сравнения предметов, чтобы определить, какой из них тяжелее или легче. Учитель дает учащимся два предмета, которые незначительно отличаются по массе, например, 2 книги, и спрашивает, какая книга легче, какая тяжелее. Мнения учащихся не совпадают. Возникшие разногласия учитель использует для того, чтобы познакомить учащихся с весами. Оказывается, не всегда можно сравнить предметы по массе с помощью ощущений, взяв их в руки. Для сравнения масс используются простейшими чашечными весами. Учитель знакомит учащихся с весами, зарисовывает схематическое изображение весов, показывает рисунки, на которых изображены весы. Затем учащиеся с помощью весов наглядно сравнивают массы двух предметов, определяют, что заставляет чашу весов опускаться ниже или подниматься выше.

Учащимся нужно понять, что масса не может быть измерена непосредственно таким же образом, как и длина. Измерение массы должно производиться с помощью такого инструмента, как весы с двумя чашами, чтобы сравнить предмет с предметом известной массы. Учащиеся могут измерить массу предмета с помощью весов, сравнивая массу этого предмета с массой обычных повседневных предметов, таких, как монеты или шайбы.



В процессе освоения использования весов учащиеся увидят, что яблоко весит 12 плоских металлических шайб, потому что яблоко и 12 шайб уравнивают чаши весов. После практики с повседневными предметами учащиеся могут использовать весы со стандартными килограммовыми или граммовыми гирями для определения массы предмета, уравнивая предмет и гири на чашах весов. Учащиеся должны практиковаться в измерении мелких и крупных предметов, таких как галька, яичная скорлупа, перья, карандаши, скрепки для бумаг, крышки от бутылок и книги, используя стандартные гири. Учащиеся более старших классов могут соотнести вместимость, объем и массу, узнав, что 1 грамм определяется как вес воды определенной температуры при определенных условиях, которая хранится в контейнере объемом 1 кубический сантиметр. Итак, масса 1 миллилитра воды составляет 1 грамм.

В таблице ниже приводится обобщение последовательных этапов обучения измерению массы. Учащиеся будут использовать свои знания о предметах из реальной жизни, чтобы соотнести их с терминами «тяжелый» и «легкий». Необходимо предоставить учащимся достаточно возможностей, чтобы на практике, используя свои руки, почувствовать и сравнить массы двух предметов. Когда учащиеся будут использовать весы с двумя чашами, сначала путем визуального осмотра весов им нужно узнать, как они могут определить, какой предмет тяжелее. Это приводит к пониманию равновесия двух чаш как способа измерения массы предмета путем его уравнивания с помощью стандартной гири.

Этап	Объяснение	Пример
1. Определение величин	Объекты обладают постоянными величинами, числовые значения которых учащиеся могут измерить.	Яблоко имеет массу, которую можно измерить; яблоко легкое, а грузовик тяжелый.
2. Прямое сравнение	Учащиеся физически сравнивают значения масс величин двух или более предметов.	Массу яблока можно сравнить с массой кирпича, держа яблоко в одной руке, а кирпич в другой, чтобы почувствовать, что яблоко легче.
3. Сравнение и измерение с помощью нестандартных единиц измерения	Учащиеся сравнивают значения масс двух предметов, сравнив их с третьим предметом; учащиеся измеряют массу предмета с помощью нестандартных единиц измерения.	Массу яблока и небольшого камня можно сравнить, используя весы с двумя чашами, определив, сколько монет нужно, чтобы уравновесить их; чтобы уравновесить яблоко, требуется больше монет, чем для камня, поэтому оно тяжелее.

Этап	Объяснение	Пример
4. Стандартные единицы измерения	Учащиеся измеряют значения величин предметов с помощью стандартных единиц измерения.	Массу яблока можно измерить, используя весы с двумя чашами и стандартные гири.
5. Применение измерения	Учащиеся применяют свое понимание измерения для измерения значений более сложных величин предметов.	Учащиеся используют свое понимание измерения значения массы, чтобы научиться решать задачи, которые включают сложение, вычитание, умножение и деление заданных значений масс предметов.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 3 И 4: «МАССА И ЕЕ ИЗМЕРЕНИЕ»

В следующих Фрагментах примерного урока учителя могут использовать стратегию «Объяснение и обоснование» для того, чтобы учащиеся могли объяснить решение задач, где условие задачи дополнено изображениями весов с двумя чашами и следует определить массу предметов. В процессе решения задач и их обсуждения, когда учащиеся объясняют свое решение, учителя должны: определить понимание учащимися того, как работают весы с двумя чашами и измерения, с помощью весов массы предметов; корректировать любые неправильные представления, которые могут возникнуть у учащихся, например, если чаша весов опускается ниже, это означает, что предмет «легче».



Фрагмент примерного урока 3: «Масса и ее измерение»

Название/Тема: Единицы массы. Килограмм.

Целевые классы: 2

Цель деятельности: учащиеся будут определять, сравнивать массы предметов с использованием единицы массы «килограмм».

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: умение решать задачи на нахождение массы даст возможность различать предметы по их массе, устанавливать отношения между ними путем сравнения, позволит подготовить учащихся к решению сложных задач на измерение массы, которые будут изучаться в более поздние сроки обучения.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

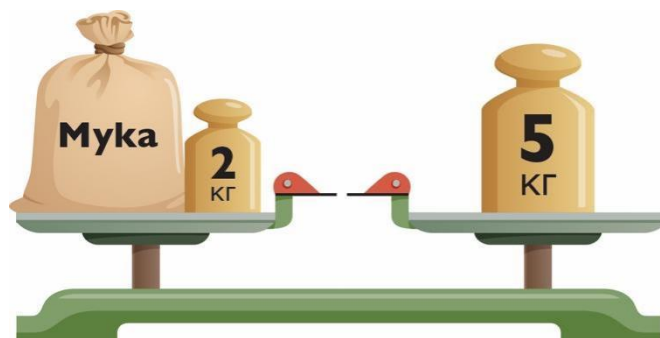
Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем решать задачи на определение и сравнение масс предметов с использованием единицы измерения массы «килограмм».

Часть II. Формирование понимания у учащегося

- ♦ **Решение задачи:** попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Можно выбрать любые задачи, по условиям которых учащийся должен определить или сравнить массы предметов.

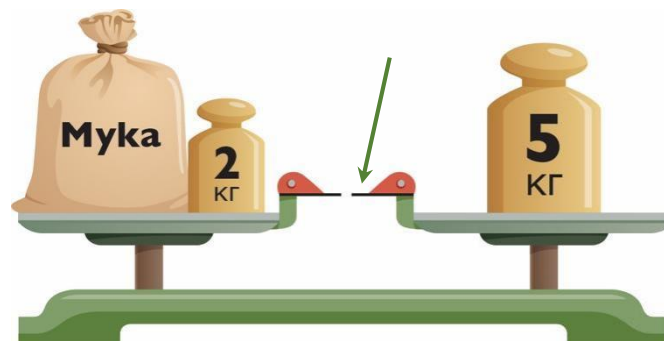


- Используя рисунок реши задачу
 - *Сколько весит пакет с мукой?*
- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - Какой ответ получили? Можете объяснить, как вы решили эту задачу?*
 - Кто может поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*
- ♦ **Противоположное предположение:** скажите учащимся, что ученик 2-го класса из другой школы сказал, что масса пакета с мукой равна 5 кг.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*

- Как вы думаете, как ученик получил в ответе 5 кг?
- Что бы вы сказали этому ученику?

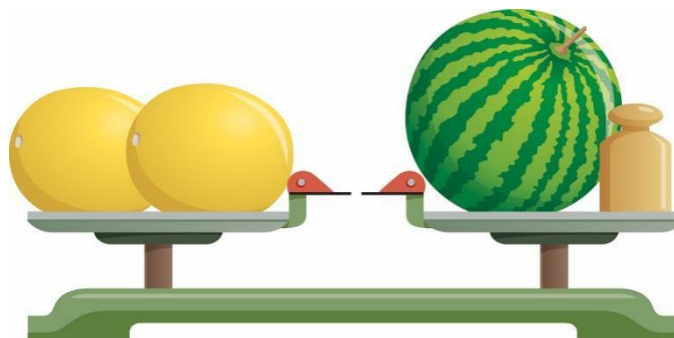
♦ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.

- При решении задачи обратите внимание учащихся на рисунок.
- Скажите: запишем то, что увидели на рисунке. Весы уравновешены. Знаем, что это означает. Все, что находится на одной чаше весов, по массе равно тому, что находится на другой чаше.
- Масса муки неизвестна, запишем знак «?».
- Вес гири на левой чаше равен 2 кг, запишем число 2.
- Мука и гиря находятся вместе на одной чаше весов, запишу выражение «? + 2».
- Вес второй гири на второй чаше равен 5 кг, запишем число 5.
- Т.к. на рисунке чаши весов уравновешены, запишем знак равенства между записями, выражающими массу на правой и левой чашах весов.



$$? + 2 = 5$$

- Из равенства узнаем, сколько весит пакет с мукой. Ответ: 3 кг
- ♦ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Найдите текстовые задачи на сложение или вычитание, в которых нужно найти или сравнить массу предметов.
- **Уровень выше:** дайте учащимся составную задачу на определение массы. Например,
 - На нижеприведенном рисунке масса одной дыни 3 кг, а масса арбуза 5 кг. Найдите массу гири, которая привела весы в равновесие.

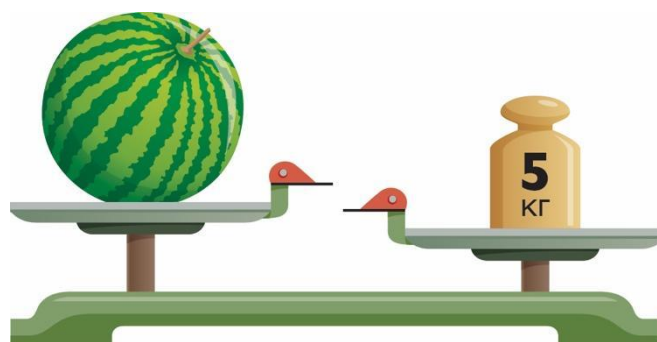


- **Уровень ниже:** дайте учащимся простые задачи на определение массы предметов. Например, упростив выше данную задачу,

Две дыни вместе весят 6 кг, а масса арбуза 5 кг. Найдите массу гири, которая привела весы в равновесие.
- Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Как вы решили задачу?*
 - *Можете ли вы объяснить свое решение?*

Часть III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание.**
 - Покажите детям готовый рисунок из учебника.



- Попросите учащихся показать на пальцах числа, которые являются правильными ответами на вопрос
 - *Сколько килограммов может быть масса арбуза?*
- Скажите учащимся, чтобы они обратились к своему соседу по парте и объяснили друг другу, почему они так думают.
- Осмотрите класс и обратите внимание на тех, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке новое умение и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Скажите учащимся что они научились решать задачи на определение и сравнение массы с помощью рисунков с изображением весов. Иллюстративное представление задачи было хорошим помощником в решении задачи. Существуют различные приборы для определения массы предметов, далее они будут знакомиться с такими приборами и выполнять упражнения, чтобы развивать навык измерения масс предметов.
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Дайте простые текстовые задачи на сложение или вычитание, в которых нужно найти или сравнить значения масс предметов.
 - Для тех, кто затрудняется, можно задать простые задачи на определение массы предмета по рисунку.
 - Уровень сложности домашнего задания не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных в практической части и должен соответствовать целям, поставленным во фрагментах примерного урока.





Фрагмент примерного урока 3: «Масса и ее измерение»

Название/Тема: Единицы массы. Центнер.

Целевые классы: 4

Цель деятельности: учащиеся будут решать задачи на нахождение массы предметов с использованием единицы массы «центнер» и выражать значения массы в центнерах через другие единицы измерения массы.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: развитие умения решать задачи на нахождение массы дает возможность учащимся различать предметы по их массе, устанавливать отношения между ними путем сравнения значений их массы и выражения одних единицы измерения массы через другие; готовит учащихся к решению более сложных задач на измерение массы, которые будут изучаться в старших классах; для решения практических задач в реальной жизни.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок

- ◆ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем решать задачи на нахождение массы предметов с использованием единицы измерения массы «центнер».

Часть II. Формирование понимания у учащегося

- ◆ **Решение задачи:** напишите нижеследующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Скажите им, что при необходимости они могут чертить или рисовать на бумаге.
В один мешок помещается всего 50 кг картофеля. Сколько мешков потребуется, чтобы расфасовать в них 1 ц картофеля?
- ◆ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили? Можете объяснить, как вы решили эту задачу?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*
- ◆ **Противоположное предположение:** скажите учащимся, что ученик 2-го класса из другой школы сказал, что ответ будет 50 мешков.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как ученик получил в ответе, 50 мешков?*
 - *Что бы вы сказали этому ученику?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.
 - Скажите:

- При решении задачи следует обратить внимание на условие задачи и на ее вопрос.
 - В условии задачи сказано, что в один мешок помещается всего 50 кг картофеля.
 - В задаче спрашивается, сколько мешков потребуется, чтобы поместить в них 1 ц картофеля.
 - Знаем, что 1 ц = 100 кг.
 - Чтобы узнать сколько мешков потребуется, чтобы поместить в них 100 кг картофеля, можно сообразить, что если удвоить 50 кг, то получится 100 кг картофеля. Но и количество мешков удвоится, т.е. тогда для 100 кг картофеля нужны 2 мешка.
 - Другой способ: разделить $100 : 50 = 2$ (мешка).
- ♦ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Задачи могут быть на нахождение массы предметов в данных единицах измерения массы или для решения задачи следует их выразить в других единицах.
- **Уровень выше:** дайте более сложные задачи на нахождение массы в центнерах или килограммах. Например,
 - *Из 1 ц свежих яблок получилось 16 кг сушеных. На сколько килограммов масса сушеных яблок меньше массы свежих яблок?*
 - *Из 1 ц свежих яблок получилось 16 кг сушеных. Сколько килограммов сушеных яблок получится из 2 ц свежих яблок?*
 - **Уровень ниже:** дайте учащимся простые задачи, где не следует выражать одни единицы измерения массы через другие или нужно выразить ответ задачи в центнерах на основе готовой таблицы единиц масс. Поощряйте учащихся делать схематические рисунки для наглядного представления массы. Например,
 - *Из 110 кг свежих яблок получилось 30 кг сушеных. На сколько килограммов масса сушеных яблок меньше массы свежих яблок?*
 - Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:

Как вы решили задачу?

Можете ли вы объяснить свое решение?

Часть III. Оценивание результатов обучения

- ♦ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание**
 - Напишите заранее на доске и прочитайте задание учащимся:

$$3 \text{ ц} = * \text{ кг?}$$

$$500 \text{ кг} = * \text{ ц?}$$
 - Скажите учащимся, чтобы они обратились к своему соседу по парте и объяснили друг другу свое решение.
 - Осмотрите класс и обратите внимание на тех, кто испытывает трудности.
- ♦ **Повторите** пройденное на уроке новое умение и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Скажите учащимся, что они решали задачи на нахождение массы и выражали центнеры через килограммы и наоборот. Напомните им, что суще-

ствуют другие единицы измерения массы, и что они будут и дальше выражать одни единицы измерения массы через другие, чтобы развивать этот навык.

◆ **Домашнее задание:**

- Дайте текстовые задачи на нахождение массы предметов в центнерах, в которых для решения задачи следует выразить их в килограммах или наоборот.
- Для тех, кто затрудняется, можно дать простые задачи на определение массы в центнерах или килограммах.
- Уровень сложности домашних задач не должен превышать уровень сложности задач, рассмотренных в практической части и должен соответствовать целям, поставленным во фрагментах примерного урока.



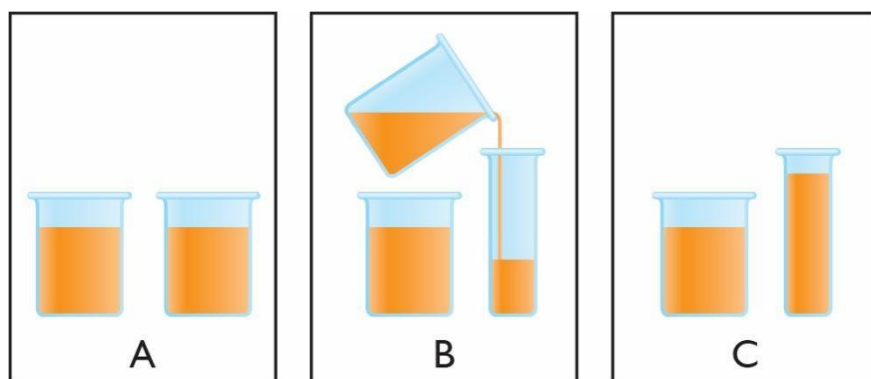
ПРОГРЕСС В РАЗВИТИИ НАВЫКОВ ПО ТЕМЕ «ВМЕСТИМОСТЬ И ОБЪЕМ»



Вместимость — это мера максимального количества вещества, которое может вместить объект, например контейнер. Учащиеся видят, что в реальной жизни меры вместимости используются каждый день. Поход в продуктовый магазин может подтвердить, что литры используются для описания количества сока в бутылке, а миллилитры - для описания количества зубной пасты в тюбике. Учащиеся испытали на себе понятие вместимости, когда, будучи маленькими детьми, они играли с песком или водой, экспериментируя с подсчетом того, сколько раз им нужно было использовать маленький контейнер, чтобы заполнить большой контейнер. Они могут на опыте убедиться, что два контейнера, имеющие одинаковую форму и размер, содержат одинаковое количество песка или воды, поэтому они имеют одинаковую вместимость. Учащиеся также сравнивают вместимость контейнеров, определив, сколько раз нужно было заполнить маленький контейнер и добавить его содержимое в каждый из двух больших контейнеров, а затем сравнив полученные числа.

Когда учащиеся изучают вместимость, есть несколько неправильных представлений, которые могут показать учащиеся, и должны обнаружить это учителя:

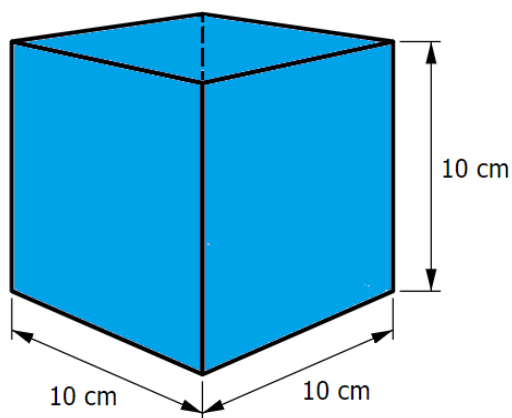
- ◆ Учащиеся могут подумать, что количество жидкости увеличивается или уменьшается, когда ее переливают из одного контейнера в другой. Опыт переливания воды из одного сосуда во второй сосуд одинакового размера и формы поможет им узнать, что количество воды не изменилось.
- ◆ Учащиеся могут полагать, что вместимость более высокого контейнера всегда больше, не думая о поперечном сечении контейнера. Учащиеся могут экспериментировать с вместимостью пустых банок, заполняя как высокие банки с небольшим поперечным сечением, так и невысокие банки с большим поперечным сечением, чтобы увидеть, что более короткие банки могут вмещать больше, чем высокие. (Лалли и Валентин-Френч, 2019 г.).



Понятие вместимости связано с понятием объема. Объем — это количество пространства, содержащегося в трехмерной фигуре. Вместимость используется для описания максимального количества жидкости (жидкости или газа), которое может вместить контейнер, в то время как объем описывает максимальное количество твердых веществ, которые могут быть упакованы в контейнер. Например, мы можем говорить об объеме внутреннего пространства сосуда, контейнера, упаковочного ящика или можем утверждать, что вместимость сосуда равна объему жидкости, которым этот сосуд можно заполнить.

Определение миллилитра основано на объеме контейнера - миллилитр воды определяется как количество воды, необходимое для заполнения контейнера размером 1 см в длину, 1 см в ширину и 1 см в высоту. Объем этого контейнера составляет 1 кубический сантиметр, а вместимость контейнера - 1 миллилитр.

1 литр равен 1000 миллилитрам и определяется как количество жидкости в полном контейнере размером 10 см в длину, 10 см в ширину и 10 см в высоту.



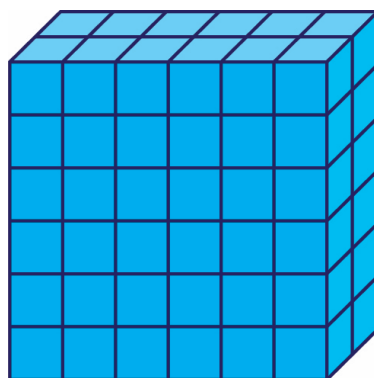
Важным понятием, которое учащиеся должны усвоить, чтобы понять объем, является идея кубической единицы измерения. Единичный куб — это куб, длина, ширина и высота которого равны 1 единице измерения. Единичный куб имеет объем 1 кубической единицы измерения. Если единица измерения - сантиметр, то куб будет иметь ребра длина, которых равна 1 см, а объем куба - 1 кубический см. Практический опыт наполнения контейнеров кубическими блоками, кубиками сахара и сантиметровыми кубиками, поможет учащимся понять идею объема. Они могут заполнить контейнер, складывая в него кубики без зазоров и наложений, а затем подсчитать кубики, чтобы определить объем контейнера.

Емкость – 1 литр

Объем – 1000 кубических см

Некоторые распространенные и возможные ошибки могут быть допущены, когда вместо того, чтобы считать кубики в практическом эксперименте, учащимся дают изображение единичных кубиков, которые заполняют контейнер, как показано на рисунке, приведенном ниже:

- ◆ Учащиеся, чтобы найти объем, считают только те единичные кубики, которые они могут увидеть на изображении куба. В этом случае учащиеся могут подсчитать только 42 единичных кубика и придут к выводу, что объем составляет 42 кубических единиц, а не 72 кубических единиц.
- ◆ Учащиеся могут считать только те грани куба, которые показаны на рисунке. В этом случае учащиеся подсчитали бы 54 единичных кубика и пришли бы к выводу, что объем составляет 60 кубических единиц, а не 72 кубических единиц. (Тан-Сисман и Аксу, 2016г.).



Практический опыт и правильный подсчет единичных кубов приводит учащихся к открытию формулы для объема правильной прямоугольной призмы:

объем = длина \cdot ширина \cdot высота или $V = a \cdot b \cdot h$.

Учащиеся могут использовать формулу для определения того, что если две правильные прямоугольные призмы имеют одинаковые размеры, то их объемы будут равны.

Было выявлено, что при неправильном применении формулы для вычисления объема призмы допускаются следующие ошибки:

- ♦ учащиеся складывают заданные значения длины, ширины и высоты, а не умножают их;
- ♦ учащиеся забывают умножить площадь основания (длина \cdot ширина) на высоту и ошибочно сообщают как объем эту вычисленную площадь;
- ♦ учащиеся представляют объем не в кубических единицах, а в квадратных единицах или просто как единицы измерения длины (Тан-Сисман и Аксу, 2016г.).

В таблице ниже приводится обобщение последовательности этапов обучения измерению вместимости и объема. Учащиеся, у которых есть возможность получить конкретный опыт определения вместимости и объема на практических занятиях, будут лучше понимать, как измерять эти величины и смогут применить свои знания, полученные в ходе таких экспериментов для решения задач. Учащиеся могут находиться на разных этапах развития в своем понимании измерения вместимости и объема, и учителя должны использовать соответствующие виды работы для определения уровня развития каждого учащегося.

Измерение вместимости и объема		
Этап	Объяснение	Пример
1. Определение величин	Объекты обладают постоянными величинами, которые учащиеся могут измерить.	Контейнер имеет вместимость или объем, который можно измерить; два ведра с одинаковой формой и размером содержат одинаковое количество песка.
2. Прямое сравнение	Учащиеся физически сравнивают объем или вместимость двух или более предметов	Поскольку ведро больше бутылки, ведро может вместить больше, и поэтому имеет большую вместимость.
3. Сравнение и измерение с помощью нестандартных единиц измерения	Учащиеся сравнивают количество объема двух предметов, сравнив их с третьим предметом; учащиеся измеряют объем предмета с помощью нестандартных единиц измерения.	Вместимость или объем бутылки и ведра можно сравнить, проверив, сколько раз нужно заполнить маленькую чашку и перелить ее содержимое в бутылку или в ведро. Чтобы заполнить ведро, нужно больше «наполненных» чашек и поэтому

Измерение вместимости и объема		
Этап	Объяснение	Пример
		вместимость ведра больше, чем вместимость бутылки.
4. Стандартные единицы измерения	Учащиеся измеряют объем или вместимость предмета с помощью стандартных единиц измерения.	Вместимость ванны можно измерить, наполняя ее водой с помощью литровых сосудов; ванну можно описать как предмет с вместимостью в определенное количество литров.
5. Применение понимания измерения	Учащиеся применяют свое понимание измерения для измерения объема или вместимости более сложных предметов.	Учащиеся используют свое понимание вместимости, чтобы узнать, что объем коробки — это количество кубических единиц измерения, необходимых для заполнения коробки.



ВВЕДЕНИЕ ВО ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНЫХ УРОКОВ 5 И 6: «ВМЕСТИМОСТЬ И ОБЪЕМ»

Во фрагментах примерных уроков 5 и 6 учителя будут использовать стратегию «Объяснение и обоснование» при решении задач на вместимость и объем. Попросив учащихся объяснить свои ответы и обосновать ход своих рассуждений при решении задач на измерение величин, учителя могут выявить распространенные ошибки и неправильные представления о вместимости и объеме, затем корректировать работу с учащимися, чтобы исправить эти ошибки и неправильные представления.



Фрагмент примерного урока 5: «Вместимость сосудов»

Название/Тема: Задачи на вместимость сосудов в литрах

Целевые классы: 2

Цель деятельности: учащиеся будут определять количество жидкости в сосуде.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: понимание и использование понятия литра как единицы измерения объёма будет содействовать формированию у учащихся представлений о других мерах объёма и соотношений между ними, умения выполнять арифметические действия с ними, станет основой для навыка вычисления объёмов пространственных тел. Знания и умения в этой области будут использоваться в повседневной жизни.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

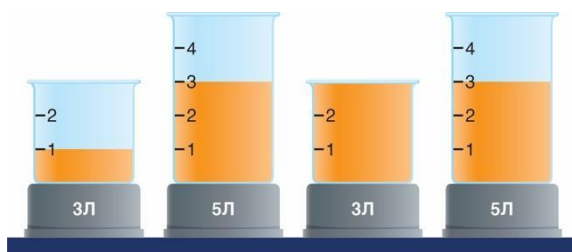
Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня мы будем решать задачи, связанные с вместимостью сосуда и его измерением.

Часть II. Формирование понимания у учащегося

- ♦ **Решение задачи:** напишите следующую задачу на доске. Попросите учащихся работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Скажите им, что при необходимости они могут писать или рисовать на бумаге. Можно выбрать любые задачи, связанные с вместимостью сосудов в литрах, которые учащийся должен решить, используя арифметические действия.



Как заполнить две 5-литровые банки с водой до краёв, которые изображены на рисунке, используя воду в двух других банках?

- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили?*
 - *Можете объяснить, как вы решили эту задачу?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*
- ♦ **Противоположное предположение:** скажите учащимся, что, когда это задание было предложено другому ученику, он сказал, что 1 литра воды не хватит для одной 5-литровой банки.
 - Спросите учащихся:

- *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
- *Как вы думаете, как он получил такой ответ?*
- *Что бы вы сказали ему?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.
 - Для измерения вместимости сосуда мы используем единицы измерения «литр». Литр показывает, какое количество жидкости есть в сосуде.
 - В двух 5-литровых банках не хватает по 2 литра воды, чтобы заполнить до краёв.
 - Одну 5-литровую банку я заполню водой из 3-литровой банки.
 - Останется 1 литр воды, которую я налью во вторую 5-литровую банку и дополню до 5 литров ее из второй 3-литровой банки, где есть 1 литр воды.
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Найдите простые задачи, связанные с вместимостью жидкости в сосудах в литрах и сыпучих материалов, их уменьшением или увеличением, заполнением емкостей или отливанием жидкости из сосудов.
 - **Уровень выше:** дайте учащимся задачи, в которых
 - даны сосуды с жидкостями и следует заполнить другую ёмкость побольше (в решении достаточно привести один вариант). Например, *Как с помощью двух бидонов емкостью 3 л и 4 л отмерить и налить в другое ведро 11 л воды из речки?*
 - или даны сыпучие материалы. Например, *В одну литровую банку вмещается 1 кг сахара. Сколько однолитровых банок нужно, чтобы вместить 3 кг сахара?*
Учащимся следует обратить внимание на условие и вопрос задачи, сделать рисунок, а затем решить и дать ответ к задаче.
 - **Уровень ниже:** дайте учащимся задачи, где для решения требуется один шаг и есть готовый рисунок к задаче.
 - Пока учащиеся работают над решением задачи, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Как вы решили задачу? Объясните, почему.*
 - *Можете ли вы объяснить свое решение?*

Часть III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание**
 - Заранее подготовьте на доске и предложите учащимся задачу на заполнение сосуда. Прочитайте задачу:

Имеется 5-литровая (или 7-литровая) банка. Предложите ваши варианты, как наполнить ее водой с помощью 2-литровой и 1-литровой банок.
 - Скажите учащимся, чтобы они обратились к своему соседу по парте и объяснили друг другу свое решение.
 - Осмотрите класс и обратите внимание на тех, кто испытывает трудности.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке умение и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.

- Напомните учащимся, что они решали задачи, связанные с вместимостью сосудов, которая измеряется в литрах. Обратите внимание на то, что вместимость сосуда — это определённое количество жидкости или сыпучих материалов в нем. Количество литров показывает какое количество жидкости есть в сосуде.
- ◆ **Домашнее задание:**
 - Найдите простые текстовые задачи, связанные с вместимостью сосудов, измеряемой в литрах, количеством жидкости или сыпучих материалов, его уменьшением или увеличением, заполнением емкостей или отливанием жидкости из сосудов.
 - Для тех, кто затрудняется, задайте упражнения, где требуется для решения один шаг и есть готовый рисунок к задаче.
 - Уровень сложности домашних задач не должен превышать уровень сложности задач, рассмотренных в практической части, и должен соответствовать целям, поставленным во фрагментах примерного урока.





Фрагмент примерного урока 6: «Вместимость сосудов»

Название/Тема: Задачи на вместимость сосудов.

Целевые классы: 3–4.

Цель деятельности: учащиеся будут определять количество сыпучих материалов или жидкости в сосудах.

Необходимые материалы: учебник, тетрадь, ручка, карандаш и чертежные принадлежности.

Важность: понимание и использование понятия вместимости сосудов способствует формированию у учащихся первичных представлений о мерах объёма и соотношений между ними, умению выполнять арифметические действия с ними, а также является основой для вычисления объёмов пространственных тел в кубических единицах измерения. Это содействует использованию знаний и умений в этой области в повседневной жизни.

Связь с учебником: [будет заполнено позже учителями]

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок

- ♦ **Обсуждение:** скажите учащимся, что сегодня будем решать задачи на определение количества сыпучих материалов и жидкости в сосудах.

Часть II. Формирование понимания у учащегося

- ♦ **Решение задачи:** напишите нижеследующую задачу на доске. Попросите учеников работать самостоятельно или с партнером, чтобы решить эту задачу. Скажите им, что при необходимости они могут писать или рисовать на бумаге.



Катя заполняет банку конфетами, используя для этого совок, в который помещается всего 24 конфеты. Сейчас в банке уже есть 1 полный совок конфет. Катя насыпала в нее еще 1 полный совок конфет. Сколько конфет нужно досыпать, чтобы банка была наполнена до краев?

- ♦ **Обсуждение:** попросите нескольких учащихся поделиться своими ответами и объяснить свою линию рассуждения.
- ♦ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ получили?*
 - *Можете объяснить, как вы решили эту задачу?*
 - *Кто может поделиться с другими своим способом решения этой задачи?*




- ◆ **Противоположное предположение:** скажите учащимся, что когда эта задача была предложена другому ученику, он сказал, что в банку еще нужно досыпать 48 конфет.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны с ним? Объясните, почему.*
 - *Как вы думаете, как он получил ответ 48?*
 - *Что бы вы сказали ему?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги, обратите внимание на то, как была решена задача.
 - Обратите внимание учащихся на рисунок банки и отмеченные на ней линии.
 - Банка разделена на 5 равных частей. Одна часть заполнена одним совком конфет, их количество равно 24.
 - В условии задачи сказано, что Катя насыпала в банку еще 1 совок конфет. Тогда будет заполнена еще 1 часть банки.
 - Посчитаем по рисунку количество конфет, обязательное для наполнения до верха банки, т.к., в задаче сказано «банка наполнена до краев», что означает счет нужного количества конфет до верха банки. Еще мы знаем, сколько частей банки уже заполнено. Их 2. И тогда 3 части банки не заполнено.
 - Умножив $24 \cdot 3 = 72$ (конфеты), узнаем, сколько нужно еще конфет досыпать, чтобы банка была полной.
 - Задачу можно решить другим способом:
 - Банка разделена на 5 равных частей. Одна часть заполнена одним совком конфет, и их количество равно 24. Значит, в полную банку помещается всего $24 \cdot 5 = 120$ (конфет).
 - В условии задачи сказано, что Катя насыпала в банку еще 1 совок конфет. И в ней стало $24 + 24 = 48$ (конфет) или $24 \cdot 2 = 48$ (конфет).
 - Выполнив вычитание $120 - 48 = 72$ (конфеты), узнаем, сколько конфет нужно еще досыпать, чтобы банка была полной.
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить похожие задачи из учебника. Найдите простые задачи, связанные с вместимостью сосудов, количеством жидкости или сыпучих материалов, уменьшением или увеличением их количества, заполнением емкости или отливанием жидкости из сосуда.
 - **Уровень выше:** дайте учащимся задачу, в которой
 - дан неполный сосуд с жидкостью и следует дополнить его, например, *Азамат начал наполнять водой бак для душа на даче вместимостью 80 литров, когда в нем уже было 26 л воды. Сколько полных ведер воды вместимостью по 6 л ему для этого нужно принести из речки?*
 - или даны сыпучие материалы, например, *Для приготовления вишневого варенья по рецепту бабушки нужно 1 кг 900 г сахара. Она отмеряет сахар ковшиком, который вмещает 150 г сахара. В посуду уже засыпан 1 кг сахара. Сколько еще*

ковшиков сахара должна досыпать бабушка для приготовления варенья по рецепту?

- **Уровень ниже:** дайте учащимся задачи, в которых требуется для решения один шаг и есть готовый рисунок к задаче.
- Пока учащиеся работают над заданием, ходите по классу, отслеживайте прогресс и оказывайте поддержку по мере необходимости. Задавайте такие вопросы, как:
 - *Как вы решили задачу?*
 - *Можете ли вы объяснить свое решение?*

Часть III. Оценивание результатов обучения

- ◆ **Быстрая проверка/Неформальное формирующее оценивание:**
 - Заранее подготовьте на доске и прочитайте учащимся задачу на заполнение сосуда. Например,

*В большой бидон вместимостью 15 л уже есть 1 литр молока.
Сколько еще полных 2-литровых банок молока нужно, чтобы наполнить большой бидон?*
 - Попросите учащихся, чтобы они поделились своим решением с соседом по парте. Затем попросите показать:
 -  , если учащиеся легко решили задачу;
 -  , если у учащихся возникли затруднения с решением задачи;
 -  , если учащиеся не понимают задание, и совсем не знают, как решить задачу.
- ◆ **Повторите** пройденное на уроке умение и свяжите его с той целью, которая была изложена во введении.
 - Напомните учащимся, что они решали задачи, связанные с вместимостью сосудов. Обратите внимание учащихся на то, что вместимость сосуда — это определённое количество жидкости или сыпучих материалов в нем. Количество жидкости или сыпучих материалов в сосуде измеряется в литрах, килограммах, граммах.
- ◆ **Домашнее задание:** дайте домашнее задание по учебнику.
 - Найдите простые текстовые задачи, связанные с вместимостью сосудов, количеством жидкости или сыпучих материалов и их уменьшением или увеличением, заполнением емкости или отливанием жидкости из сосудов.
 - Для тех, кто затрудняется задайте упражнения, где требуется для решения один шаг и есть готовый рисунок к задаче.
 - Уровень сложности заданий не должен превышать уровень сложности заданий, рассмотренных на практической части, и должен соответствовать целям, поставленным во фрагментах примерного урока.



КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО ПРИМЕНЕНИЮ СТРАТЕГИЙ

«Измерение величин. Длина отрезка, площадь фигуры и их измерение». Фрагмент примерного урока 1 «Сравнение длины отрезков». 1-класс.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности.
<p>Основная: «Объяснение и обоснование»</p> <p>Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Умение измерять длины отрезков в сантиметрах с помощью линейки и сравнивать результаты измерений. ● Понимание о других мерах длины и умение выразить одни меры через другие, выполнять арифметические действия с ними. 	<Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.>	<Заполняется учителем.>	Измерение длины отрезков в сантиметрах с помощью линейки и сравнение результатов измерения	<p>4. Величины.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Единицы измерения длины: сантиметр (см), дециметр (дм) (1 класс). <p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Простые задачи на увеличение и уменьшение числа, на разностное сравнение (1 класс). <p>4. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 1 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K1: 1.4.1; ○ K2: 1.4.2; ○ K3: 1.4.3. <p>6. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 1 класс <ul style="list-style-type: none"> ○ K4: 1.6.4.

«Измерение величин
 Длина отрезка, площадь фигуры и их измерение».
 Фрагмент примерного урока 2 «Периметр и площадь прямоугольников». 3–4 классы.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/ Компетентности.
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Понимание и применение понятия величин, в том числе площади, и их измерений. ● Умение находить площади многоугольников и других ограниченных выпуклых фигур, площадь круга, площади поверхности пространственных тел; Способность рассуждать и применять понимание площади и периметра для решения задач в жизненных ситуациях. 	<Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.>	<Заполняется учителем.>	Решение задач на вычисление периметра и площади квадрата и прямоугольников	<p>4. Величины.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Единицы измерения площади: см², дм², м² (3 класс). ● Арифметические действия с именованными величинами (3 и 4 классы). <p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Задачи, содержащие зависимость между величинами (3 класс). ● Геометрические задачи (периметр многоугольника, площадь прямоугольника, квадрата) (3 и 4 классы). <p>4. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 3 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ К1: 3.4.1; ○ К4: 3.4.4. <p>6. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 3 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ К1: 3.6.1.

«Измерение величин. Масса и ее измерение». Фрагмент примерного урока 3 «Единицы массы. Килограмм». 2 класс.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Умение определять и сравнивать массы предметов ● Решение более сложных задач на измерение массы и выражение одних единиц измерения величин через другие, которые будут изучаться в более поздних сроках. 	<p><Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Решение задач на определение и сравнение массы предметов с использованием единицы массы «килограмм».</p>	<p>4. Величины.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Единицы измерения массы: килограмм (кг) (1-класс). <p>6. Задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Задачи на кратное сравнение («во сколько раз больше», «во сколько раз меньше») (2-класс). <p>4. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 2 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ К1: 2.4.1; ○ К3: 2.4.3; ○ К4: 2.4.. <p>6. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 2 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ 2.6.2.

«Измерение величин. Масса и ее измерение». Фрагмент примерного урока 4 «Единицы массы. Центнер». 4 класс.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/ Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/ Компетентности
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Умение решать задачи на нахождение масс, предметов, на отношения между ними путем сравнения и выражения одних единиц измерения через другие. ● Использование единиц измерения массы в решении более сложных задач. Способность рассуждать и применять понимание единиц измерения массы для решения задач в жизненных ситуациях. 	<p><Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Решение задач на определение массы предметов с использованием единицы массы «центнер» выражение через другие единицы измерения массы.</p>	<p>4. Величины.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Единица измерения массы: центнер (ц), тонна (т) (4 класс). ● Соотношения между единицами измерения, их преобразование и сравнение (4 класс). ● Арифметические действия с именованными величинами (4 класс). <p>4. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 4 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K2: 4.4.2; ○ K3: 4.4.3; ○ K4: 4.4.4.

«Измерение величин. Вместимость и объем».
 Фрагмент примерного урока 5 «Задачи на вместимость сосудов в литрах». 2 класс.

Стратегия	Навык и вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии/Компетентности.
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Понимание и использование понятия «литр» как единицы измерения объёма и умение выполнять арифметические действия. ● Представление о других мерах объёма и соотношениях между ними. 	<p><Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Решение задач, связанные с вместимостью сосуда и его измерением.</p>	<p>4. Величины.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Измерение вместимости. Литр (1 класс). ● Соотношения между единицами измерения, их преобразование и сравнение (1 и 2 классы). <p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Простые задачи на увеличение и уменьшение числа объёма в литрах в несколько раз, деление по содержанию и на равные части (2 класс). <p>4. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 2 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K1: 2.4.1; ○ K3: 2.4.3; ○ K4: 2.4.4. <p>6. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 2 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K2: 2.6.2.

«Измерение величин. Вместимость и объем»
 фрагмент примерного урока 6 «Задачи на вместимость сосудов». 3–4 классы.

Стратегия	Навык & Вторичный навык	Месяц/Дата	Учебники/Уроки	Описание	Стандарты: Содержательные линии / Компетентности.
<p>Основная: «Объяснение и обоснование» Вторичные: «Множество моделей»; «Прогресс в развитии навыков».</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Понимание и использование понятия ёмкости, объёма и умение находить количество сыпучих материалов и жидкостей в сосуде. ▪ Умение решения задач на вычисление объёма пространственных тел; способность рассуждать и применять понимание единиц измерения объёма для решения задач в жизненных ситуациях. 	<p><Семестр или сроки, в течение которых проводятся уроки.></p>	<p><Заполняется учителем.></p>	<p>Решение задач, связанных с вместимостью сосуда и ее измерением</p>	<p>4. Величины.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Соотношения между единицами измерения, их преобразование и сравнение (3 и 4 классы). • Арифметические действия с именованными величинами (3 и 4 классы). <p>6. Задачи.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Задачи на нахождение доли целого и целого по его доле (4 класс). • Решение задач выражением. (3-класс). <p>4. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K4: 3.4.4. • 4 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K4: 4.4.4 <p>6. Компетентности.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 класс. <ul style="list-style-type: none"> ○ K1: 3.6.1.



БИБЛИОГРАФИЯ



1. Государственный образовательный стандарт школьного общего образования Кыргызской Республики (утвержден ППКР № 403 от 21.07.2014).
2. Предметный стандарт по математике в начальных классах (для обучающихся в 1-4 классах общеобразовательных школ) (утвержден приказом МОН КР №866/1 от 17.07.2019).
3. Стратегия развития образования в Кыргызской Республике на 2021–2040 годы (утвержденной Указом Президента Кыргызской Республики от 31 октября 2018 года № 221).
4. Арнольд В.И. Математика и математическое образование в современном мире // Математическое образование. – 1997. -№2. – С.109-112.
5. Дорофеев Г.В. Применение производных при решении задач в школьном курсе математики // Математика в школе. 1980. - №5. – С. 28-30.
6. Фирсов В.В. О прикладной ориентации курса математики // Углубленное изучение алгебры и анализа: Пособие для учителей (Из опыта работы) / Сост. С.И. Шварцбург, О.А. Боковнев. – М.: Просвещение, 1977. – С. 215-239.
7. Царева С.Е. Методика преподавания математики в начальной школе // Учебник / Сост. С. Е. Царева. - М. : Академия, 2014. – С. 196-200.
8. Back, J. (2014, February). *Place value: The ten-ness of ten*. NRICH. <https://nrich.maths.org/10738>
9. [Boschen, J. \(n.d\). Vocabulary and sentence frames in math. What Have I Learned. https://www.whatihavelearnedteaching.com/vocabulary-and-sentence-frames-in-math/](https://www.whatihavelearnedteaching.com/vocabulary-and-sentence-frames-in-math/)
10. Christensen, N. (2011, April 28). *Early math skills predict later academic success*. PhysOrg.com. <https://phys.org/news/2011-04-early-math-skills-academic-success.html>
11. Dixon, J. (n.d.). An explanation of the difference between explaining and justifying—or maybe it’s a justification . . . You decide. *DNA Mathematics*. <http://www.dnamath.com/blog-post/an-explanation-of-the-difference-between-explaining-and-justifying-or-maybe-its-a-justification-you-decide/>
12. Fletcher, G. (n.d.). The progression of early number and counting [Video]. Gfletchy. <https://gfletchy.com/2017/03/26/the-progression-of-early-number-and-counting/>
13. Maghfirah, M., & Mahmudi, A. (2018). Number sense: The result of mathematical experience. *Journal of Physics: Conference Series*, 1097. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1097/1/012141/pdf>
14. National Assessment of Student Educational Achievements. Report on Results of the Survey. Grade 4 (2017). Center for Educational Assessments and Teaching Methods
15. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
16. PISA 2009 in Kyrgyzstan. Report on Results (2009). Center for Educational Assessments and Teaching Methods
17. Sitabkhan, Y., Davis, J., Earnest, D., Evans, N., Ketterlin-Geller, L., Lutfeali, S., Ngware, M., Perry, L., Pinto, C., Platas, L., Ralaingita, W., Smith, K., & Srikantaiah, D. (2019). *Instructional strategies for mathematics in the early grades*. A Working Paper Developed by the Mathematics Working Group. <https://www.globalreadingnetwork.net/publications-and-research/instructional-strategies-mathematics-early-grades>

18. Tyre, P. (2016, March). The math revolution. *The Atlantic*. <https://www.theatlantic.com/magazine/archive/2016/03/the-math-revolution/426855/>
19. University of Arizona. (2012). Progressions for the common core state standards in mathematics. The Common Core Standards Writing Team. http://commoncore-tools.me/wp-content/uploads/2011/04/ccss_progression_nbt_2011_04_073_corrected2.pdf
20. Witzel, B., Riccomini, P. J., & Herlong, M. L. (2013). *Building number sense through the common core*. Corwin. https://www.sagepub.com/sites/default/files/upm-binaries/52538_Ch1.pdf
21. Woods, D. M., Ketterlin Geller, L., & Basaraba, D. (2017, June 14). Number sense on the number line. *Intervention in School and Clinic*. https://www.researchgate.net/publication/317596864_Number_Sense_on_the_Number_Line/link/5a9c78fc0f7e9be379681c64/download



ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ УЧЕБНИКИ

1. Бекбоев И.Б. Математика. Учебник для 3 класса начальной школы. / Бекбоев И.Б., Ибраева Н. – 4-ое изд. – Б.: Билим-компьютер, 2015.
2. Бекбоев И.Б., Ибраева Н.– 3-е изд. – Б.: Кут-Бер, 2013.
3. Моро М.И. Математика. Учебник для 4 класса начальной школы. В 2 ч. Ч 2. (Второе полугодие), / М.И. Моро, М.А.Бантова, Г.В. Бельтюкова и др. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2006.
4. Моро М.И. Математика. 1 класс. Учебник для школ с русским языком обучения. В 2 ч. Ч1. /М.И. Моро, С.И.Волкова, С.В. Степанова.– Адапт. изд.– Б.: Аркус, 2019.
5. Моро М.И. Математика. 1 класс. Учебник для школ с русским языком обучения. В 2 ч. Ч2. /М.И. Моро, С.И.Волкова, С.В. Степанова.– Адапт. изд.– Б.: Аркус, 2019.
6. Моро М.И. Математика. 2 класс. Учебник для школ с русским языком обучения. В 2 ч. Ч1. / М.И. Моро, М.А.Бантова, Г.В. Бельтюкова и др.– Адапт. изд.– Б.: Аркус, 2019.
7. Моро М.И. Математика. 2 класс. Учебник для школ с русским языком обучения. В 2 ч. Ч2. / М.И. Моро, М.А.Бантова, Г.В. Бельтюкова и др.– Адапт. изд.– Б.: Аркус, 2019.
8. Моро М.И. Математика. Учебник для 3 класса начальной школы. В 2 ч. Ч 1. (Первое полугодие), / М.И. Моро, М.А.Бантова, Г.В. Бельтюкова и др. – 5-е изд. – М.: Просвещение, 2007.
9. Моро М.И. Математика. Учебник для 3 класса начальной школы. В 2 ч. Ч 2. (Второе полугодие), / М.И. Моро, М.А.Бантова, Г.В. Бельтюкова и др. – 5-е изд. – М.: Просвещение, 2007.
10. Моро М.И. Математика. Учебник для 4 класса начальной школы. В 2 ч. Ч 1. (Первое полугодие), / М.И. Моро, М.А.Бантова, Г.В. Бельтюкова и др. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2006.

Ссылки

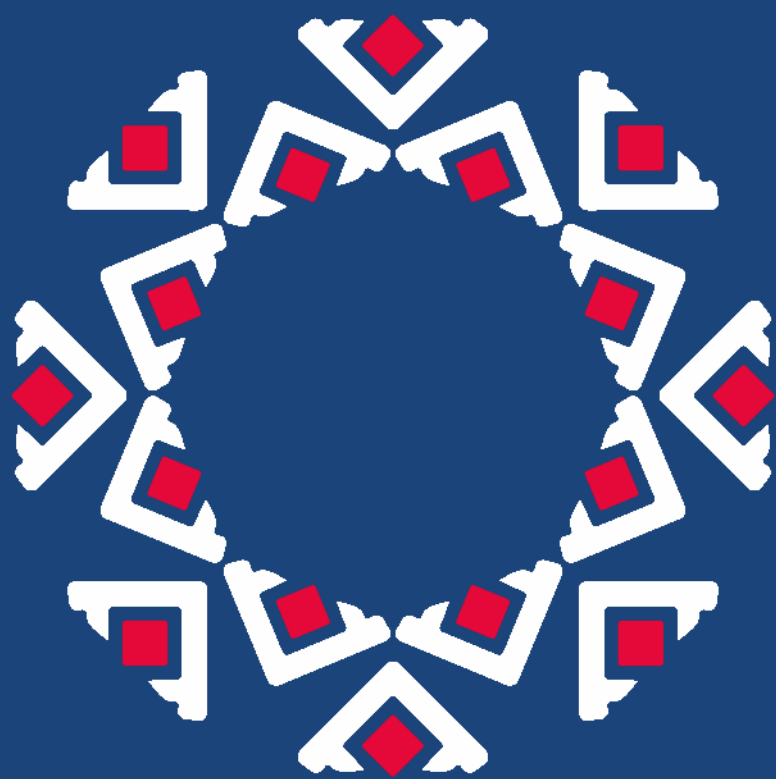
- Coasterpedia. (2019, October 15). Quantum Leap (Sochi Park). In *Coasterpedia*. [https://coasterpedia.net/wiki/Quantum_Leap_\(Sochi_Park\)](https://coasterpedia.net/wiki/Quantum_Leap_(Sochi_Park))
- Coasterpedia. (2019, October 9). Serpent Dragon. In *Coasterpedia*. https://coasterpedia.net/wiki/Serpent_Dragon

Expatistan. (n.d.). *Cost of living in Kyrgyzstan*. <https://www.expatisitan.com/cost-of-living/country/kyrgyzstan>

LearnZillion. (n.d.). *Solve multi-step word problems*. <https://learnzillion.com/resources/72713-solve-multi-step-word-problems/>

List of Rollercoaster Rankings. (2020, June 1). In *Wikipedia*. https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_roller_coaster_rankings

ГЛОССАРИЙ





ГЛОССАРИЙ

Стратегия	(в переводе с древне-греческого «искусство полководца»)– это общий не детализированный план, охватывающий длительный период времени, способ достижения сложной цели в военном деле, позднее вообще в какой-либо деятельности человека.
Стратегия обучения	– это общая концепция обучения, базирующаяся на определенных лингвистических, психологических и дидактических принципах и определяющая подход к обучению. Реализуется на занятиях в виде метода или группы методов обучения.
Стратегия обучения «Объяснение и обоснование»	– это набор педагогических действий, в которых учитель дает учащемуся задание и после его выполнения просит учащегося объяснить и обосновать полученный ответ. Более подробная информация об этих стратегиях представлена в Модулях 1–5, Приложении Г Модуля 1, где сделана ссылка на Методическое пособие «Стратегии обучения математике в начальных классах» (Sitabkhan и соавторы, 2019 г.).
Стратегия обучения «Прогресс в развитии навыков»	– это основанные на результатах научных исследований траектории или пути, которые показывают прогресс в усвоении учащимися навыков во всех разделах математики от простых к более сложным. Более подробная информация об этих стратегиях представлена в Модулях 1-5, Приложении Г Модуля 1, где сделана ссылка на Методическое пособие «Стратегии обучения математике в начальных классах» (Sitabkhan и соавторы, 2019 г.).
Стратегия обучения «Множество моделей»	– это набор педагогических действий, в которых учитель использует в обучении разные модели для пояснения определенной концепции. Модели могут быть К-конкретными, Г-графическими и А-абстрактными. Более подробная информация об этих стратегиях представлена в Модулях 1–5, Приложении Г Модуля 1, где сделана ссылка на Методическое пособие «Стратегии обучения математике в начальных классах» (Sitabkhan и соавторы, 2019 г.).
Модель	– приближённое описание или представление реальной ситуации, которое позволят сделать выводы об этой ситуации с помощью математических методов.
Конкретные модели	– это физические предметы, которые можно потрогать и которыми можно манипулировать (например, кубики, счетные палочки, разрезанные из бумаги геометрические фигуры).
Модель «Связки и палочки»	– это конкретная модель, используемая учащимися для изучения математических понятий счета, понимания чисел, значения разряда, разрядного слагаемого, четырех арифметических действий: сложение, вычитание, умножение и деление. Палочка

	представляет собой один элемент или единицу, а связка из десяти палочек, скрепленных вместе, представляет собой элемент десятков.
Графические модели	– это изображения, используемые для визуального представления математических понятий (например, изображение счетных палочек, таблицы чисел от 1 до 100, геометрических фигур, линейки).
Абстрактные модели	– это представление идей с использованием символов (например, $a + b = c$, $5 + 9 = 14$).
Модель «Матрица»	– это конкретная или графическая модель, созданная путем упорядоченного расположения физических объектов, изображений или фигур в строках и столбцах. Матрица является полезной моделью для представления умножения. – это таблица элементов, которая описывается сначала указанием количества рядов, а затем указанием количества столбцов, например, состоит из m строк и n столбцов, может иметь разные размеры и формы в зависимости от количества находящихся в ней элементов. Элементы фиксированы: если переставить хотя бы один, то получится другая матрица.
Математическое моделирование	– это как сама деятельность, так и совокупность принятых приёмов и техник построения и изучения математических моделей. — это практическое или теоретическое исследование объекта, при котором изучается вспомогательная система (модель), находящаяся в некотором объективном соответствии с оригиналом, и дающая при ее исследовании информацию о самом объекте.
Математическая модель	– это приближённое описание какого-либо класса явлений внешнего мира/реальной ситуации/задачи, представленное математическими символами. — это как объект-заместитель (в виде уравнений, неравенств и др.) объекта-оригинала, обеспечивающий изучение некоторых свойств оригинала, исследование которых средствами математики должно ответить на поставленные вопросы о свойствах объекта реального мира. Математической моделью текстовой задачи является выражение, либо запись по действиям, либо уравнение.
Моделирование решения задачи	– это описание и демонстрация решения задачи с использованием математических методов и символов. В процессе решения задачи четко выделяется три этапа математического моделирования: I этап – это перевод условий задачи на математический язык: выделяются данные и искомые, связи между ними.

	<p>II этап – внутри модельное решение (нахождение значения выражения, выполнение действий, решения уравнения);</p> <p>III этап – интерпретация, перевод полученного решения на язык, на котором была сформулирована исходная задача.</p>
Модельный урок	<p>«Модельный урок» часто используют как образец урока в контексте изучаемой стратегии. Во время модельного урока учителя знакомятся с эффективно запланированной и проведенной учебной практикой. Они смотрят видео-уроки, или присутствуют на уроке, который проводит тренер/ментор или коллега с использованием существующих эффективных ресурсов и планов. Учителя участвуют в процессе или внимательно следят за используемой стратегией, анализируют и связывают ее со своей практикой и опытом.</p> <p>Материал о новой стратегии, прослушанный на сессиях тренинга, не является достаточным для того, чтобы, вернувшись в классную комнату учитель внес существенные изменения в собственную практику. Для этого учителю, в первую очередь, необходимо увидеть, как та или иная стратегия работает на практике, и как это можно использовать в классе. Очень полезными являются видео уроки, т.к. у учителей появляется возможность повторно посмотреть определённые эпизоды, в промежутках они могут остановить просмотр и поговорить о важных эпизодах и т.д.</p>
Скаффолдинг	<p>– это стратегия обучения или, как считают Р. Жао и М. Орей, это особый тип процесса инструктирования, который имеет место в ситуациях взаимодействия учителя и обучаемого по решению проблем или задач. Авторы выводят два основных правила: помогать ученику в выполнении заданий, с которыми он пока не может справиться; а также позволять обучаемому выполнять такой объем или такое количество заданий, с которыми он уже может справиться самостоятельно. Основным показателем скаффолдинга является «угасающая помощь» со стороны учителя, т.е. уменьшение степени интенсивности оказания помощи до момента, когда обучаемый становится совершенно самостоятельным и автономным, а к завершению обучения значительно уменьшается или вообще отсутствует.</p>
Компетентность	<p>– это наличие знаний, опыта и навыков, нужных для эффективной деятельности в заданной предметной области, способность качественно выполнять тот или иной вид работы.</p>
Формирующее оценивание	<p>– это определение индивидуальных достижений каждого учащегося, призванное выявить пробелы в освоении учащимся элемента содержания образования с тем, чтобы восполнить их с максимальной эффективностью. Формирующее оценивание не предполагает сравнения результатов, продемонстрированных разными учащимися, или административных выводов по результатам обучения.</p>

Функциональная грамотность	– это способность учащегося использовать приобретаемые знания для решения широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений.
Математическая грамотность	– это способность учащегося проводить математические рассуждения, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира. Включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления.
Количественное мышление	– это набор навыков, которые позволяют учащимся работать с числами. Эти навыки являются фундаментальными для математики и решения задач. Количественное мышление включает в себя: понимание количества; понимание таких понятий, как больше и меньше; понимание порядка чисел в списке; понимание символов, обозначающих количество; сравнение чисел; распознавание взаимосвязей между отдельными предметами и группами предметов.
Пространственное мышление	– это один из видов интеллектуальной деятельности, с помощью которого возможно создание трехмерных образов и действия с ними в процессе решения всевозможных задач. Этот тип мышления помогает учащемуся четко представлять определенные образы в деталях и трехмерном пространстве.
Логическое мышление	– это мыслительный процесс, при котором учащийся использует логические понятия и конструкции, которому свойственна доказательность, рассудительность, и целью которого является получение обоснованного вывода из имеющихся предпосылок. Логически мыслящий учащийся: -отделяет существенное от второстепенного; -оперирует четкими понятиями и конструкциями; -осмысливает и оценивает известные ему предпосылки, проверяет их достоверность, исследует причинно-следственные связи между ними; -рассуждает последовательно; -нацелен выстроить умозаключение и суметь обосновать его себе и окружающим.
Адекватная (обратная) связь	(в переводе с латинского.приравненный, уравненный, соответствующий (от латинского ad: к, для, вполне, достаточно, относительно, сравнительно, около, почти + aequatus: равный, уравнение, сравнение) - вполне, точно соответствующее, соразмерное, согласующееся, верное, тождественное. Соответственно

	<p>чему-либо, кому-либо, с чем-либо (т.е. применение слов "адекватность", "адекватный" не несут смысла без указания чему они адекватны).</p> <p>Например,</p> <p>«Адекватный человек» - широко распространённая в русскоязычной среде грубая речевая ошибка, фраза, не несущая смысла без указания чему именно (обстановке, норме права, чьим-то личным представлениям) поведение (рассматриваемого объекта) адекватно (точно соответствует).</p>
Когнитивная нагрузка	<p>– это теория обучения, которая предполагает, что можно достичь оптимального усвоения материала, обеспечив адекватную нагрузку на оперативную память учащегося. Она помогает понять, как именно люди получают знания, и разрабатывать обучающие стратегии, которые были бы адекватными потребностям учащихся. Была разработана австралийским нейрофизиологом Джоном Свеллером.</p> <p>– это многомерный показатель, который определяет, как нагрузка влияет на выполнение учащимся определённых задач. Согласно модели, представленной Паасом и ван Меррибоером, на когнитивную нагрузку влияет взаимодействие между характеристиками задания (формат, сложность задания, темп выполнения, время, которое нужно затратить на его выполнение) и самого учащегося (уровень знаний, возраст, способность к обучению). Эти исследователи выделяют три аспекта, которые характеризуют понятие когнитивной нагрузки:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ментальная нагрузка; - умственные усилия; - производительность.
Ментальная нагрузка	<p>– это аспект когнитивной нагрузки, который возникает в результате взаимодействия между характеристиками задачи и субъекта. Она может быть определена на основе наших текущих знаний о задачах и характеристиках субъекта.</p>
Умственные усилия	<p>– это аспект когнитивной нагрузки, который относится к когнитивным способностям, которые фактически распределяются для решения задачи.</p>
Производительность	<p>– это аспект когнитивной нагрузки, который может быть определен с точки зрения достижений учащегося, например, количество правильно решённых заданий, количество ошибок и время выполнения задания.</p>
Аппроксимация	<p>(от латинского <i>approximare</i>: приближение) – это метод сознательного упрощения излишне сложного теоретического знания с целью привести его в соответствие с потребностями и возможностями практики, научный метод, состоящий в замене одних объектов другими, в каком-то смысле близкими к исходным, но более простыми.</p>

	<p>Аппроксимация позволяет исследовать числовые характеристики и качественные свойства объекта, сводя задачу к изучению более простых или более удобных объектов (например, таких, характеристики которых легко вычисляются или свойства которых уже известны).</p>
<p>Декларативные и процедурные знания</p>	<p>Ещё в Древней Греции было замечено, что, выражаясь современным языком, знания можно условно разделить на «прикладные» и «высоко-теоретические» ...</p> <p>В 30-50 годах XX века, учитывая, что к работе со знаниями привлекалось всё больше людей, ряд отдельных учёных и научных коллективов в Европе и США вернулись к этой проблеме. Было предложено несколько терминов и классификаций знаний. Декларативные и процедурные знания по И.Л.Викентьеву:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Декларативные / Declarative knowledge (Описательные знания) - Процедурные / Procedural knowledge (Алгоритмические знания)
<p>Закрытые задачи</p>	<p>– это задачи школьного и вузовского образования, когда ответ заведомо известен, и вся методология в поиске решений приводит к единственному способу решения.</p>
<p>Открытые задачи</p>	<p>– это наши жизненные ситуации, в которые мы попадаем и не можем иногда подобрать необходимые методы решения, вспоминая полученные школьные и вузовские знания.</p> <p>Эти задачи могут быть и фантазийными, и межпредметными.</p> <p>Они могут иметь несколько вариантов решения, предполагают возможность уникальных решений или позволяют учащимся самостоятельно открывать неизвестные им способы в решении.</p> <p>Цель использования таких задач в обучении - вовлечь учащихся в творческую познавательную деятельность.</p>
<p>Закрытые вопросы</p>	<p>– это такие вопросы, на которые можно дать однозначный ответ (например, сообщение точной даты, названия, указание на количество чего-либо) или ответ «да» или «нет».</p> <p>Часто в закрытых вопросах используется частица «ли».</p> <p>При этом собеседник не может высказать свое мнение или поделиться идеями.</p> <p>Закрытые вопросы рекомендуется использовать в тех случаях, когда необходимо в короткий срок собрать много информации. Например, при проведении различных исследований.</p>
<p>Открытые вопросы</p>	<p>– это такие вопросы, ответ на открытый вопрос как правило нужно объяснить и обосновать, которые требуют развернутого ответа и каких-либо пояснений. На них невозможно ответить либо «да», либо «нет». Такие вопросы начинаются следующими вопросительными словами: «как», «кто», «что», «почему», «сколько», «какой» и т. п.</p>

Структура Уэбба	– это один из инструментов, который может помочь учителям понять уровень сложности рассуждений, необходимых учащемуся для решения текстовой задачи. Он называется «Глубина знаний Уэбба» или ГЗ. Используя структуру ГЗ, учителя могут провести анализ «сложности» содержания текстовых задач или уровень сложности рассуждений, которые требуются от учащегося. Более подробная информация об этой структуре представлена в Модуле 4.
Разряд цифры в числе	– это позиция или место расположения цифры в записи натурального числа.
Разрядное значение цифры в числе	– от позиции (места), на которой(м) стоит цифра в записи числа, зависит ее значение. Это разрядное значение цифры в числе.
Разрядная единица	– любое натуральное число можно записать в виде суммы разрядных слагаемых. Например, числа 900, 90 и 9 — разрядные слагаемые числа 999. Сумму разрядных слагаемых также можно записать следующим образом: $999 = 9 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 9 \cdot 1$ Числа 1, 10, 100, 1000 и т. д. называются разрядными единицами: 1 — это единица первого разряда, 10 — единица второго разряда, 100 — единица третьего разряда и т. д. Числа, которые умножаются на разрядные единицы, выражают количество разрядных единиц.
Суммы разрядных слагаемых	– это запись многозначного числа в виде сложения количеств его разрядных единиц, другими словами, это разложение числа на разрядные слагаемые.
Алгоритм	– это четкая последовательность действий, направленная на достижение поставленной цели или решения задачи.
Алгоритм сложения	– это набор инструкций, описывающих порядок действий исполнителя для решения заданий на сложение чисел. В основе алгоритма сложения многозначных чисел лежат следующие теоретические факты: <ul style="list-style-type: none"> • способ записи чисел в десятичной системе счисления; • переместительное и сочетательное свойства сложения; • распределительное свойство умножения относительно сложения; • таблица сложения однозначных чисел.
Алгоритм умножения	– это набор инструкций, описывающих порядок действий исполнителя для решения заданий на умножение чисел. В зависи-

	<p>мости от размера чисел используются разные алгоритмы. Эффективные алгоритмы умножения существуют с момента появления десятичной системы счисления.</p>
Величины	<p>– это математическое понятие, описывающее объекты, для которых может быть определено отношение неравенства и смысл операции сложения, а также выполняется ряд свойств. Это то, что можно измерить (например, такие понятия, как длина, площадь, объём, масса, время, скорость и т.д.).</p>
Единицы измерения величин	<p>– это физическая величина фиксированного размера, которой условно присвоено числовое значение, равное 1, и применяемая для количественного выражения однородных с ней физических величин. Примеры основных единиц измерения величин:</p> <ul style="list-style-type: none"> - метры для измерения длины, - килограммы для измерения массы или веса, - секунды для измерения времени, - градусы Цельсия для измерения температуры. <p>Составные единицы измерения величин включают:</p> <ul style="list-style-type: none"> - квадратные сантиметры для измерения площади, - кубические сантиметры для измерения объема или емкости, - километры в час для измерения скорости.
Измерение величин	<p>– совокупность действий для определения отношения одной (измеряемой) величины к другой однородной величине, принятой всеми участниками за единицу, хранящуюся в техническом средстве (средстве измерений).</p> <p>Числовым значением измеряемой величины называется число, получившееся в результате измерения.</p> <p>Значением физической величины называется числовое значение совместно с обозначением используемой единицы.</p> <p>Измерение физической величины опытным путём проводится с помощью различных средств измерений, измерительных приборов, измерительных преобразователей, систем, установок и т. д.</p>
Переместительное свойство сложения (умножения)	<p>«От перестановки мест слагаемых сумма не меняется» («От перестановки мест множителей произведение не меняется»). Эти свойства можно записать математическими символами:</p> $a + b = b + a;$ $a \cdot b = b \cdot a.$

<p>Сочетательное свойство сложения (умножения)</p>	<p>«Результат сложения не изменится, если соседние слагаемые заменить их суммой». (Произведение не изменится, если соседние множители заменить их произведением») Другими словами, складывая несколько слагаемых, можно группировать их в любом порядке (умножая несколько множителей, можно группировать их в любом порядке). Эти свойства можно записать математическими символами:</p> $(a + b) + c = a + (b + c);$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$
<p>Распределительное свойство умножения (относительно сложения)</p>	<p>«Чтобы умножить сумму на число, нужно умножить на это число каждое слагаемое и сложить полученные результаты». Т.е. для любых чисел a, b и c верно равенство</p> $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c.$
<p>Периметр геометрической фигуры</p>	<p>– это длина контура замкнутой плоской фигуры, сумма длин всех сторон многоугольника.</p>
<p>Площадь геометрической фигуры</p>	<p>– это часть поверхности, ограниченная замкнутым контуром данной фигуры. Величина площади выражается числом, заключающихся в ней квадратных единиц. Общепринято, что площадь измеряется квадратными единицами, такими как квадратные сантиметры, квадратные метры, квадратные километры.</p>
<p>Вместимость (емкость)</p>	<p>– это способность вмещать какое-нибудь количество, меру вещества в зависимости от внутреннего объёма сосуда.</p>
<p>Объем</p>	<p>Количественная характеристика пространства, занимаемого телом или веществом. За единицу измерения объема принимается куб, ребро которого равно единице измерения отрезков. Это кубический миллиметр, кубический сантиметр, кубический дециметр, кубический метр или даже кубический километр. Часто для измерения объёма жидкости используют единицу измерения 1 литр.</p>



ПРИЛОЖЕНИЕ А: ФРАГМЕНТЫ ПРИМЕРНОГО УРОКА МОДУЛЯ

Подтема /Фрагмент примерного урока.

Название / Тема:

Целевые классы:

Цель деятельности: учащиеся будут ...

Необходимые материалы:

Важность:

Связь с учебником:

Процедура:

Часть I. Открытие и введение в урок.

- ◆ Краткое представление учащимся того, над чем они будут работать сегодня.

Часть II. Формирование понимания у учащихся.


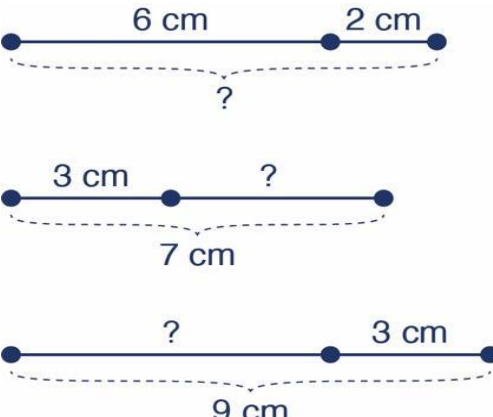
- ◆ **Решение задачи:** выберите задачу для решения учащимися. Дайте учащимся 2–5 минут в зависимости от сложности задачи, чтобы они смогли решить ее самостоятельно или с партнером. Когда они решают задачу, пройдите по классу, наблюдая и фиксируя для себя активность каждого из учащихся.
- ◆ **Обсуждение:** учащиеся делятся своими решениями, сосредотачиваясь на объяснении и обосновании своего решения.
- ◆ **Наводящие вопросы:**
 - *Какой ответ?*
 - *Как вы узнали, что ответ _____?*
 - *Можете объяснить, как вы получили ответ _____?*
 - *Кто может поделиться с другими учащимися своим способом решения задачи?*
- ◆ **Противоположное предположение:** предложите учащимся контрассуждение, в котором представлен неверный ответ. Спросите учащихся, что они думают об этом ответе, и что они могут сказать другому учащемуся, который предложил неверное решение.
 - Скажите учащимся, что вы разговаривали с другим учащимся из другой школы, и он сказал _____.
 - Спросите учащихся:
 - *Вы согласны или не согласны? Почему?*
 - *Как вы думаете, почему он так сказал?*
 - *Что вы сказали бы этому учащемуся?*
- ◆ **Моделирование и подведение итогов:** подведите итоги для класса, как была решена задача, опираясь на более ранние объяснения учащихся. При необходимости выполните рисунок на доске, чтобы проиллюстрировать решение задачи.
- ◆ **Практика:** попросите учащихся решить аналогичную задачу. Вы можете найти ее в учебнике или сами составить. По мере необходимости предлагайте более сложные или более простые задачи.

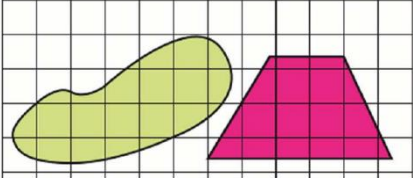


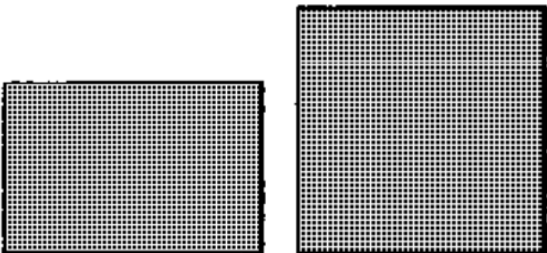
Часть III. Оценивание результатов обучения.

- ◆ **Быстрая проверка/ Неформальное формирующее оценивание:**
 - Это возможность быстро понять, насколько хорошо учащиеся поняли содержание урока. Вы можете использовать такие методы, как:
 - Большой палец вверх.
 - Поднять руку и показать пальцами.
 - Другие.
- ◆ **Повторите** концепцию и привяжите ее к цели, изложенной во введении.
 - Напомните учащимся о том, что они узнали сегодня, и скажите, что они продолжат практиковать это.
- ◆ **Домашнее задание.**
 - Найдите подходящие задачи в учебнике или составьте сами их для решения учащимися дома. Убедитесь, что эти задачи не сложнее, не сосредоточены на другом навыке, чем тот, что был освоен в классе.

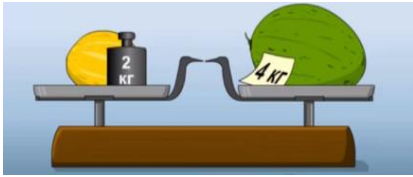


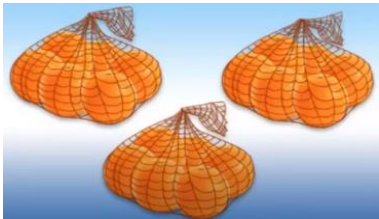





ПРИЛОЖЕНИЕ Б: ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Фрагмент примерного урока 1 «Сравнение длин отрезков»		
Задача	Класс	Уровень
Аня измерила рост своей игрушки-куклы Барби. Рост Барби оказался на 7 см больше, чем длина карандаша. Какой рост у куклы Барби, если длина карандаша 8 см?	1	соответствует
Павел протянул в саду веревку для сушки белья длиной 12 метров между яблоней и грушей и натянул ее так, чтобы она была прямой. Для того чтобы обвязать веревку вокруг стволов деревьев, потребовалось 3 м веревки. Сколько метров веревки осталось для сушки белья? Изобразите веревку в тетради и решите задачу. Объясните свое решение. На веревку повесили сушиться белье. Будет ли теперь веревка отрезком? Объясните ответ.	1	соответствует
 Сколько отрезков вы видите на рисунке. Измерьте длину каждого отрезка. Можно ли найти длину большого отрезка через длину меньших отрезков?	1	соответствует
Найдите в своем пенале 3 предмета, измерьте их длины и сравните их.	1	соответствует
 Используя рисунок, найдите длины отрезков. Объясните свое решение	2	выше
Постройте отрезок длиной 12 см. На отрезке измерив длину в 4 см, поставьте точку. Затем на отрезке измерьте длину в 7 см и поставьте еще одну точку. Найдите длины всех получившихся отрезков. Объясните свое решение.	2	выше

Фрагмент примерного урока 2 «Периметр и площадь прямоугольников».		
Задача	Класс	Уровень
<p>Участок квадратной формы окружен с трех сторон забором, длина которого составляет 90 м. Какова площадь этого участка?</p>	3	соответствует
<p>Найдите площади фигур и сравните их.</p> 	4	соответствует
 <p>На двух полях, показанных на рисунке, будут засеяны морковь и картошка. Вычислите длины изгороди вокруг этих полей, если длина первого поля равна 20 м, второго 30 м, а ширина полей одинакова и меньше на 10 м, чем длина первого поля.</p>	3	соответствует
<p>Участок прямоугольной формы шириной 20 м и площадью 600 м² разделен на три равные части, как показано на рисунке ниже. Две части заняты садом и огородом. На оставшейся части будет построен дом, занимающий площадь 70 м². Какая площадь третьего участка останется свободной?</p> 	4	выше
<p>Два участка земли огорожены заборами одинаковой длины, как показано на рисунке ниже. Первый участок имеет форму прямоугольника со сторонами 22 м и 16 м, а второй имеет форму квадрата. Площадь какого участка больше и на сколько?</p> 	4	выше

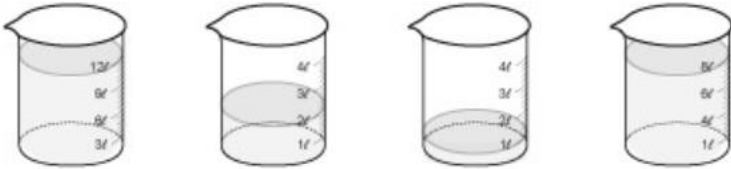
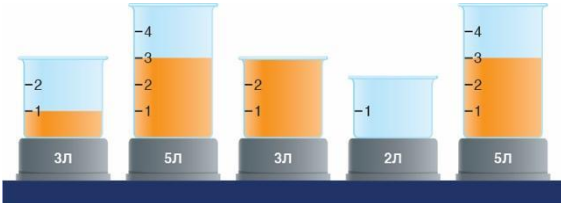

Фрагмент примерного урока 3 «Единицы массы. Килограмм»


Задача	Класс	Уровень
<p>Найдите массу дыни. Объясните свое решение.</p> 	2	соответствует
<p>По рисунку, приведенному ниже, определите: что больше, вес помидоров или огурцов? Объясните свое решение.</p> 	2	соответствует
<p>Масса собаки равна 12 кг, а масса кошки в 3 раза меньше. Какова масса кошки и собаки вместе?</p> 	2	соответствует
<p>12 кг апельсинов расфасовали так, как показано на рисунке, и все сетки с апельсинами имеют одинаковую массу. Какова масса апельсинов в одной сетке?</p> 	4	соответствует
 <p>Вес новорожденной Анечки был 3 кг 310 г. Ей сейчас 4 месяца и весит она 7 кг 310 г. Какой вес набирала Анечка в один месяц, если каждый месяц она набирала одинаковый вес?</p>	2	выше
	3	выше

Фрагмент примерного урока 3 «Единицы массы. Килограмм»																																			
Задача	Класс	Уровень																																	
<p>1 2 3 4 5 6 7 8 9</p>  <p>10 11</p> <table border="1"> <tr><td>1</td><td>Помидоры</td><td>2 кг</td></tr> <tr><td>2</td><td>Картошка</td><td>1 кг 200 г.</td></tr> <tr><td>3</td><td>Ананасовый сок</td><td>900 г</td></tr> <tr><td>4</td><td>Грушевый лимонад</td><td>200 г</td></tr> <tr><td>5</td><td>Яблочный сок</td><td>200 г</td></tr> <tr><td>6</td><td>Яйцо</td><td>500 г</td></tr> <tr><td>7</td><td>Молоко</td><td>800 г</td></tr> <tr><td>8</td><td>Чай</td><td>100 г</td></tr> <tr><td>9</td><td>Кетчуп</td><td>700 г</td></tr> <tr><td>10</td><td>Сумка</td><td>до 3 кг</td></tr> <tr><td>11</td><td>Сумка</td><td>до 5 кг</td></tr> </table> <p>Как нужно распределить продукты, чтобы сумки не порвались?</p>	1	Помидоры	2 кг	2	Картошка	1 кг 200 г.	3	Ананасовый сок	900 г	4	Грушевый лимонад	200 г	5	Яблочный сок	200 г	6	Яйцо	500 г	7	Молоко	800 г	8	Чай	100 г	9	Кетчуп	700 г	10	Сумка	до 3 кг	11	Сумка	до 5 кг		
1	Помидоры	2 кг																																	
2	Картошка	1 кг 200 г.																																	
3	Ананасовый сок	900 г																																	
4	Грушевый лимонад	200 г																																	
5	Яблочный сок	200 г																																	
6	Яйцо	500 г																																	
7	Молоко	800 г																																	
8	Чай	100 г																																	
9	Кетчуп	700 г																																	
10	Сумка	до 3 кг																																	
11	Сумка	до 5 кг																																	
<p>Покупатель попросил взвесить 1 кг колбасы. Продавец отрезал кусок, масса которого оказалась равной 800 г. Сколько граммов колбасы надо добавить?</p>	3	соответствует																																	
<p>Для приготовления варенья на 1 кг ягод требуется 1 кг 250 г сахара. Мама купила 5 кг сахара и весь сахар израсходовала. Сколько ягод сварила мама?</p>	3	выше																																	
<p>За два дня продавали 9 одинаковых ящиков с виноградом. В первый день продали 24 кг, во второй 30 кг. Сколько килограммов винограда было в одном ящике, если осталось продать 9 кг винограда?</p>	3	выше																																	

Фрагмент примерного урока 4 «Единицы массы. Центнер».		
Задача	Класс	Уровень
<p>Масса одного мешка с сахарным песком 50 кг. Сколько таких мешков может перевезти машина грузоподъемностью в 50 ц?</p>	3	соответствует
<p>Бегемот за 5 недель съедает 10 ц травы, а слон 30 ц. На сколько килограммов травы больше требуется на неделю слону, чем бегемоту?</p> 	3	соответствует
<p>Три мальчика вступили в спор. Один из них считает, что масса синего кита 150 т, а другой утверждает, что масса синего кита 150 000 кг, а третий и вовсе называет величину 1500 ц. Кто из них прав?</p>	3	соответствует

Фрагмент примерного урока 4 «Единицы массы. Центнер».		
Задача	Класс	Уровень
<p>Детёныш синего кита при рождении имеет массу 20 ц. Китёнок быстро растёт, прибавляя за трое суток определенный одинаковый вес. Сколько центнеров веса набирал китенок каждые три дня, если через 21 день после рождения он весил 41 ц.</p>	3	выше

Фрагмент примерного урока 5 «Задачи на вместимость сосудов в литрах»		
Задача	Класс	Уровень
 <p>В какую емкость налито больше жидкости? Почему?</p>	1	соответствует
 <p>Как заполнить две 5-литровые банки с водой, которые изображены на рисунке, используя воду в двух других банках?</p>	1	выше
 <p>Катя заполняет банку конфетами, используя для этого ковшик.</p> <p>Сейчас в банке уже есть 1 полный ковшик конфет. Сколько полных ковшиков с конфетами нужно досыпать, чтобы банка стала полной?</p>	2	соответствует
<p>Если из графина с соком отлить 6 стаканов сока, то там останется 9 стаканов сока. А если в этот же графин налить 6 стаканов сока, то 2 стакана сока не поместятся. Сколько стаканов сока содержится в полном графине?</p>	2	выше
<p>Одна столовая ложка (18 мл) кофейного порошка весит 15 г. В кофейной банке было 90 г кофе. Мама положила в кофеварку 4 столовые ложки кофе. Сколько миллилитров кофе осталось в банке?</p>	3	выше

Фрагмент примерного урока 6 «Задачи на вместимость сосудов».		
Задача	Класс	Уровень
 <p>Саша должен наполнить водой греческую вазу вместимостью 9 л. Какое наименьшее количество раз он должен сходить за водой на кухню, если у него есть 2-х литровой и 1-литровый сосуды?</p>	3	соответствует

<p>Адэми начинает заполнять банку, в которую вмещается всего 800 г конфет, когда в банке уже было 175 г конфет. Она использует для этого ковшик вместимостью 125 г конфет. Сколько еще полных ковшиков конфет Адэми нужно досыпать в банку?</p>	3	соответствует
<p>Ребята влили 30 л воды в один большой аквариум и 42 л воды - в другой с помощью ведер вместимостью 6 л воды. Сколько полных ведер воды они принесли для этого?</p>	3	соответствует
<p>В первое ведро входит 1 полный кувшин воды и еще 4 полных стакана воды или 15 полных стаканов воды. Во второе ведро входит 2 таких же полных кувшина воды, а в третье ведро входит столько воды, сколько в первое и второе ведра вместе. Сколько полных стаканов воды вмещает третье ведро?</p>	3	выше
<p>В 1-литровую банку вмещается 900 г сахара. Какое наибольшее количество двухлитровых банок нужно, чтобы вместить 4 кг 500 г сахара? Объясните свое решение.</p>	3	выше
<p>Три одинаковых ведра можно заполнить количеством воды на 50 литров меньше, чем бочку вместимостью 80 л воды. Сколько полных ведер воды нужно принести, чтобы заполнить пустую бочку?</p>	4	соответствует
<div data-bbox="194 969 550 1171" data-label="Image"> </div> <p>На одну чашу весов поставлено ведро, до краев наполненное водой. На другую – такое же ведро, тоже полное до краев, но в нем плавает кусок дерева. Какое ведро перетянет? Поясните решение.</p>	4	выше
<p>Подсчитайте из скольких единичных кубов состоят фигуры, приведенные на рисунке. Какой объем этих фигур? Поясните свой ответ.</p> <div data-bbox="177 1312 943 1451" data-label="Image"> </div>	4	выше
<p>Фигуры, приведенные на рисунке, составлены из одинаковых кубов. Определите, из скольких кубов состоит каждая фигура. Поясните свой ответ.</p> <div data-bbox="172 1574 1098 1933" data-label="Image"> </div>	4	выше



ПРИЛОЖЕНИЕ В. ПЛАН ДЕЙСТВИЙ

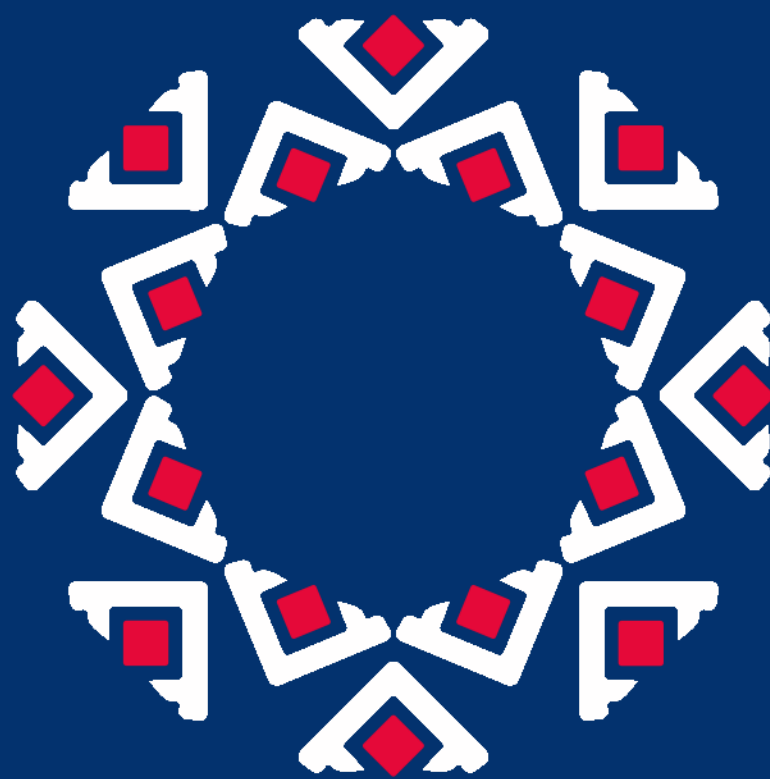
Модуль 5. Фрагменты примерных уроков 1/2. «Длина отрезка, периметр, площадь фигуры и их измерение»						
№ п/п	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а) / изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?
1						
2						
3						
4						
5						

Модуль 5. Фрагменты примерных уроков 3/4 «Масса и ее измерение»							
№ п/п	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а) /изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к следующему уроку?	
1							
2							
3							
4							
5							

Модуль 5. Фрагменты примерных уроков 5/6 «Вместимость и объем»						
№ п/п	Краткое описание задачи	Стр. в учебнике	Месяц / неделя, когда я буду применять	Что дает эта стратегия учащимся в понимании темы?	Что получилось хорошо, когда я применил(а) стратегию на уроке?	Что бы я добавил(а) /изменил(а) в план-конспекте, когда буду готовиться к уроку?
1						
2						
3						
4						
5						

ФОРМА НАБЛЮДЕНИЯ УРОКА

к базовым модулям по математике



ПРИЛОЖЕНИЕ Г: ФОРМА НАБЛЮДЕНИЯ УРОКА ПО МАТЕМАТИКЕ

Этапы урока	Критерии наблюдения
<p>I. Озвучивание темы, цели урока. Актуализация имеющихся знаний.</p>	<p>В начале урока учитель...</p> <ul style="list-style-type: none"> • Озвучивает тему и ожидаемые результаты/цели урока; • Напоминает учащимся содержание прошлого урока/упражнения и/или связывает это с содержанием/упражнением текущего урока; • Просит учащихся вспомнить содержание прошлого урока/ упражнения и/или связывает это с содержанием/упражнением текущего урока; • Заранее готовит материалы, необходимые на уроке (например, если учитель использует на уроке вырезки из бумаги, то уже подготовил(а) бумагу, ножницы и др. для урока) • Тратит на этот этап не более 4–5 минут • Ни одно из вышеперечисленного. <p>Содержание каких разделов охватывает учитель на текущем уроке?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Числа; Арифметические действия; Текстовые задачи; Величины; Геометрические фигуры и пространственные отношения; Элементы алгебры; Анализ данных; • Другое <p>Какие компоненты уроков по математике учитель охватывает на текущем уроке?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Представление и решение задачи/примера (II) • Предоставление учащимся манипулятивных/графических моделей (III) • Обсуждение решения задачи/примера (IV) • Моделирование и обобщение (подведение итогов обсуждения) (V) • Практическая работа учащихся (VI) • Подведение итога урока/рефлексия (VII) • Ни одно из перечисленного.
<p>II. Представление и решение задачи.</p>	<p>При представлении учащимся задачи/примера для решения, учитель ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ясно формулирует задание, которое учащиеся должны выполнить; • Предоставляет учащимся не менее 2-х минут для решения задачи самостоятельно; • Ходит по классу, отслеживая прогресс учащихся в выполнении задания;

Этапы урока	Критерии наблюдения				
	<ul style="list-style-type: none"> • Ни одно из вышеперечисленного. 				
<p>III. Предоставление учащимся манипулятивных/графических моделей</p>	<p>При представлении задачи/примера для решения, учитель просит использовать соответствующие (если необходимо):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Манипулятивные модели; • Графические модели; • Манипулятивные/графические материалы, которые предоставлены всем учащимся, парам или малым группам; • Ни одно из вышеперечисленного. 				
<p>IV. Обсуждение решения задачи</p>	<p>При обсуждении решения задачи учитель...</p> <table border="1" data-bbox="699 188 1316 1601"> <tr> <td data-bbox="699 943 1046 1601"> <p>1. Просит хотя бы одного учащегося, который дал правильный ответ, объяснить свое решение вопросами, «Как вы получили этот ответ? Объясните свое решение»;</p> <p>2. Задаёт хотя бы одному учащемуся, который дал правильный ответ и объяснение, по крайней мере, один дополнительный вопрос (Откуда вы это узнали? Почему вы решили задачу таким образом?);</p> </td> <td data-bbox="699 188 1046 943"> <p>Ученик объяснил решение, учитель выслушал объяснение;</p> <p>Учащиеся объясняют решение предложенной задачи, алгоритм решения которой знают</p> <p>Учащиеся не смогли объяснить свое решение, (учитель вслух произносит решение задачи).</p> <p>По крайней мере один учащийся дал правильный ответ и объяснение, смог обосновать свое решение;</p> <p>Учащиеся не смогли обосновать свое решение</p> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="1046 943 1316 1601"> <p>Спрашивает всех учащихся: «Какими еще способами вы можете решить эту задачу?»;</p> </td> <td data-bbox="1046 188 1316 943"> <p>По крайней мере один учащийся поделился своим способом решения и объяснил его;</p> </td> </tr> </table>	<p>1. Просит хотя бы одного учащегося, который дал правильный ответ, объяснить свое решение вопросами, «Как вы получили этот ответ? Объясните свое решение»;</p> <p>2. Задаёт хотя бы одному учащемуся, который дал правильный ответ и объяснение, по крайней мере, один дополнительный вопрос (Откуда вы это узнали? Почему вы решили задачу таким образом?);</p>	<p>Ученик объяснил решение, учитель выслушал объяснение;</p> <p>Учащиеся объясняют решение предложенной задачи, алгоритм решения которой знают</p> <p>Учащиеся не смогли объяснить свое решение, (учитель вслух произносит решение задачи).</p> <p>По крайней мере один учащийся дал правильный ответ и объяснение, смог обосновать свое решение;</p> <p>Учащиеся не смогли обосновать свое решение</p>	<p>Спрашивает всех учащихся: «Какими еще способами вы можете решить эту задачу?»;</p>	<p>По крайней мере один учащийся поделился своим способом решения и объяснил его;</p>
<p>1. Просит хотя бы одного учащегося, который дал правильный ответ, объяснить свое решение вопросами, «Как вы получили этот ответ? Объясните свое решение»;</p> <p>2. Задаёт хотя бы одному учащемуся, который дал правильный ответ и объяснение, по крайней мере, один дополнительный вопрос (Откуда вы это узнали? Почему вы решили задачу таким образом?);</p>	<p>Ученик объяснил решение, учитель выслушал объяснение;</p> <p>Учащиеся объясняют решение предложенной задачи, алгоритм решения которой знают</p> <p>Учащиеся не смогли объяснить свое решение, (учитель вслух произносит решение задачи).</p> <p>По крайней мере один учащийся дал правильный ответ и объяснение, смог обосновать свое решение;</p> <p>Учащиеся не смогли обосновать свое решение</p>				
<p>Спрашивает всех учащихся: «Какими еще способами вы можете решить эту задачу?»;</p>	<p>По крайней мере один учащийся поделился своим способом решения и объяснил его;</p>				

Этапы урока	Критерии наблюдения
	<p data-bbox="244 197 331 936"><i>Ни один учащийся не поделился другим способом решения</i></p> <p data-bbox="347 197 499 936"><i>По крайней мере один учащийся обосновал свое решение, один учащийся поделился другим способом решения, и один учащийся объяснил неправильный ответ</i></p> <p data-bbox="515 197 635 936"><i>Было обсуждено правильное решение хотя бы одного учащегося, но неправильный ответ не обсуждался.</i></p> <p data-bbox="651 197 754 936"><i>Все ответы были неправильны и хотя бы один учащийся объяснил свой неправильный ответ</i></p> <p data-bbox="770 197 890 936"><i>Все ответы были неправильны, учитель направил хотя бы одного учащегося к исправлению ответа</i></p> <p data-bbox="906 197 1010 936"><i>Все ответы были неправильны, учитель исправил ответ, обсуждение не состоялось</i></p> <p data-bbox="1026 253 1098 1597">5. Позволяет учащимся задавать вопросы и реагировать на объяснения, данные другими учащимися;</p> <p data-bbox="1129 1059 1169 1597">6. Ни одно из вышеперечисленного.</p>
<p data-bbox="1265 1664 1377 2085">V. Моделирование и обобщение (подведение итогов обсуждения)</p>	<p data-bbox="1201 152 1265 1635">При моделировании и обобщении (подведении итогов обсуждения решения задачи, содержания темы или стратегии), учитель ...</p> <ul data-bbox="1297 185 1441 1597" style="list-style-type: none"> • Четко и пошагово моделирует решение задачи, новое понятие, правило, свойство или др.; • Рисует/пишет на доске, представляет математическую модель задачи (решения задачи) или показывает понятие (решение задачи) на конкретной/графической модели, так чтобы учащиеся могли повторять за учителем (если применимо);

Этапы урока	Критерии наблюдения
	<ul style="list-style-type: none"> • Связывает новое с его применением в реальной жизни (если применимо); • Использует объяснения учащихся для обобщения, подведение итогов обсуждения; • Представляет содержание учебного материала с помощью доступных онлайн средств/цифровых устройств (если применимо); • Ни одно из вышеперечисленного. <p>Сфотографируйте любой рисунок, который учитель или учащиеся нарисовали на доске, чтобы проиллюстрировать решение задачи</p>
<p>VI. Практика</p>	<p>Во время практической части урока учитель ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • Дает четкие инструкции для выполнения самостоятельной работы учащимися; • Ходит по классу и отслеживает выполнение учащимися практической работы; • Оказывает помощь, при необходимости; • Задает наводящие вопросы (например, как ты решил...? Почему ты сделал ____? и др.); • Задает задания не менее 2-х разных уровней учащимся с разным уровнем сформированности математических навыков; • Предоставляет учащимся возможность представить результаты самостоятельной практической работы разными способами (например, посредством устной презентации, записи на доске, устного ответа с места, показа выполненного рисунка или модели и др.); • Ни одно из вышеперечисленного
<p>VII. Подведение итогов.</p>	<p>Во время подведения итогов урока/ рефлексии, учитель...</p> <ul style="list-style-type: none"> • Повторяет пройденный на уроке умение и связывает его с целью, изложенной во введении к уроку; • Напоминает учащимся о важности нового знания и умения; • Предоставляет учащимся возможность делать выводы, сформулировать математическое правило или определение, ответить на вопросы; • Ни одно из вышеперечисленного.